NETAJI SUBHAS OPEN UNIVERSITY

STUDY MATERIAL

ELECTIVE PHYSICS HONOURS

EPH 09

Electric Current

- Static Electricity and Magnetic Properties of Matter
- Alternating Current

BLOCKS 1 & 2

প্রাক্কথন

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়ের স্নাতক শ্রেণির জন্য যে পাঠক্রম প্রবর্তিত হয়েছে, তার লক্ষণীয় বৈশিষ্ট্য হ'ল প্রতিটি শিক্ষার্থীকে তাঁর পছন্দমত কোনও বিষয়ে সাম্মানিক (Honours) স্তরে শিক্ষাগ্রহণের সুযোগ করে দেওয়া। এক্ষেত্রে ব্যক্তিগতভাবে তাঁদের গ্রহণ ক্ষমতা আগে থেকেই অনুমান করে না নিয়ে নিয়ত মূল্যায়নের মধ্য দিয়ে সেটা স্থির করাই যুক্তিযুক্ত। সেই অনুযায়ী একাধিক বিষয়ে পাঠ-উপকরণ রচিত হয়েছে ও হচ্ছে—যার মূল কাঠামো স্থিরীকৃত হয়েছে একটি সুচিন্তিত পাঠক্রমের ভিত্তিতে। কেন্দ্র ও রাজ্যের অগ্রগণ্য বিশ্ববিদ্যালয়সমূহের পাঠক্রম অনুসরণ করে তার আদর্শ উপকরণগুলির সমন্বয়ে রচিত হয়েছে এই পাঠক্রম। সেইসঙ্গে যুক্ত হয়েছে অধ্যেতব্য বিষয়ে নতুন তথ্য, মনন ও বিশ্লেষণের সমাবেশ।

দূর-সঞ্চারী শিক্ষাদানের স্বীকৃত পদ্ধতি অনুসরণ করেই এইসব পাঠ-উপকরণ লেখার কাজ চলছে। বিভিন্ন বিষয়ের অভিজ্ঞ পণ্ডিতমণ্ডলীর সাহায্য এ কাজে অপরিহার্য এবং যাঁদের নিরলস পরিশ্রমে লেখা, সম্পাদনা তথা বিন্যাসকর্ম সুসম্পন্ন হচ্ছে তাঁরা সকলেই ধন্যবাদের পাত্র। আসলে, এঁরা সকলেই অলক্ষ্যে থেকে দূরসঞ্চারী শিক্ষাদানের কার্যক্রমে অংশ নিচ্ছেন; যখনই কোনও শিক্ষার্থী এই পাঠ্যবস্তুনিচয়ের সাহায্য নেবেন, তখনই তিনি কার্যত একাধিক শিক্ষকমণ্ডলীর পরোক্ষ অধ্যাপনার তাবৎ সুবিধা পেয়ে যাচ্ছেন।

এইসব পাঠ-উপকরণের চর্চা ও অনুশীলনে যতটাই মনোনিবেশ করবেন কোনও শিক্ষার্থী, বিষয়ের গভীরে যাওয়া তাঁর পক্ষে ততই সহজ হবে। বিষয়বস্তু যাতে নিজের চেষ্টায় অধিগত হয়, পাঠ-উপকরণের ভাষা ও উপস্থাপনা তার উপযোগী করার দিকে সর্বস্তরে নজর রাখা হয়েছে। এরপর যেখানে যতটুকু অস্পষ্টতা দেখা দেবে, বিশ্ববিদ্যালয়ের বিভিন্ন পাঠকেন্দ্রে নিযুক্ত শিক্ষা-সহায়কগণের পরামর্শে তার নিরসন অবশ্যই হ'তে পারবে। তার ওপর, প্রতি পর্যায়ের শেষে প্রদত্ত অনুশীলনী ও অতিরিক্ত জ্ঞান অর্জনের জন্য গ্রন্থ-নির্দেশ শিক্ষার্থীর গ্রহণক্ষমতা ও চিন্তাশীলতা বৃদ্ধির সহায়ক হবে।

এই অভিনব আয়োজনের বেশ কিছু প্রয়াসই এখনও পরীক্ষামূলক—অনেক ক্ষেত্রে একেবারে প্রথম পদক্ষেপ। স্বভাবতই ত্রুটি-বিচ্যুতি কিছু কিছু থাকতে পারে, যা অবশ্যই সংশোধন ও পরিমার্জনার অপেক্ষা রাখে। সাধারণভাবে আশা করা যায় ব্যাপকতর ব্যবহারের মধ্য দিয়ে পাঠ-উপকরণগুলি সর্বত্র সমাদৃত হবে।

অধ্যাপক (ড.) শুভ শঙ্কর সরকার

উপাচার্য

চতুর্থ পুনর্মুদ্রণ ঃ জুন, 2017

বিশ্ববিদ্যালয় মঞ্জুরি কমিশনের দূরশিক্ষা ব্যুরোর বিধি অনুযায়ী এবং অর্থানুকুল্যে মুদ্রিত।
Printed in accordance with the regulations and financial assistance of the Distance Education Bureau of the University Grants Commission.

পরিচিতি

বিষয় : পদার্থবিদ্যা | সাম্মানিক স্তর

পাঠক্রম : পর্যায়
EPH 09 : 1 & 2

	রচনা	সম্পাদনা
একক 1	প্র. দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	ড. রূপায়ণ ভট্টাচার্য
একক 2	প্র. কৃষ্ণা মিত্র	ড. প্রদীপ ঘোষ
একক 3	প্র. দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	ড. রূপায়ণ ভট্টাচার্য
একক 4	ড. জোনাকি চৌধুরী	ড. প্রদীপ ঘোষ
একক 5 (A & B)	প্র. দুলালকৃষ্ণ বিশ্বাস	ড. রূপায়ণ ভট্টাচার্য
একক 6	ড. শীলভদ্র চট্টোপাধ্যায়	ড. প্রদীপকুমার ঘোষ
একক 7	ঐ	ঐ
একক 8	প্র. দেবীপ্রসাদ সরকার	ঐ
একক 9	ড. শীলভদ্র চট্টোপাধ্যায়	ঐ
একক 10	ঐ	ঐ

নেতাজি সুভাষ মুক্ত বিশ্ববিদ্যালয়

EPH – 09

তড়িৎ প্রবাহ
(স্নাতক পাঠক্রম)

পর্যায়
1

চৌম্বক ক্ষেত্র ও তড়িৎপ্রবাহের প্রভাব

পর্যায়
2

গঠন

1.1 প্রস্তাবনা

আপনারা স্থির তড়িৎ বিজ্ঞানের পঠনকালে জেনেছেন যে কোন পরিবাহীর অভ্যন্তরে [যেমন ধাতব পরিবাহীর ভেতর] কোন তড়িৎক্ষেত্র থাকে না, তড়িৎক্ষেত্র অবস্থান করে কেবলমাত্র পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমে। কিন্তু এই জানাটা আংশিকভাবে সত্য। আপনারা জানেন, পরিবাহীর মধ্য দিয়ে তড়িৎপ্রবাহ ঘটে অর্থাৎ আধান চলাচল করে। এই ঘটনা থেকে আপনারা নিশ্চয়ই সিদ্ধান্ত করবেন আধানের উপর কোন বল প্রযুক্ত

হচ্ছে বলেই আধান গতিশীল আছে। তড়িৎক্ষেত্র ছাড়া আধানের ওপর বল কার্যকরী হবে কীভাবে? অতএব, সিদ্ধান্ত নিতেই হয় যে পরিবাহীর মধ্যেও তড়িৎক্ষেত্র অবস্থান করতে পারে। আসলে পূর্ণ সত্যটা হল এই যে স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে কেবল পরিবাহীর অভ্যন্তরে কোন তড়িৎক্ষেত্র থাকে না। এই অবস্থায় কোন পরিবাহীর দুই প্রান্তে বিভব প্রভেদ লোপ পায় বলেই এমন ঘটে। কেননা কোন বিন্দুর বিভব ও তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যের সম্পর্কটি হল

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V \qquad (1.1)$$

মাধ্যমের সর্বত্র বিভব V অভিন্ন হলে $\vec{\nabla} V = 0$। স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে পরিবাহীর যে কোন বিন্দুর বিভব অভিন্ন বলেই পরিবাহীর অভ্যন্তরে তড়িৎক্ষেত্র শূন্য বা অনুপস্থিত। চল তড়িতের ক্ষেত্রে তাই পরিবাহীর দুই প্রান্তে বিভব প্রভেদ বজায় রাখা দরকার যাতে তার অভ্যন্তরে তড়িৎক্ষেত্র বর্তমান থাকে এবং আধানের [ধাতব পরিবাহীতে এই আধান হল মুক্ত ইলেকট্রন, তড়িৎবিশ্লেষ্যে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আয়ন, অর্ধপরিবাহীতে ইলেকট্রন ও হোল, গ্যাসে ইলেকট্রন ও আয়ন] ওপর বল প্রযুক্ত হতে পারে। আধান e হলে এবং তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{E}$ হলে তার ওপর বল

$$\vec{F} = e\vec{E} \qquad (1.2)$$

এই বলের প্রভাবে কোন ধাতব পরিবাহীতে (বা অন্য কোন পরিবাহীতে) আধান গতিশীল হয়। কিন্তু তড়িৎক্ষেত্রের অনুপস্থিতিতে কোন ধাতব পরিবাহীর অভ্যন্তরস্থ মুক্ত ইলেকট্রনগুলি বিশৃঙ্খলভাবে গতিশীল থাকে। এই বিশৃঙ্খল গতির ইলেকট্রন গ্যাসের অণুর মতোই তাপীয় গতি (thermal motion) সম্পন্ন হয়। অর্থাৎ এই বেগের মান ও দিক নিয়ত বিভিন্ন। কিন্তু যখনই এরকম পরিবাহীর দুইপ্রান্তে বিভব প্রভেদ সৃষ্টি করা হয় অর্থাৎ যখনই পরিবাহীর অভ্যন্তরে তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তখনই ঐ বিশৃঙ্খল গতি বজায় রেখে ইলেকট্রনগুলি তাদের ওপর প্রযুক্ত বলের অভিমুখে একটি নিয়ন্ত্রিত গতিতে (ordered motion) গতিশীল হয়। তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে উৎপন্ন ইলেকট্রনের এই নিয়ন্ত্রিত গতিই হল তড়িৎ প্রবাহ। মনে রাখা দরকার যে ইলেকট্রনের নিয়ন্ত্রিত গতির অভিমুখ কিন্তু তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যের বিপরীতমুখী, কারণ ইলেকট্রনের আধান ঋণাত্মক।

উদ্দেশ্য

বর্তমান এককটি পাঠ ও মননের মাধ্যমে আপনি নিচের বিষয়গুলি সম্বন্ধে সম্যক ধারণা পাবেন :

(1) তড়িৎ-প্রবাহ কী—স্থির তড়িৎ-এর জ্ঞান থেকে এর ধারণা পাবেন, আর বুঝবেন প্রবাহমাত্রা কী।

(2) প্রবাহ-ঘনত্ব, আধানের চালনা বেগ, প্রবাহমাত্রার বেগ কী।

(3) সন্ততি সমীকরণ ও তার গুরুত্ব।

(4) ওহ্মের সূত্র এবং বর্তনীর সম্পূর্ণাংশে বা অংশবিশেষে এই সূত্রের প্রয়োগ; প্রবাহ ঘনত্ব ও পরিবাহীতে তড়িৎক্ষেত্র, প্রাবল্যের সম্পর্ক এবং এই প্রেক্ষিতে ওহ্ম-এর সূত্রের অবকল রূপ।

(5) প্রবাহমাত্রার সন্ততি সম্পর্কিত কার্যফের সূত্র।

(6) হুয়িটস্টোন ব্রিজ ও তৎসম্বন্ধীয় তথ্যাবলি।

1.2 তড়িৎ প্রবাহ ও প্রবাহমাত্রা

তড়িৎ প্রবাহ কাকে বলে, এ সম্পর্কে আমরা একটা গুণগত ধারণা ইতিমধ্যেই অর্জন করেছি। কিন্তু এ সম্পর্কে আমাদের ধারণাকে স্পষ্টতর করতে হলে আরো দুটি ভৌতরাশির সঙ্গে আমাদের পরিচিত হতে হবে। এই রাশি দুটি হল তড়িৎ প্রবাহমাত্রা (intensity of current) বা কেবলই প্রবাহমাত্রা বা কেবলমাত্র তড়িৎ-প্রবাহ (current) এবং তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব বা কেবলমাত্র প্রবাহ-ঘনত্ব (current density)। প্রবাহ-ঘনত্ব সম্পর্কে আমরা পরবর্তী এককে আলোচনা করব। তড়িৎপ্রবাহ বা প্রবাহমাত্রা হল এক সেকেণ্ডে কোন প্রদত্ত প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী আধানের পরিমাণ। এই প্রস্থচ্ছেদ পরিবাহীর সম্পূর্ণ প্রস্থচ্ছেদ নাও হতে পারে। অতএব যদি Δt সময়ে প্রদত্ত প্রস্থচ্ছেদকে Δq আধান অতিক্রম করে, তবে ঐ প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী প্রবাহমাত্রা হবে

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \tag{1.3}$$

লক্ষ্য করুন $\Delta t = 1$ সেকেণ্ড হলে $I = \Delta q$, অর্থাৎ প্রবাহমাত্রা কার্যত অতিক্রান্ত আধানের সমান। আপনারা জানেন আধানের ব্যবহারিক একক হল কুলম্ব (coulomb) এবং সেইজন্য প্রবাহমাত্রার একক হবে—কুলম্ব/সেকেণ্ড। একে বলে অ্যাম্পিয়ার। যদি প্রতি সেকেণ্ডে কোন প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী আধান হয় 1 কুলম্ব, তাহলে প্রবাহমাত্রা হল 1 অ্যাম্পিয়ার।

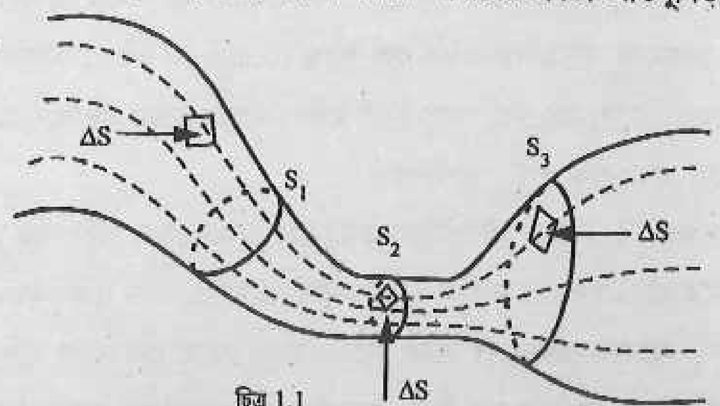
অতিরিক্ত মন্তব্য : (1) কোন পরিবাহীতে প্রবাহমাত্রা পেতে গেলে অতি অল্প হলেও কিছু না কিছু নিয়ন্ত্রিত গতি থাকতে হবে। যখন কোন তড়িৎক্ষেত্র অনুপস্থিত থাকে, তখন পরিবাহীর যেকোন প্রস্থচ্ছেদকে অতিক্রম করে সমান সংখ্যক আধান দুই দিকে যায়। এরকম ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা হবে শূন্য। কারণ কোন বিশেষ দিকে আধান যাচ্ছে না। যেকোন দিকে কার্যকরীভাবে অতিক্রান্ত আধান শূন্য। যখন কেবলমাত্র তাপীয় গতিতে আধানগুলি গতিশীল থাকে (অর্থাৎ আধান যখন বিশৃঙ্খল গতিতে গতিশীল থাকে) তখনই এরকম ঘটে।

(2) আমরা যদি খুব নগণ্য সময়াবকাশ বিবেচনা করি, তবে কখনো কখনো উভয়দিকে অতিক্রমকারী আধান সমসংখ্যক নাও হতে পারে। এটা ঘটে তাপীয় গতির অনিয়মিত আচরণের ফলে। এরকম ক্ষেত্রে আমরা বলতে পারি, তড়িৎক্ষেত্রে অনুপস্থিতিতেও অতি নগণ্য পরিমাণ প্রবাহ উৎপন্ন হতে পারে। এই বিশৃঙ্খল তাপীয় গতিজাত প্রবাহকে বলে এলোমেলো প্রবাহ (fluctuating current)।

(3) অতি সুবেদী গ্যালভানোমিটারে এই এলোমেলো প্রবাহ ধরা পড়ে। যদি এমন কোন গ্যালভানোমিটারকে লঘুপথিত (short circuited) করা যায় বা এমন কি বিচ্ছিন্নও রাখা হয় তখন সেই গ্যালভানোমিটারে এই এলোমেলো প্রবাহ পাওয়া যায়। এইজন্যই বিচ্ছিন্ন বর্তনীতে যুক্ত আয়না গ্যালভানোমিটারের আলোক সূচককে নড়াচড়া করতে দেখা যায়। অতএব বলা যায়, এই এলোমেলো প্রবাহমাত্রার উপস্থিতি কোন গ্যালভানোমিটারের (অর্থাৎ অ্যাম্মিটারের) সুবেদিতাকে সীমিত করে। এলোমেলো প্রবাহের তুল্য প্রবাহমাত্রাকে ক্রটিহীনভাবে পরিমাপ করা একেবারেই অসম্ভব।

1.3 প্রবাহমাত্রা বা তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব (current density)

আপনারা জেনেছেন যে পরিবাহীর অভ্যন্তরে উপস্থিত তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে পরিবাহীর মুক্ত আধানগুলি একটি নিয়ন্ত্রিত গতি অর্জন করে। এই নিয়ন্ত্রিত গতির বেগকে বলে তাড়ন বেগ বা চালন বেগ (drift velocity)। এই চালন বেগের মান খুবই কম। এ সম্পর্কে আপনারা পরবর্তী এককে পরিচিত হবেন। বর্তমান আলোচ্য হল যেহেতু প্রবাহমাত্রা হল একক সময়ে কোন প্রদত্ত ক্ষেত্র বা প্রস্থচ্ছেদ অতিক্রমকারী আধানের পরিমাণ, তাই স্পষ্টতই প্রবাহমাত্রা একটা স্কেলার রাশি। কিন্তু যেহেতু আধানের এই ক্ষেত্র অতিক্রমণের ঘটনাটা ঘটে চালনা বেগের জন্য, তাই ক্ষেত্র অতিক্রমকারী আধানের একটা অভিমুখিতাও বর্তমান। এই



চিত্র 1.1

অভিমুখিতা ধর্মকে বুঝবার জন্য তড়িৎপ্রবাহের বা প্রবাহমাত্রার সঙ্গে প্রবাহ ঘনত্ব বা তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব $\vec{J}$ সম্পর্কে আপনাদের জানতে হবে।

চিত্র 1.1-এ একটি পরিবাহীর মধ্য দিয়ে আধানসমূহের নিয়ন্ত্রিত গতিকে বিচ্ছিন্ন রেখা দ্বারা সূচিত করা হয়েছে।

প্রবাহ ঘনত্বের সংজ্ঞা : প্রবাহ ঘনত্ব এমন একটি ভেক্টর যার মান কোন একক ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট ক্ষেত্রের অভিলম্বে অতিক্রমকারী প্রবাহমাত্রার সমান এবং যার দিক হল ঐ ক্ষেত্রকে ধনাত্মক আধান যে চালনাবেগে অতিক্রম করে তার অভিমুখী।

ধরা যাক চিত্র 1.1-এ কোন একটা প্রস্থচ্ছেদের উপর $\Delta \vec{s}$ একটি অতি ক্ষুদ্র ক্ষেত্র। এই ক্ষেত্রকে যেসব ধনাত্মক আধান $\vec{v}$ চালনা বেগে অতিক্রম করছে তার অভিমুখ ও $\Delta \vec{s}$ অভিমুখ পরস্পরের সঙ্গে θ কোণে নত। অতএব আমরা লিখতে পারি

$$\vec{J}.\Delta \vec{s} = \Delta I \qquad (1.4)$$

$$\text{বা} \quad J\Delta s\cos\theta = \Delta I$$

যেখানে ΔI হল Δs অতিক্রমকারী মোট প্রবাহমাত্রা। যদি $\theta = 0°$ হয় তবে

$$J = \frac{\Delta I}{\Delta s} \qquad (1.5)$$

চিত্র 1.1-এ ধনাত্মক বা ঋণাত্মক আধানের চালনা গতির অভিমুখ সূচক দিক রেখাগুলি হল বিচ্ছিন্ন রেখাগুলি। এইরেখাগুলিকে আমরা $\vec{J}$ ভেক্টরের ভেক্টরক্ষেত্রের চিত্র হিসেবে বিবেচনা করতে পারি। অর্থাৎ ঐ রেখার যে কোন বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকের যে দিক ধনাত্মক আধানের চালনা গতিকে সূচিত করবে সেই দিকই হবে $\vec{J}$-এর অভিমুখ। চিত্রে যেখানে রেখাগুলি দূরে দূরে, সেখানে প্রবাহঘনত্বের মান কম এবং যেখানে এই রেখাগুলি কাছাকাছি সেখানে $\vec{J}$-এর মান বেশি। সমীকরণ (1.5) থেকেও আমরা এই সিদ্ধান্ত করতে পারি। যেহেতু ΔI সর্বত্র সমান, তাই যেখানে মোট প্রস্থচ্ছেদ Δs ক্ষুদ্র, সেখানে $\vec{J}$-এর মান বৃহৎ বা যেখানে Δs বৃহৎ সেখানে J ক্ষুদ্র। অতএব $\vec{J}$ এমন একটি রাশি যা অবস্থানের উপর নির্ভরশীল (local quantity বা spatial function)। (1.4) সমীকরণ থেকে লেখা যায়

$$I = \int \vec{J}.d\vec{s} \qquad (1.6)$$

যেখানে সমাকলন নিষ্পন্ন করতে হবে সেই প্রস্থচ্ছেদের উপর যার উপর $d\vec{s}$-কে বিবেচনা করা হয়েছে। যেহেতু I সর্বত্র সমান, তাই এমন প্রস্থচ্ছেদের উপর বিবেচনা করা চলে যার সম্পর্কে আমরা অবহিত।

1.4 আধানের চালনাবেগ ও প্রবাহমাত্রার বেগ (Drift velocity of charges and velocity of current flow)

আপনারা গ্যাসের গতিতত্ত্বে জেনেছেন যে সব গ্যাস অণু নিয়ত বিশৃঙ্খল গতিতে গতিশীল। এই গতিকে বলে তাপীয় গতি। এই তাপীয় গতিতে গতিশীল কণার গতিবেগ কণার ভর ও গ্যাসের উষ্ণতার উপর নির্ভর করে। অপেক্ষাকৃত ভারি কণাগুলির (যেমন পরমাণু বা অণু) বেগ $10^4 - 10^5$ সেমি/সেকেণ্ড। কোন পরিবাহী মাধ্যমে আহিত বা আধানযুক্ত কণারা (ধাতুতে পরিবহণ ইলেকট্রন, তড়িৎ বিশ্লেষ্যে আয়ন এবং গ্যাসে ইলেকট্রন বা আয়ন) একই রকম তাপীয় বিশৃঙ্খল গতিতে গতিশীল। এই সব আধানযুক্ত কণাদের মধ্যে যারা অপেক্ষাকৃত ভারি তারা গ্যাস অণু বা পরমাণুর মতই একই পাল্লার তাপীয় গতিবেগ অর্জন করে। অপরপক্ষে হাল্কা আধানযুক্ত কণা ইলেকট্রন বা হোল (hole) $10^7 - 10^8$ সেমি/সেকেণ্ড বেগে তাপীয় গতি লাভ করে।

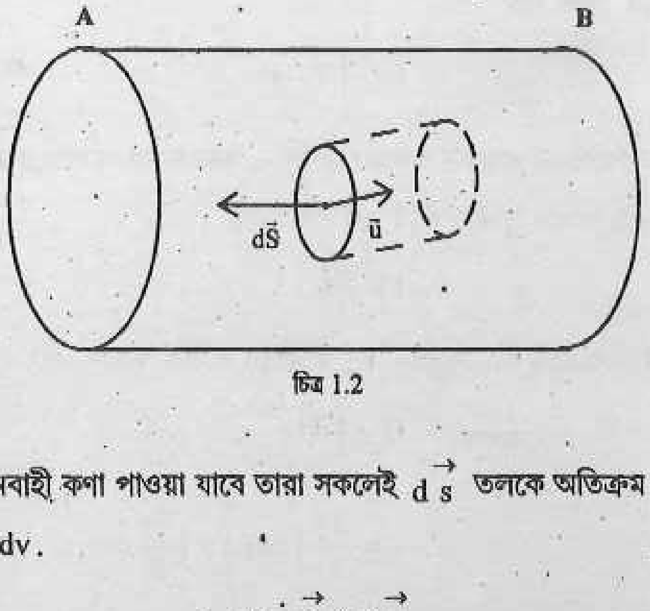
ইতিমধ্যে আপনারা আরো জেনেছেন যে, যেসব মাধ্যমে উল্লেখিত আধানযুক্ত কণারা আছে সেখানে যদি একটা তড়িৎক্ষেত্র আরোপ করা হয় তবে ঐসব কণার তাপীয় গতির সঙ্গে ওরা একটা নিয়ন্ত্রিত অতিরিক্ত গতি অর্জন করে যা কিনা তড়িৎ প্রবাহ উৎপন্ন করে। এই নিয়ন্ত্রিত গতির অভিমুখ আধানের উপর নির্ভর করে। ধনাত্মক আধানযুক্ত কণারা তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ এর অভিমুখী; অপরদিকে, ঋণাত্মক আধানযুক্ত কণারা $-\vec{E}$ এর অভিমুখী। এই অতিরিক্ত গতির বেগকে বলে চালনা বেগ (drift velocity) যার মান খুবই নগণ্য—সেকেণ্ডে 10^{-1} থেকে 10^{-3} সেমি পর্যন্ত। অর্থাৎ একটি তড়িৎ বর্তনীতে একটি ইলেকট্রনের গতি একবারেই উল্লেখযোগ্য নয়।

কিন্তু তড়িৎপ্রবাহের গতিবেগ সেক্ষেত্রে আধানযুক্ত কণিকাদের তাপীয় গতির বেগের থেকেও বেশি। প্রকৃত পক্ষে যখনই কোন পরিবাহীতে একটি তড়িৎক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তখনই প্রায় সঙ্গে সঙ্গে পরিবাহীর বহু দূর প্রান্তে তড়িৎপ্রবাহ পৌছে যায়। তড়িৎক্ষেত্র যে বেগে পরিবাহীর এক প্রান্ত থেকে অন্য প্রান্তে পৌছায়, প্রবাহমাত্রাও সেই একই বেগে গমন করে। তড়িৎক্ষেত্রের গতিবেগ আসলে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের গতিবেগ, অর্থাৎ আলোর গতিবেগের সমান (উল্লেখিত মাধ্যমে)। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, আমাদের বাড়িতে যে বিদ্যুৎ উৎপাদন কেন্দ্র থেকে তড়িৎ সরবরাহ করা হয় সেখানে যখনই বিদ্যুৎ সংযোগ দেওয়া হয়, আমরা প্রায় সঙ্গে সঙ্গে তড়িৎ প্রবাহ পাই, কিন্তু যে সুইচের সাহায্যে বিদ্যুৎ সংযোগ স্থাপিত হল, সেই সুইচের ইলেকট্রন হয়তো কয়েক বৎসর পর আমাদের বাড়ির বৈদ্যুতিক তারে এসে পৌছাবে।

মন্তব্য : আপনারা জানেন যে কোন বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হলে তার গতি ক্রমাগত বৃদ্ধি পায়। কিন্তু কোন মাধ্যমের মধ্যে তড়িৎক্ষেত্রের জন্য আধানবাহী কণার উপর বল প্রযুক্ত হয়ে যে চালনা বেগ উৎপন্ন করে তার মান ধ্রুবক। এটা কেন হয়? এর কারণ হল গতিশীল আধান কণা তার গতি পথে অবস্থিত ল্যাটিস কেন্দ্র গুলিতে (lattice centre—জালক কেন্দ্র) সংঘর্ষে লিপ্ত হয়। এই সংঘর্ষকালে আধান কণা তড়িৎক্ষেত্রে অর্জিত গতিশক্তি ল্যাটিস কেন্দ্রকে সরবরাহ করে। ফলে, আবার আধান কণাকে নতুন করে চালনাবেগ অর্জন করতে হয়। অপর দিকে ল্যাটিস কেন্দ্রের অর্জন শক্তি তাপশক্তিতে পরিণত হয়। এজন্যই পরিবাহীতে তড়িৎপ্রবাহ ঘটলে উহার উষ্ণতা বৃদ্ধি পায়। আরো লক্ষ্য করার যে এই সংঘর্ষই হল পরিবাহীর রোধের কারণ।

1.5 সন্ততি সমীকরণ (Equation of Continuity)

AB এমন একটি পরিবাহী যার অভ্যন্তরে প্রতি-একক আয়তনে আধানবাহী কণার সংখ্যা n (চিত্র 1.2) এই পরিবাহীর অভ্যন্তরে $d\vec{s}$ একটি অণুক্ষেত্র যাকে $\vec{u}$ গড় চালনাবেগে আধানবাহী কণাগুলি অতিক্রম করছে। dt সময়ে যে কোন একটি কণা $\vec{u}\,dt$ দূরত্ব অতিক্রম করে। অতএব dt সময়ে $d\vec{s}.\vec{u}\,dt$



চিত্র 1.2

আয়তনে যতগুলি আধানবাহী কণা পাওয়া যাবে তারা সকলেই $d\vec{s}$ তলকে অতিক্রম করেছে dt সময়ে। ধরা যাক এই আয়তন dv.

$$\therefore\ dv = \vec{u}\,dt.d\vec{s}$$

dv আয়তনে আধানবাহী কণার সংখ্যা হবে ndv। প্রতিটি কণার আধান e হলে dt সময়ে অতিক্রমকারী আধানের পরিমাণ হবে $dQ = endv = en\,\vec{u}\,dt.d\vec{s}$

বা $\frac{dQ}{dt} = en\,\vec{u}.d\vec{s}$

$d\vec{s}$ এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা dI হলে আমরা সংজ্ঞানুসারে লিখতে পারি

$$dI = en\,\vec{u}.d\vec{s} \qquad (1.7)$$

সমীকরণ (1.4) ও (1.7) এর তুলনা করলে আমরা লিখতে পারি

$$dI = \vec{J}.d\vec{s} \qquad (1.8)$$

যেখানে $$\vec{J} = en\,\vec{u} \qquad (1.9)$$

যে কোন একটি অনির্দিষ্ট তলের ক্ষেত্রে লেখা যায়

$$I = \int_s \vec{J}.d\vec{s} \qquad (1.10)$$

যদি একটি বদ্ধতল বিবেচনা করা হয় তবে (1.10) কে সংশোধিত করে লেখা যায়

$$I = -\oint_s \vec{J}.d\vec{s} \qquad (1.11)$$

ঋণাত্মক চিহ্ন ব্যবহার করার কারণ হল, তড়িৎপ্রবাহ অভ্যন্তর অভিমুখী। ভেক্টরের ডাইভার্জেন্স উপপাদ্য প্রয়োগ করে লেখা যায়

$$I = -\int_v \vec{\nabla}.\vec{J}\,dv \qquad (1.12)$$

যেখানে s তলদ্বারা v আয়তন আবদ্ধ। অর্থাৎ v আয়তনের অভ্যন্তরে তড়িৎপ্রবাহ যাওয়ায় ওর আধানবৃদ্ধি ঘটছে। এই আধান বৃদ্ধির গড়ই হল প্রবাহমাত্রা I.

$$\therefore\ I = \frac{dQ}{dt}$$

এখন v এর অভ্যন্তরে dv যেকোন অণু-আয়তনে সঞ্চিত আধান $dQ = \rho dv$,

অথবা $$Q = \int_v \rho dv$$

$$\therefore\ I = \frac{d}{dt}\left(\int_v \rho dv\right) = \int_v \frac{\delta\rho}{\delta t}dv \qquad (1.13)$$

যেহেতু $\rho = \rho(x,y,z,t)$, তাই $\frac{d\rho}{dt}$ এর পরিবর্তে $\frac{\delta\rho}{\delta t}$ লেখা হল। সমীকরণ (1.12) ও (1.13) থেকে লেখা যায়

$$\int_v \left(\vec{\nabla}.\vec{J} + \frac{\delta\rho}{\delta t}\right)dv = 0$$

যেহেতু dv যেকোন অনির্দিষ্ট আয়তন, তাই লেখা যায়

$$\vec{\nabla}.\vec{J}+\frac{\delta\rho}{\delta t}=0 \qquad (1.14)$$

এটাই সন্ততি সমীকরণ। প্রবাহ ঘনত্ব ও আধান ঘনত্ব এই সমীকরণ দ্বারা সম্পর্ক যুক্ত। যদি মাধ্যমের কোন বিন্দুতে সময় সাপেক্ষে আধান ঘনত্বের পরিবর্তন না হয়, অর্থাৎ যদি কালক্রমে মাধ্যমের কোথাও আধানের সঞ্চয় বা হ্রাস না ঘটে তবে $\frac{\delta\rho}{\delta t}=0$ এবং এরকম ক্ষেত্রে

$$\vec{\nabla}.\vec{J}=0$$

অর্থাৎ

$$\oint\vec{J}.d\vec{s}=0$$

এই শেষের সমীকরণ থেকে বুঝতে পারা যায় কোন পরিবাহীর অভ্যন্তরে যেকোন তলভেদী প্রবাহ ঘনত্ব সন্তত।

1.6 ওহ্মের সূত্র ও তড়িচ্চালক বল

আপনারা উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে ওহ্মের সূত্রের সঙ্গে পরিচিত হয়েছেন। সূত্রটি ধাতব পরিবাহী এবং যা অতিপরিবাহিতা ধর্মবর্জিত তেমন সাধারণ ধাতব পরিবাহীর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য। সূত্রটিকে বর্তমান পর্যায়ের উপযোগী করে বর্ণনা করলে দাঁড়ায় এরকম : কোন পরিবাহী তারের কোন অংশে যদি অন্য কোন তড়িৎ-উৎস [সরল ভোল্‌তীয় কোষ, সঞ্চয়ক কোষ, ডায়নামো, তাপযুগ্ম, আলোক-তড়িৎ উৎস ইত্যাদি] না থাকে এবং যদি পরিবাহীটি স্থিতিশীল হয় তবে তার উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে পরিবাহীতে প্রবাহিত প্রবাহমাত্রা পরিবাহীটির উল্লেখিত অংশটির দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদের সমানুপাতী।

ধরা যাক, অংশটির এক প্রান্তের বিভব V_1 এবং অন্য প্রান্তের বিভব V_2 . যদি প্রবাহমাত্রা হয় I তবে ওহ্মের সূত্রানুযায়ী লেখা যায়

$$\left.\begin{aligned} V_1-V_2&=RI \\ \text{বা}\quad I&=\frac{V_1-V_2}{R} \end{aligned}\right\} \qquad (1.15)$$

$\frac{1}{R}$ হল অনুপাতের ধ্রুবক এবং এই R হল পরিবাহীটির ঐ অংশের রোধ। পরীক্ষা দ্বারা দেখা যায় R-এর মান পরিবাহীর উপাদান প্রস্থচ্ছেদ এবং দৈর্ঘ্যের ওপর নির্ভর করে এবং উষ্ণতার ওপরও R-এর মান নির্ভরশীল।

$$R = \rho\frac{l}{A} \qquad (1.16)$$

যেখানে $l =$ পরিবাহীর দৈর্ঘ্য, $A =$ উহার প্রস্থচ্ছেদ এবং $\rho =$ পরিবাহীর উপাদানের রোধাঙ্ক।

মন্তব্য : (1) ওহ্‌মের সূত্রটি কিন্তু প্রবাহমাত্রা ও বিভব পার্থক্যের মধ্যে কোন সার্বজনীন সম্পর্ক নয়। যদি কোন ধাতু অতিপরিবাহী অবস্থায় না থাকে তবে ওহ্‌মের সূত্রটি অতি উচ্চ প্রবাহমাত্রা পর্যন্ত সঠিক। গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা ও বিভবপ্রভেদ সমানুপাতী হয় যদি বিভবপ্রভেদ খুব কম হয়। অর্ধ পরিবাহীর ক্ষেত্রে যদি তড়িৎক্ষেত্র 10^4 থেকে 10^5 ভোল্ট /সেমি না অতিক্রম করে তাহলে ওহ্‌মের সূত্র প্রযোজ্য। অপরদিকে তাপীয় তড়িৎ নিঃসরণের জন্য আমরা যে তাপায়ন ভাল্‌ব ব্যবহার করি সেখানে ওহ্‌মসূত্র একেবারেই প্রযোজ্য নয়। (2) যেসব ক্ষেত্রে মাধ্যমের রোধ প্রবাহমাত্রার ওপর নির্ভর করে না, কেবলমাত্র তেমন ক্ষেত্রে ওহ্‌ম সূত্র প্রয়োগ করা চলে।

তড়িচ্চালক বল

আপনারা জানেন কোন তড়িৎ-উৎসের দুই তড়িৎ-দ্বারের মধ্যে একটা বিভব পার্থক্য থাকে। একটি তড়িৎদ্বার ধনাত্মক বিভবযুক্ত, অন্যটি ঋণাত্মক বিভবযুক্ত। যদি একটি রোধের মধ্য দিয়ে দুই তড়িৎদ্বারকে যুক্ত করা হয় তবে এতে তড়িৎপ্রবাহ চলবে এবং বিভব পার্থক্যও বজায় থাকবে। অথচ আমরা জানি ইলেকট্রন ঋণাত্মক তড়িৎ-দ্বার বা ক্যাথোড থেকে ধনাত্মক তড়িৎ-দ্বার বা অ্যানোডে গেলে বিভব পার্থক্য হ্রাস পাওয়া উচিৎ। কেন এমন হয়? নিশ্চয়ই তড়িৎ-উৎসের মধ্যে এমন কোন বল কাজ করে যা তক্ষুনি ঋণাত্মক তড়িৎ-দ্বারে পৌঁছনো ইলেকট্রনগুলিকে আবার ঋণাত্মক তড়িৎদ্বারে ফিরিয়ে আনে। এই বল নিশ্চিতভাবেই বৈদ্যুতিক বল নয়। কেননা ওটি ইলেকট্রনকে অ্যানোডের আকর্ষণ বল ও ক্যাথোডের বিকর্ষণ বলের বিরুদ্ধে অ্যানোড থেকে ক্যাথোডে সঞ্চালিত করে। একে বলে অবৈদ্যুতিক বা বহির্ধর্মী বল (extraneous force)। একক পরিমাণ আধানকে এই বহির্ধর্মী বল ধনাত্মক তড়িৎ-দ্বার থেকে ঋণাত্মক তড়িৎদ্বারে নিয়ে যেতে যে কাজ করে তাকে বলে এ তড়িৎ-উৎসের তড়িচ্চালক বল। কাজে কাজেই তড়িচ্চালক বল এই অর্থে কোন বল নয়। এই কাজ বৈদ্যুতিক বল ইলেকট্রনকে ঋণাত্মক তড়িৎদ্বার থেকে কোন পরিবাহীর মধ্য দিয়ে ধনাত্মক তড়িৎদ্বারে নিয়ে যেতে পরিবাহীর মধ্যে শক্তি ব্যয় করে এবং এই ব্যয়িত শক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। এই জন্য পরিবাহীর মধ্যে তড়িৎক্ষেত্রের কোন পরিবর্তন হয় না, কেননা এই ক্ষেত্রকে ইলেকট্রন সঞ্চারণের জন্য নিজের শক্তি ব্যয় করতে হয় না, সমস্ত শক্তিটাই সরবরাহ করে তড়িৎ-উৎস।

1.7 বর্তনীর যে কোন অংশে ওহ্‌ম-সূত্রের প্রয়োগ

বর্তনীর যে অংশে কোন তড়িৎ-উৎস নেই সেখানে ওহ্‌ম সূত্রের প্রয়োগ [সমীকরণ (1.15)] আপনারা জানেন। কিন্তু যদি বর্তনীর কোন অংশে তড়িৎ-উৎস বর্তমান থাকে সেক্ষেত্রে ওহ্‌ম সূত্রের প্রয়োগ কীভাবে

চিত্র 1.3

করা যেতে পারে? চিত্র 1.3-এ A ও B বর্তনী অংশে একটি তড়িৎ-উৎস ও একটি রোধ আছে। ধরা যাক তড়িৎ-উৎসের তড়িচ্চালক বল E এবং A থেকে B পর্যন্ত বর্তনী অংশের রোধ R। রোধ R যদি প্রবাহমাত্রা I-এর দ্বারা প্রভাবিত না হয় তবে আমরা ওহ্‌ম সূত্র প্রয়োগ করতে পারি এবং লিখতে পারি

$$IR = V_A - V_B \qquad (1.17)$$

যেখানে V_A ও V_B যথাক্রমে A ও B বিন্দুর বিভব। সমীকরণ (1.17)-এর ডানদিককে বলতে পারি একক ধনাত্মক আধানের ওপর A ও B-এর মধ্যে অবস্থিত তড়িৎক্ষেত্রের কৃতকার্য। এখন যদি এই অংশে তড়িৎক্ষেত্রের সঙ্গে কোন তড়িৎ-উৎসজাত বহির্ধর্মী বল বর্তমান থাকে তবে এই কৃতকার্যের সঙ্গে এই বহির্ধর্মী বলের কৃতকার্যও যুক্ত করতে হবে। যদি একক ধনাত্মক আধানের উপর এই বহির্ধর্মী বলের কৃতকার্য হয় $\mathcal{E}$ তবে (1.17) সমীকরণকে সংশোধন করে লেখা যায়

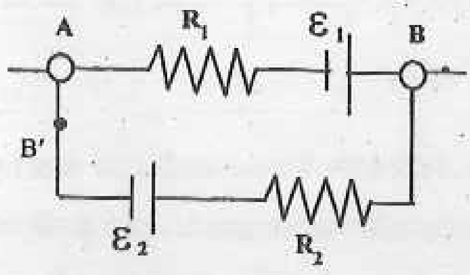
$$IR = V_A - V_B + \mathcal{E} \qquad (1.18)$$

সমীকরণ (1.18)-এর ডানদিকে একক ধনাত্মক আধানের উপর তড়িৎ-বল ও অতড়িৎ-বল বা বহির্ধর্মী বলের এই কৃতকার্যকে বলে বর্তনীর A থেকে B অংশে বিভব পতন (voltage drop). $\mathcal{E}$-কে ধনাত্মক ধরা হবে যদি তড়িৎ-প্রবাহ হয় উৎসের ঋণাত্মক তড়িৎদ্বার থেকে ধনাত্মক তড়িৎদ্বারের দিকে এবং I হবে ঋণাত্মক যদি তার গতিমুখ হয় A থেকে B-এর দিকে। কোন বর্তনীতে যখন I-এর অভিমুখ অজ্ঞাত তখন তার ওপর যে কোন অভিমুখিতা আরোপ করা যেতে পারে এবং সমীকরণগুলির সমাধানের পর I-এর সঠিক অভিমুখ নির্ধারণ করা যায়।

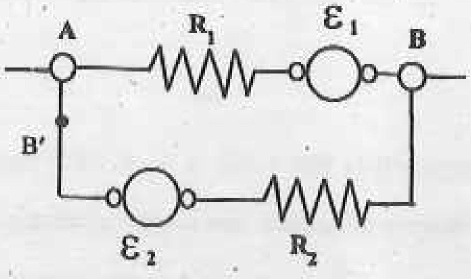
সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন—1 : একটি বর্তনীর A থেকে B অংশে শ্রেণী সমবায়ে 2Ω এবং 3Ω রোধ এবং 2V ও 5V-এর দুটি তড়িৎ কোষ যারা বিপরীতভাবে যুক্ত আছে। A থেকে B অভিমুখে I = 3A (a) $V_A - V_B$ এবং (b) $V_A - V_B = -5V$ হলে, I নির্ণয় করুন।

1.8 পূর্ণ বর্তনীর ক্ষেত্রে ওহ্‌ম-সূত্র

2.1 এককে আংশিক বর্তনীর ক্ষেত্রে ওহ্‌ম সূত্রের রূপটি আমরা সমীকরণ (1.18)-এ পাই। পূর্ণ বর্তনীর ক্ষেত্রেও আমরা এই সমীকরণটিকে ব্যবহার করতে পারি।



চিত্র 1.4 (a)



চিত্র 1.4 (b)

চিত্র 1.4(a) বা 1.4(b) একটি পূর্ণ বর্তনী। ধরা যাক এই পূর্ণ বর্তনীর রোধ R এবং উপস্থিত তড়িৎ-উৎস সমূহের তড়িচ্চালক বলের বীজগাণিতিক সমষ্টি ε। বর্তনীটিকে দুটি অংশ বর্তনীরূপে বিবেচনা করা যায় : (a) A থেকে B, যার মধ্যে তড়িৎ-উৎস ε_1 ও মোট রোধ R_1 অবস্থিত এবং (b) B থেকে B′, যার মধ্যে উৎস ε_2 এবং মোট রোধ R_2 অবস্থিত। অতএব (a) ও (b) বর্তনী-অংশের জন্য ওহ্‌ম সূত্রের (1.18) দ্বারা পাই

$$IR_1 = V_A - V_B + \varepsilon_1$$

$$IR_2 = V_B - V_{B'} + \varepsilon_2$$

$$\therefore \; I(R_1 + R_2) = V_A - V_{B'} + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\Rightarrow IR = V_A - V_{B'} + \varepsilon$$

কিন্তু A ও B′ কার্যত একই বিন্দু, কেননা ওদের মধ্যে কোন রোধ নেই। তাই $V_A - V_{B'} = 0$

$$\left.\begin{aligned} \therefore \; IR &= \varepsilon \\ I &= \frac{\varepsilon}{R} \end{aligned}\right\}$$

অর্থাৎ পূর্ণ বর্তনীতে ওহ্‌ম সূত্র হল : বর্তনীতে উপস্থিত তড়িচ্চালক বলগুলির বীজগাণিতিক সমষ্টি বর্তনীর প্রবাহমাত্রা ও মোট রোধের গুণফলের সমান। সমীকরণ (1.19)-এর প্রথমটি থেকে লেখা যায়

$$IRq = \mathcal{E}q$$

যেখানে $q = +1$ একক আধান। অতএব $IRq =$ বহির্বর্তনীতে কৃত কার্য এবং $\mathcal{E}q =$ বহির্ধর্মী বল কর্তৃক কৃতকার্য। তাই তড়িচ্চালক বলের সংজ্ঞা হিসাবে লেখা যায় : কোন পূর্ণ বর্তনীতে উপস্থিত মোট তড়িচ্চালক বল হল ঐ বর্তনীতে একটি একক ধনাত্মক আধানকে আবর্তিত করতে বহির্ধর্মী বল কর্তৃক কৃতকার্য।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন—2 : প্রমাণ করুন যে বহির্ধর্মী বল উৎসজাত বল নয় (not potential).

1.9 প্রবাহ ঘনত্ব এবং পরিবাহীতে তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যের সম্পর্ক : ওহ্‌ম সূত্রের অবকল রূপ :

আপনারা একক 1.4-এ দেখেছেন, প্রবাহ ঘনত্ব ও আধানের গড় চালনা বেগ (mean drift velocity) $\vec{u}$-এর সম্পর্কটি হল

$$\vec{J} = en\,\vec{u} \qquad (1.20)$$

যেখানে আধানবাহী কণার আধান e এবং প্রতি একক আয়তনে এরকম কণার সংখ্যা n। সমীকরণ (1.20) থেকে আমরা $\vec{J}$ এবং $\vec{E}$ এর মধ্যে একটি সম্পর্ক স্থাপন করতে পারি। আমরা ইতিমধ্যে জেনেছি প্রবাহমাত্রার সঙ্গে বিভব প্রভেদ তথা বিভবের একটা সম্পর্ক আছে। অপরদিকে প্রবাহমাত্রার সঙ্গে প্রবাহ ঘনত্ব সম্পর্কযুক্ত এবং বিভবের সঙ্গে তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যও সম্পর্কযুক্ত। অর্থাৎ ভেক্টর রাশি $\vec{J}$ এবং $\vec{E}$ যথাক্রমে স্কেলার রাশি I ও V-এর সঙ্গে সম্পর্কযুক্ত বলেই আমরা অনুমান করতে পারি $\vec{J}$ ও $\vec{E}$ এর মধ্যে একটা সম্পর্ক স্থাপন সম্ভব। অর্থাৎ বলা চলে, যদি প্রবাহমাত্রা বিভবপ্রভেদের সমানুপাতী হয়, তবে প্রবাহ ঘনত্বও তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যের সমানুপাতীই হবে।

আমরা জানি গড় চালনা বেগ $\vec{u}$ উৎপন্ন হয় আধানযুক্ত কণার উপর তড়িৎক্ষেত্রের ক্রিয়ায়। তাই $\vec{u}$ এবং $\vec{E}$ সম্পর্কযুক্ত হবে। এই সম্পর্ক নির্ণয় করার জন্য আমরা একটি ধাতব পরিবাহী বিবেচনা করি। অতএব এখানে আধান বাহক কণা হল ইলেকট্রন। তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে ইলেকট্রনসমূহ ত্বরণসহ গতিশীল হয় এবং কিছুক্ষণ পরপর কেলাস ল্যাটিসের সঙ্গে সংঘর্ষ ঘটায় এবং তড়িৎক্ষেত্র থেকে অর্জিত শক্তি যে ল্যাটিসের সঙ্গে সংঘর্ষ ঘটে তাকে দান করে। এই সংঘর্ষ ঘটার দরুণ ইলেকট্রন তার প্রাথমিক গতির অবস্থায় ফিরে যায়। অর্থাৎ ইলেকট্রনে কেবল তাপীয় গতি থাকে, কিন্তু কোন নিয়ন্ত্রিত চালনা গতি (drift motion)

থাকে না। দুটি সংঘর্ষের মধ্যবর্তী সময়ে ইলেকট্রন তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে এই নিয়ন্ত্রিত গতি বা চালনা গতি অর্জন করে। সংঘর্ষ মধ্যবর্তী সময়কে বলে মুক্ত কাল (free time)। এই সময় শেষে এবং পরবর্তী সংঘর্ষের ঠিক আগে চালনা গতিবেগ হয় সর্বোচ্চ। যদি সংঘর্ষের ফলে ইলেকট্রনের চালনাগতি শূন্য না হতো, তবে ওদের বেগ ক্রমাগত বৃদ্ধি পেতো এবং সেইজন্য তড়িৎ প্রবাহমাত্রাও ক্রমাগত বৃদ্ধি পেতো। কিন্তু আপনারা জানেন, তড়িৎক্ষেত্র অপরিবর্তিত থাকলে, অর্থাৎ পরিবাহীর দুই প্রান্তে বিভব প্রভেদ না পরিবর্তিত হলে প্রবাহমাত্রাও পরিবর্তিত হয় না। অতএব যে কোন সংঘর্ষ ঘটার পরপর ইলেকট্রনের নিয়ন্ত্রিত গতির প্রাথমিক বেগ হবে শূন্য। তড়িৎক্ষেত্রের প্রযুক্ত বল $\vec{F} = e\vec{E} = m\vec{a}$, যেখানে m ও $\vec{a}$ হল ইলেকট্রনের ভর ও ত্বরণ। অতএব, $\vec{a} = \frac{e\vec{E}}{m}$ ।

যদি পরবর্তী সংঘর্ষ ঘটার মধ্যে মুক্তকাল হয় T, তবে সর্বোচ্চ চালনাবেগ হবে

$$\vec{u}_{max} = \vec{a}\,T = \left(\frac{eT}{m}\right)\vec{E}$$

অতএব নিয়ন্ত্রিত চালনাগতির গড় বেগ হবে

$$\vec{u} = \frac{\vec{u}_{max} + 0}{2} = \left(\frac{eT}{2m}\right)\vec{E} \qquad (1.21)$$

অথবা $\vec{u} = b\vec{E}$

যেখানে $b = \left(\frac{eT}{2m}\right)$

b-কে বলে সচলতা গুণাঙ্ক (mobility coefficient)। অতএব (1.20) ও (1.21) থেকে লেখা যায়

$$\vec{J} = \left(\frac{ne^2T}{2m}\right)\vec{E} \qquad (1.22)$$

বা $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ (1.23)

যেখানে $\sigma = \frac{ne^2T}{2m} = enb$ (1.24)

σ-কে বলে পরিবাহীর পরিবাহিতা। en হল কোন পরিবাহীর আধান ঘনত্ব। অতএব

পরিবাহিতা = আধানঘনত্ব × সচলতা গুণাঙ্ক

সমীকরণ (1.24) থেকে আপনারা দেখতে পাচ্ছেন যে কোন পরিবাহীর পরিবাহিতা তার পরিবহণ বা মুক্ত ইলেকট্রনের ঘনত্ব ও মুক্ত কালের সমানুপাতী এবং আধান বাহকের ভরের ব্যস্তানুপাতী।

সমীকরণ (1.23)-কে বলা হয় ওহ্‌ম সূত্রের অবকল রূপ (Differential form of Ohm's Law). প্রসঙ্গত আপনাদের জানা উচিৎ যে সাধারণ যে ওহ্‌ম সূত্র $IR = V_A - V_B$, তাকে বলে ওহ্‌ম সূত্রের সমাকল রূপ। এরকম নামকরণের কারণ হল এই যে সমীকরণ (1.23) ও সাধারণ ওহ্‌ম সূত্রকে এভাবে লেখা যায় :

$$\vec{J} = -\sigma \vec{\nabla} V \qquad (1.25)$$

$$I = \frac{1}{R}\int_A^B dV \qquad (1.26)$$

সমীকরণ (1.23) বা (1.25) কোন পরিবাহীর অভ্যন্তরে কোন বিন্দুতে প্রযোজ্য, কিন্তু সাধারণ ওহ্‌ম সূত্র (1.26) কোন সাধারণ পরিবাহীর একটা নির্দিষ্ট অংশের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য।

ওহ্‌ম সূত্রের অবকল রূপের প্রয়োগ

যে পরিবাহী মাধ্যমে তড়িৎ ক্ষেত্রের সঙ্গে বহির্ধর্মী বল (extraneous force) উপস্থিত সেখানেও আমরা সমীকরণ (1.23) অর্থাৎ ওহ্‌ম সূত্রের অবকল রূপ প্রয়োগ করতে পারি। যদি $\vec{E}_{ex} =$ বহির্ধর্মী বলক্ষেত্রের প্রাবল্য, অর্থাৎ একক ধনাত্মক আধানের ওপর বহির্ধর্মী বল হয়, তবে ওহ্‌ম সূত্রকে লেখা যায়

$$\vec{J} = \sigma\left(\vec{E} + \vec{E}_{ex}\right) \qquad (1.27)$$

ধরা যাক আমাদের বিবেচ্য পরিবাহীটি সরল (linear) প্রকৃতির, অর্থাৎ এর যে কোন প্রস্থচ্ছেদের ওপর প্রবাহঘনত্ব, ক্ষেত্রপ্রাবল্য, পরিবাহিতা এবং অন্যান্য ভৌত ধর্মগুলি ধ্রুবক। যদি এই পরিবাহীর $\Delta \vec{l}$ দৈর্ঘ্য বিবেচনা করা যায় তবে (1.27) থেকে পাই

$$\vec{J}.\Delta \vec{l} = \sigma\left(\vec{E}.\Delta \vec{l} + \vec{E}_{ex}.\Delta \vec{l}\right)$$

এখন $\qquad \vec{J}.\Delta \vec{l} = J\Delta l = Js\frac{\Delta l}{s} = I\frac{\Delta l}{s}$, $s =$ প্রস্থচ্ছেদ।

অতএব $\qquad I\frac{\Delta l}{\sigma s} = \vec{E}.\Delta \vec{l} + \vec{E}_{ex}.\Delta \vec{l}$

$$\Rightarrow I\int_A^B \frac{dl}{\sigma s} = \int_A^B \vec{E}.d\vec{l} + \int_A^B \vec{E}_{ex}.d\vec{l} \qquad (1.28)$$

যেখানে পরিবাহীর বিবেচ্য অংশ A ও B বিন্দুতে ছেদিত। লক্ষ্যণীয় যে

$$\int_A^B \frac{dl}{\sigma s} = \rho\frac{l}{s} = R_{AB} \qquad (1.29)$$

যেখানে $\rho = \frac{1}{\sigma}$ এবং R_{AB} হল A ও B-এর মধ্যে মোট রোধ। আবার,

$$\int_A^B \vec{E}.d\vec{l} = -\int_A^B \vec{\nabla}V.d\vec{l} = -\int_A^B dV = -(V_B - V_A) = V_A - V_B \qquad (1.30)$$

অতএব (1.28), (1.29) ও (1.30) থেকে লেখা যায়

$$IR_{AB} = V_A - V_B + \int_A^B \vec{E}_{ex}.d\vec{l} \qquad (1.31)$$

স্পষ্টতঃই $\int_A^B \vec{E}_{ex}.d\vec{l}$ হল বহির্ধর্মী বল কর্তৃক A থেকে B-এর মধ্যে একক ধনাত্মক আধানের ওপর কৃতকার্য। অর্থাৎ এটি হলো বর্তনীর A থেকে B অংশের মধ্যে বর্তমান মোট তড়িচ্চালক বল ε_{AB}

$$\therefore \ IR_{AB} = V_A - V_B + \varepsilon_{AB} \qquad (1.32)$$

যেখানে $$\varepsilon_{AB} = \int_A^B \vec{E}_{ex}.d\vec{\ell} \qquad (1.33)$$

1.10 কার্যফের সূত্র : প্রবাহমাত্রার সন্ততি

কার্যফের সূত্রের সাহায্যে যত খুশি সংখ্যক সংযোগ বর্তনীর সমাধান সম্ভব। অপরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহ বর্তনীর ক্ষেত্রে কার্যফের দুটি সূত্র বর্তমান : প্রথম সূত্র—কার্যফের প্রবাহমাত্রার সূত্র (Kirchhoff's Current Law–KCL) এবং দ্বিতীয় সূত্র—কার্যফের ভোল্টেজ বা বিভবপতন সূত্র (Kirchhoff's Voltage Law–KVL)

প্রথম সূত্র : কোন বর্তনীর কোন সংযোগবিন্দুমুখী প্রবাহমাত্রা গুলির সমষ্টি ঐ বিন্দুবহির্মুখী প্রবাহমাত্রা গুলির সমষ্টির সমান। অথবা কোন বর্তনীর কোন সংযোগবিন্দুতে যে সমস্ত প্রবাহমাত্রাগুলি মিলিত হয় তাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি শূন্য।

যদি সংযোগবিন্দুমুখী প্রবাহমাত্রাগুলিকে ধনাত্মক ধরা হয় তবে বহির্মুখী প্রবাহমাত্রাগুলি হবে ঋণাত্মক এবং গাণিতিকভাবে কার্যফের প্রবাহমাত্রার সূত্রটিকে লেখা যায় $\sum I = 0$

মন্তব্য : কার্যফের এই সূত্রটি যদিও খুবই প্রতীয়মানযোগ্য তবুও এটা হল একটি সাধারণ সূত্রের অপরিবর্তী প্রবাহ বর্তনীতে প্রযোজ্য রূপ। সাধারণ সূত্রটি হল কোন বর্তনীর কোন সংযোগবিন্দু অভিমুখী ও বহির্মুখী প্রবাহমাত্রাগুলির সমষ্টির পার্থক্য ঐ বিন্দুতে আধানের পরিবর্তনের হারের সমান। এই সূত্রটিকে বলে প্রবাহমাত্রার সন্ততি সূত্র।

যদি কোন সংযোগবিন্দুতে আগত আধান ও একই অবকাশে নির্গত আধান যথাক্রমে q_1 ও q_2 হয় তবে ঐ বিন্দু ঐ অবকাশে আধানের পরিবর্তন q হলে

$$q_2 - q_1 = q$$

$$\Rightarrow \frac{dq_2}{dt} - \frac{dq_1}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

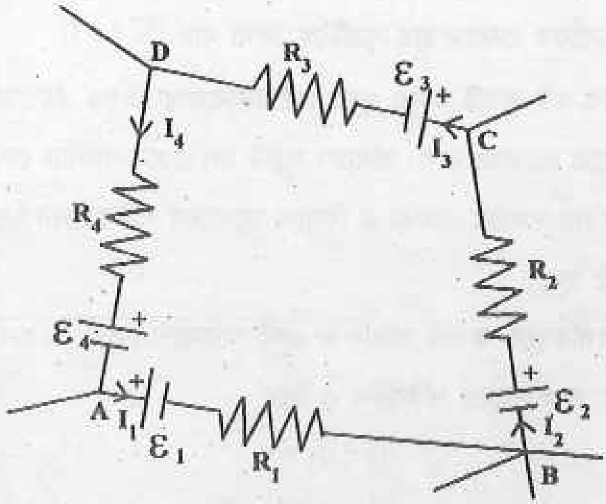
$$\Rightarrow I_2 - I_1 = \frac{dq}{dt} \qquad (1.34)$$

এই সমীকরণটিই হল প্রবাহমাত্রার সন্ততি সূত্র। যেহেতু অপরিবর্তী প্রবাহবর্তনীর কোথাও আধানের সঞ্চয় বা ক্ষয় ঘটে না (তা না হলে বিভবের এবং সেই জন্য প্রবাহমাত্রার পরিবর্তন ঘটে এবং প্রবাহকে আর অপরিবর্তী বলা যায় না) তাই $\frac{dq}{dt} = 0$, অতএব, $I_1 = I_2$, এটাই কার্যফের প্রথম সূত্র।

দ্বিতীয় সূত্র : কোন বহু-সংযোগ বিশিষ্ট বর্তনীর যে কোন একটি বদ্ধবর্তনী অংশে বিভব পতনের বীজগাণিতিক সমষ্টি ঐ অংশে উপস্থিত তড়িৎ-উৎস সমূহের তড়িচ্চালক বলের বীজগাণিতিক সমষ্টির সমান। অথবা কোন বদ্ধ বর্তনীতে বিভবপতন ও তড়িচ্চালক বলগুলির বীজগাণিতিক সমষ্টি শূন্য।

যদি যে কোন পরিবাহীতে বিভব পতন ও তাতে উপস্থিত তড়িচ্চালক বলকে ভোল্টেজ V দ্বারা সূচিত করা হয় তবে কার্যফের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী $\sum V = 0$ ।

প্রমাণ : কোন বহুসংযোগ বিশিষ্ট বর্তনীর একটা বদ্ধ অংশ ABCDA বিবেচনা (চিত্র 1.5) করা হল।



চিত্র 1.5

এই বদ্ধ বর্তনীর প্রতি জোড়া সংযোগ বিন্দু মধ্যস্থ অংশে ওহ্‌মের সূত্র প্রয়োগ করলে পাই

$$I_1R_1 = V_A - V_B + \varepsilon_1$$
$$I_2R_2 = V_B - V_C + \varepsilon_2$$
$$I_3R_3 = V_C - V_D + \varepsilon_3$$
$$I_4R_4 = V_D - V_A + \varepsilon_4$$

সমীকরণগুলির দুই দিকের রাশিমালা যোগ করে পাই

$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_3R_3 + I_4R_4 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_4$$

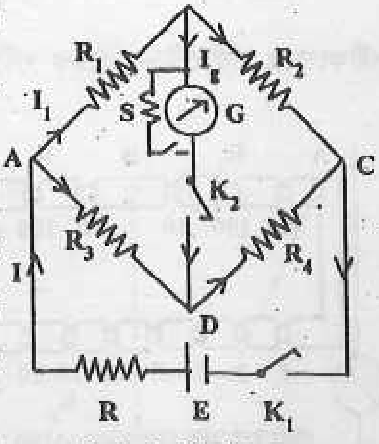
অর্থাৎ
$$\sum IR = \sum \varepsilon$$

মন্তব্য : কার্যফের দ্বিতীয় সূত্রটি যেখানে কোন অপরিবর্তী প্রবাহ নেই তেমন ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য।

1.11 হুয়িটস্টোন ব্রিজ (Wheatstone Bridge)

হুয়িটস্টোন ব্রিজ এমন এক তড়িৎ বর্তনী যার সাহায্যে ব্যাপকভাবে কোন অজানা মানের রোধ নির্ণয় করা যায় সহজেই। চিত্র 1.6-এ হুয়িটস্টোন ব্রিজ প্রদর্শিত হলো। এই ব্যবস্থায় AB ও BC বাহুকে বলা হয় প্রথম ও দ্বিতীয় বাহু। এই বাহু দুটির রোধ R_1 ও R_2-এর অনুপাত জানা থাকে। প্রয়োজনমত R_1 ও R_2-এর মান পরিবর্তন করে অন্য কোন অনুপাত গঠন করা চলে। AD হল তৃতীয় বাহু। এই বাহুর রোধ R_3 পরিবর্তনযোগ্য এবং R_3-এর মান জানা। CD বা চতুর্থ বাহু হল অজানা রোধের বাহু, অর্থাৎ R_4

অজানা। প্রথম ও দ্বিতীয় বাহুর সংযোগস্থল থেকে তৃতীয় ও চতুর্থ বাহুর সংযোগস্থলে একটি গ্যালভানোমিটার ও একটি সংযোজক চাবির মাধ্যমে যুক্ত করা হয়। R দ্বারা প্রবাহমাত্রা নিয়ন্ত্রণ করা হয়। একটি নির্দিষ্ট অনুপাত $\frac{R_1}{R_2}$ এর জন্য যদি R_3-কে এমনভাবে পরিবর্তন করা হয় যেন $\frac{R_1}{R_2}=\frac{R_3}{R_4}$ হয়, তা হলে গ্যালভানোমিটারের মধ্য দিয়ে কোন তড়িৎপ্রবাহ যাবে না, অর্থাৎ গ্যালভানোমিটারের কাঁটা কোন রকম বিক্ষিপ্ত হবে না। একে বলে হুয়িটস্টোন ব্রিজের ভারসাম্যাবস্থা (balanced condition)। সাধারণত প্রথমে K_1 দিয়ে বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হয়। তারপর K_2 সংযোগ দ্বারা গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপ পর্যবেক্ষণ করা হয়। সুবেদি গ্যালভানোমিটারের সঙ্গে একটি শান্ট S ব্যবহার করা হয়। মোটামুটি ভারসাম্য অবস্থা পাওয়ার পর S বিচ্ছিন্ন করা হয়।



চিত্র 1.6 : হুয়িটস্টোন ব্রিজ

ধরা যাক, $I =$ কোষ থেকে নির্গত প্রবাহমাত্রা

$I_1 =$ শাখায় প্রবাহমাত্রা

$I_g =$ গ্যালভানোমিটারে প্রবাহমাত্রা

কার্যফের প্রবাহের সূত্র থেকে লেখা যায় :

R_3-এ প্রবাহমাত্রা $= I - I_1$

R_2-এ প্রবাহমাত্রা $= I_1 - I_g$

এবং R_4 -এ প্রবাহমাত্রা $= I - I_1 + I_g$

আবার কার্যফের ভোল্টেজ সূত্র থেকে লেখা যায় :

জালক ABDA-এর ক্ষেত্রে : $I_1R_1 + I_gG - (I - I_1)R_3 = 0$

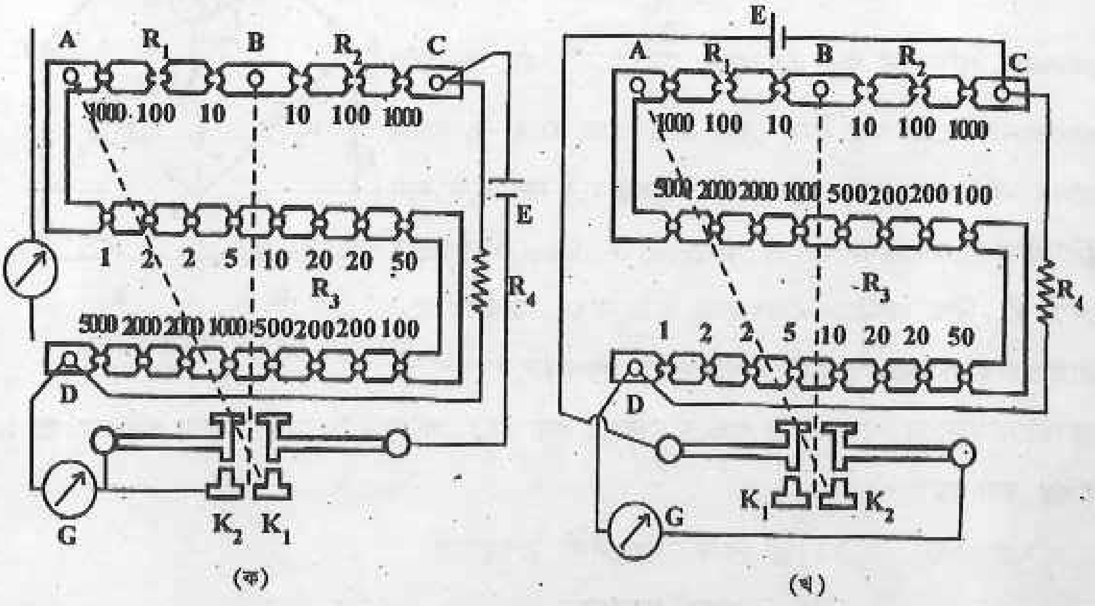
জালক BCDB-এর ক্ষেত্রে : $(I_1 - I_g)R_2 - (I - I_1 + I_g)R_4 - I_gG = 0$

ভারসাম্যাবস্থায় গ্যালভানোমিটার প্রবাহ $I_g = 0$। অতএব আমরা লিখতে পারি

$I_1R_1 = (I - I_1)R_3$

$I_1R_2 = (I - I_1)R_4 \qquad \therefore \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \qquad (1.35)$

অতএব দেখা যাচ্ছে যে যদি $\frac{R_1}{R_2}$ এবং R_3 জানা থাকে তবে অজানা রোধ R_4 নির্ণয় করা যায়। পরীক্ষাগারে হুয়িটস্টোন ব্রিজের পরীক্ষামূলক ব্যবস্থা হল পোস্টঅফিস বাক্স (Post Office Box) চিত্র



চিত্র 1.7: পোস্টঅফিস বাক্স

[1.7]। এটা আসলে নানা মানের একটি রোধ বাক্স। রোধগুলি হুয়িটস্টোন ব্রিজের বর্তনী অনুসরণ করে সজ্জিত। A এবং B-এর মধ্যে R_1-এর মানগুলি 10Ω, 100Ω এবং 1000Ω। একইভাবে B ও C-এর মধ্যে R_2-এর রোধগুলি হল 10Ω, 100Ω এবং 1000Ω। অতএব R_1 ও R_2-এর বিভিন্ন রোধ-চাবি তুলে R_1/R_2-এর বিভিন্ন অনুপাত পাওয়া যায়। A এবং D-এর মধ্যে তৃতীয় বাহু রোধ R_3-এর মানগুলি 1 : 2 : 2 : 5 এই অনুপাতে 1Ω থেকে 5000Ω পর্যন্ত থাকে। রোধগুলি হল : 1, 2, 2, 5; 10, 20, 20, 50; 100, 200, 200, 500; 1000, 2000, 2000, 5000 ওহ্ম। ফলে 1Ω থেকে $11{,}110\Omega$ পর্যন্ত সমস্ত পূর্ণসংখ্যক ওহ্মের রোধ R_3 বাহুতে পাওয়া যাবে। R_4-এর নির্দিষ্ট মানের জন্য R_1/R_2 অনুপাতের সমান অনুপাত পেতে R_3 বাহু থেকে উপযুক্ত মানের রোধ তুললে দেখা যাবে যে গ্যালভানোমিটার কোন বিক্ষেপ দেখাচ্ছে না।

1.12 অপ্রতিমিত বা ভারসাম্যহীন হুয়িটস্টোন ব্রিজে গ্যালভানোমিটার প্রবাহ

আমরা যদি হুয়িটস্টোন ব্রিজটি লক্ষ্য করি তবে দেখা যায় যে ABDA জালক, BCDB জালক এবং ABCBEA জালকে I_g (গ্যালভানোমিটার প্রবাহ) এবং তড়িচ্চালক বল E উপস্থিত। এই তিনটি জালকে কার্যফের দ্বিতীয় সূত্র অর্থাৎ বিভবপতন সূত্রটি প্রয়োগ করলে পাই :

জালক ABDA থেকে $\quad I_1R_1 + I_gG - (I - I_1)R_3 = 0$

জালক BCDB থেকে $\quad (I_1 - I_g)R_2 - (I - I_1 + I_g)R_4 - I_gG = 0$

জালক ABCEA থেকে $\quad I_1R_1 + (I_1 - I_g)R_2 + RI = E$

এখন I, I_1, I_g-এর সহগ হিসেবে সাজিয়ে পাই

$$-R_3I + (R_1 + R_3)I_1 + GI_g = 0$$
$$-R_4I + (R_2 + R_4)I_1 - (R_2 + R_4 + G)I_g = 0$$
$$RI + (R_1 + R_2)I_1 - R_2I_g - E = 0$$

সহ সমীকরণ সমাধানের ক্র্যামার পদ্ধতি প্রয়োগ করে এই সমীকরণ তিনটি সমাধান করা যায়। অভীষ্ট ডিটারমিনান্টটি হল

$$\Delta = \begin{vmatrix} I & I_1 & I_g & 1 \\ -R_3 & R_1 + R_3 & G & 0 \\ -R_4 & R_2 + R_4 & -(R_2 + R_4 + G) & 0 \\ R & R_1 + R_2 & -R_2 & -E \end{vmatrix}$$

প্রবাহমাত্রাগুলির সমাধান হল

$$\frac{I}{I \text{ মাইনর}} = \frac{-I_1}{I_1 \text{ মাইনর}} = \frac{I_G}{I_G \text{ মাইনর}} = \frac{-1}{1 \text{ মাইনর}}$$

অতএব, যে কোন অবস্থায় গ্যালভানোমিটার প্রবাহ হবে

$$I_G = \frac{-I_G \text{ মাইনর}}{1 \text{ মাইনর}}$$

$$= \frac{-E(R_1R_4 - R_2R_3)}{\begin{vmatrix} -R_3 & R_1 + R_2 & G \\ -R_4 & R_2 + R_4 & -(R_2 + R_4 + G) \\ R & R_1 + R_2 & -R_2 \end{vmatrix}}$$

প্রতিমিত অবস্থায় $I_g = 0$। অতএব,

$$R_1R_4 - R_2R_3 = 0$$

$$\text{বা} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

যা আমরা সমীকরণ (1.35)-এ পেয়েছি।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন—3 : $\vec{J} = \sigma \vec{E}$, এই সমীকরণটিকে ওহ্ম সূত্রের অবকল সমীকরণ বলার যৌক্তিকতা কী?

1.13 হুয়িটস্টোন ব্রিজের সুবেদিতা

ব্রিজটি যখন প্রায় প্রতিমিত অবস্থায় থাকে, তখন যদি গ্যালভানোমিটারের প্রবাহমাত্রা লক্ষ্যণীয় হয় তবে বলা যায় ব্রিজটি সুবেদী। সুবেদিতা নির্ভর করে তিনটি বিষয়ের ওপর :

(i) গ্যালভানোমিটারের নিজস্ব সুবেদিতার ওপর

(ii) প্রবাহ বা ভোল্টেজ উৎস নির্বাচনের ওপর

এবং (iii) ব্রিজের রোধগুলি স্থাপনার ওপর এবং বিশেষ করে পরিমাপনীয় রোধটির উপর।

দেখা যায় সঠিক শক্তি উৎসের নির্বাচন গ্যালভানোমিটার প্রবাহকে উন্নত করে। আবার বাহুগুলির রোধগুলির মান পরস্পর সাপেক্ষে কেমন, তার ওপরও গ্যালভানোমিটার প্রবাহ নির্ভর করে। দেখা যায় উৎস বা গ্যালভানোমিটার যার রোধ বেশি তাকে যদি বাহুগুলির বেশি মানের রোধদুটির সংযোগস্থল ও কম মানের রোধগুলির সংযোগস্থলের মধ্যে যুক্ত করা যায় তবে গ্যালভানোমিটার প্রবাহ বেশি হয়, অর্থাৎ ব্রিজটি বেশি সুবেদী হয়।

1.14 সংক্ষিপ্তসার

- তড়িৎ প্রবাহমাত্রা এবং প্রবাহঘনত্ব সম্পর্কে আপনারা জেনেছেন :

$$I = \frac{dq}{dt} \qquad \left|\vec{J}\right| = \frac{\Delta I}{\Delta s} \qquad \text{বা} \qquad \vec{J}.\Delta\vec{s} = \Delta I$$

- প্রবাহঘনত্ব ও চালনাবেগের সম্পর্কে জেনেছেন : $\vec{J} = en\vec{u}$
- চালনাবেগ এবং প্রবাহমাত্রার গমনবেগ সম্পর্কে জেনেছেন।
- প্রবাহঘনত্ব ও পরিবাহীর অভ্যন্তরস্থ তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্যের সম্পর্ক জেনেছেন : $\vec{J} = \sigma\vec{E}$

* ওহ্‌ম সূত্রের সম্পর্কে জেনেছেন :
  (i) বর্তনীর A থেকে B অংশের মধ্যে $IR_{AB} = V_A - V_B$
  (ii) তড়িৎ-উৎস সহ বর্তনী A থেকে B অংশের মধ্যে $IR_{AB} = V_A - V_B + \mathcal{E}$
  (iii) পূর্ণ বর্তনীতে $IR = \mathcal{E}$
* কার্শফের সূত্র সম্পর্কে জেনেছেন :
  (i) প্রবাহ সূত্র $\sum I = 0$
  (ii) ভোল্টেজ সূত্র $\sum V = 0$
* হুয়িটস্টোন ব্রিজ এবং এই বর্তনীতে কার্শফের সূত্রের প্রয়োগ জেনেছেন।

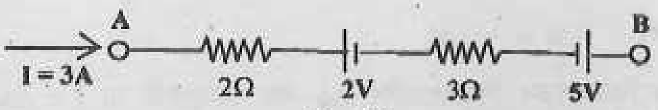
1.15 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

1. $\mathcal{E}_1$ ও $\mathcal{E}_2$ তড়িচ্চালক বল বিশিষ্ট দুটি তড়িৎ কোষ A ও B-এর যথাক্রমে আভ্যন্তরীণ রোধ r_1 এবং r_2। A ও B-কে একটি রোধ R-এর সঙ্গে সমান্তরালভাবে যুক্ত করা হল। দেখান যে যদি $\mathcal{E}_1 R = \mathcal{E}_2 (R + r_1)$ হয় তবে B কোষের শাখায় কোন তড়িৎপ্রবাহ ঘটবে না।
2. A, B এবং C তিনটি তড়িৎকোষের তড়িচ্চালক বল যথাক্রমে 1V, 2V এবং 4V এবং উহাদের আভ্যন্তরীণ রোধ যথাক্রমে 2Ω, 3Ω এবং 4Ω। কোষগুলির ধনাত্মক তড়িৎদ্বারগুলিকে পরস্পরের সঙ্গে এবং ঋণাত্মক তড়িৎদ্বারগুলিকে একসঙ্গে যুক্ত করা হল। কোষগুলোর মধ্য দিয়ে তড়িৎপ্রবাহমাত্রা নির্ণয় করুন।
3. একটি পরিবাহীতে সময়ের সঙ্গে প্রবাহমাত্রার সম্পর্ক হল $I = 4 + 2t$.. ঐ পরিবাহীর কোন ছেদ অতিক্রমকারী কোন আধান নির্ণয় করুন যখন সময় $t = 2$ sec থেকে $t = 6$ sec হবে।

1.16 প্রশ্নাবলির উত্তর

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের উত্তর :

1. প্রথমে বর্তনীটি অঙ্কন করা হল।



চিত্র 1.8

আমরা জানি $IR = V_A - V_B + \mathcal{E}$ এবং ধরা হল প্রবাহ মুখ $A \to B$.

এখানে $\varepsilon = -2 + 5 = 3$; $R = 2 + 3 = 5$; $IR = 3 \times 5 = 15$

$$\therefore V_A - V_B = 15 - 3 = 12V$$

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $V_A - V_B = -5V$

$$\therefore IR = -5 + 3 = -2$$

$$I = \frac{-2}{5} = 0.4A$$

অর্থাৎ বর্তনী অংশে প্রবাহমাত্রা 0.4A, B থেকে A অভিমুখে।

2. উৎসজাত বল বলতে বোঝায় যার বলক্ষেত্রের উৎস বর্তমান। যেমন তড়িৎক্ষেত্রের উৎস তড়িৎ আধান। অন্যভাবে বলা যায়, যে ক্ষেত্র বিভবজাত। তাই $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$, কিন্তু তড়িৎ প্রবাহের জন্য পরিবাহীকে ঘিরে যে চৌম্বকক্ষেত্র তা উৎসজাত নয়। এমন ক্ষেত্রকে বলে কার্লক্ষেত্র।

উৎসজাত ক্ষেত্রে অর্থাৎ বিভব ক্ষেত্রে কোন প্রভাবিত সত্ত্বাকে (entity) এক বিন্দু থেকে সরিয়ে আবার সেই বিন্দুতে ফিরিয়ে আনলে কৃতকার্য হয় শূন্য। যেমন

$$\oint \vec{E}.d\vec{\ell} = 0$$

কিন্তু বহির্ধর্মী বলের প্রভাবে কোন একক ধনাত্মক আধানকে পূর্ণবর্তনী ঘুরিয়ে আনলে যে কার্য হয় সেটাই হল তড়িচ্চালক বল যা শূন্য নয়। এই জন্য বলা যায়, বহির্ধর্মী বল বিভবজাত বা উৎসজাত নয়।

3. সমীকরণ $\vec{J} = \sigma\vec{E}$, সুস্পষ্টভাবেই কোন বিন্দুতে প্রবাহঘনত্ব ও তড়িৎক্ষেত্রের সম্পর্ক নির্দেশ করে। আমরা লিখতে পারি

$$\vec{J} = -\sigma\vec{\nabla}V$$

বা $$\vec{J}.d\vec{r} = -\sigma\vec{\nabla}V.d\vec{r}$$

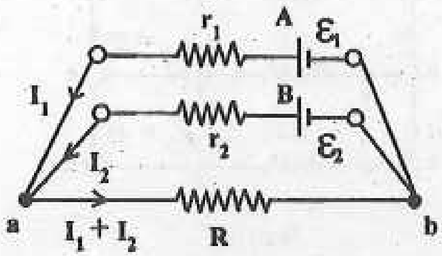
$$Jdr = -\sigma d\phi$$

$$\frac{I}{s}\Delta r = -\sigma\Delta\phi$$

বা $$I\Delta r = -\sigma s\Delta\phi$$

অর্থাৎ বামপক্ষ বিভবপতন, বিভবপার্থক্য $\Delta\phi$-এর সমানুপাতী বা $I \propto \Delta\phi$, যেখানে $\Delta\phi$, Δr দৈর্ঘ্যের পরিবাহীর দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য। ইহা স্পষ্টতই ওহ্মের সূত্র। এবং এইজন্য প্রদত্ত সমীকরণ ওহ্ম সূত্রের অবকল রূপ।

1. বর্তনীটি হবে চিত্র 1.9-এর অনুরূপ।



চিত্র 1.9

বর্তনী AabA-এর ক্ষেত্রে কার্যফের ভোল্টেজ সূত্র $I_1r_1+(I_1+I_2)R=\mathcal{E}_1$

এবং BabB-এর ক্ষেত্রে $I_2r_2+(I_1+I_2)R=\mathcal{E}_2$

নতুন করে সাজিয়ে লিখলে পাই

$$I_1(r_1+R)+I_2R-\mathcal{E}_1=0$$

$$I_1R+I_2(r_2+R)-\mathcal{E}_2=0$$

$$\therefore\quad \frac{I_1}{R\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1(r_2+R)}=\frac{I_2}{\mathcal{E}_2(r_1+R)-\mathcal{E}_1R}=\frac{1}{(r_1+R)(r_2+R)-R^2}$$

অতএব B গামী প্রবাহ $$I_2=\frac{\mathcal{E}_2(r_1+R)-\mathcal{E}_1R}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$$

$I_2=0$ হলে, $\mathcal{E}_1R=\mathcal{E}_2(r_1+R)$

মন্তব্য : অনুরূপে $I_1=0$ হলে, $\mathcal{E}_2R=\mathcal{E}_1(r_2+R)$

R গামী মোট প্রবাহ $$I_1+I_2=\frac{\mathcal{E}_1(r_2+R)-\mathcal{E}_2R+\mathcal{E}_2(r_1+R)-\mathcal{E}_1R}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$$

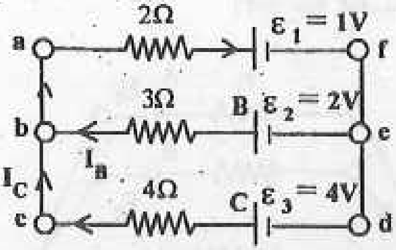
$$=\frac{\mathcal{E}_1r_2+\mathcal{E}_2r_1}{R(r_1+r_2)+r_1r_2}$$

অতএব R-এর মধ্যগামী প্রবাহমাত্রা না থাকার শর্ত হল $\mathcal{E}_1r_2+\mathcal{E}_2r_1=0$

বা $$\frac{\mathcal{E}_1}{r_1}=-\frac{\mathcal{E}_2}{r_2}$$

অর্থাৎ দুটি কোষকে বিপরীতভাবে যুক্ত করলে যদি উহাদের তড়িচ্চালক বল ও আভ্যন্তরীণ রোধের অনুপাত সমান হয় তবে এই কোষ সমবায় বহির্বর্তনীতে কোন প্রবাহ প্রেরণ করবে না।

2. কোষগুলির সমবায় বর্তনীটি হবে চিত্র 1.10-এর অনুরূপ



চিত্র 1.10

জালক bafe এবং জালক cafd-এর ক্ষেত্রে কার্যফের ভোল্টেজ সূত্র হল :

$$3I_B + 2(I_B + I_C) = 2V - 1V = 1$$

এবং $$4I_C + 2(I_B + I_C) = 4V - 1V = 3$$

নতুন করে সাজিয়ে পাই

$$5I_B + 2I_C - 1 = 0$$

$$2I_B + 6I_C - 3 = 0$$

$$\therefore \frac{I_B}{-6+6} = \frac{I_C}{-2+15} = \frac{1}{30-4}$$

$$\therefore I_B = 0,\ I_C = \frac{13}{26} = 0.5A$$

অতএব C গামী প্রবাহ = 0.5 A

B গামী প্রবাহ = 0 A

A গামী প্রবাহ = 0 + 0.5 = 0.5 A

মন্তব্য : লক্ষ্য করুন b ও e বিন্দুর বিভব পার্থক্য $= V_b - V_e = V_c - V_d$

$$= IR - \mathcal{E} = 0.5 \times 4 - 4 = -2V$$

অর্থাৎ B-এর emf = 2V-এর বিরুদ্ধে –2V প্রযুক্ত হওয়ায় ঐ শাখায় প্রবাহমাত্রা শূন্য।

3. প্রদত্ত আছে $I = 4 + 2t$

আমরা জানি $I = \frac{dq}{dt}$, dt সময়ে কোন ছেদ অতিক্রমকারী আধান $= dq$

$$\therefore dq = (4 + 2t)dt$$

$$\therefore\ q=\int_{2}^{6}(4+2t)dt=\left[4t+t^2\right]_2^6$$

$$=(24+36)-(8+4)=48C$$

আপনারা আরো যেসব বই পড়তে পারেন :

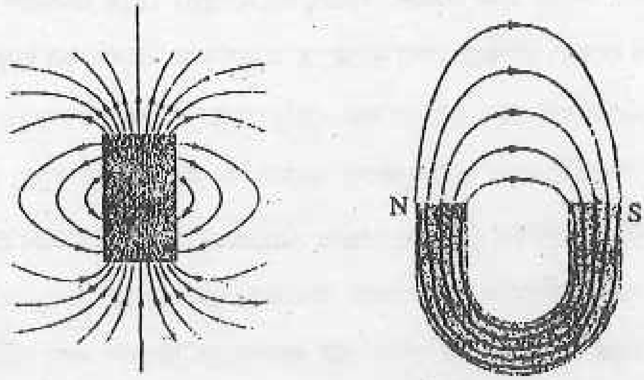
1. **University Physics – Leemansky**
2. **Lectures on Physics – Feynman**
3. **Introduction to Electrodynamics – David Griffiths**

গঠন

2.1 প্রস্তাবনা

একথা আমরা সবাই জানি যে পৃথিবীতে যে-সব বস্তুকে 'চুম্বক' বলা হয়, তাদের নিজেদের ভেতরে এবং চারপাশে এক 'বলক্ষেত্র'-এর অস্তিত্ব থাকে; এর প্রভাবে এই সব চুম্বক অন্য চুম্বক অথবা চৌম্বক পদার্থকে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করতে পারে। এই বলক্ষেত্রকে 'চৌম্বক ক্ষেত্র' বলা হয়। যে কোন ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে এই বলক্ষেত্র বা চৌম্বক ক্ষেত্রের মাপ অর্থাৎ মান এবং অভিমুখ $\vec{B}$ ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা হয়। চিত্র [2.1]-এ আমাদের পরিচিত দণ্ডচুম্বক এবং তড়িৎচুম্বকের চারপাশের বিভিন্ন বিন্দুতে $\vec{B}$-র মান ও অভিমুখের ছবি দেখানো হয়েছে। দেখা যায়, বিভিন্ন বিন্দুতে $\vec{B}$-র অভিমুখগুলি কতকগুলি নিরবচ্ছিন্ন বদ্ধরেখা উৎপন্ন করে। এদের বলা হয় 'চৌম্বক বলরেখা'—দেখা যায় যে এই বলরেখাগুলি কখনই পরস্পরকে ছেদ করে না। যে কোন ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে চৌম্বক বলরেখার ঘনত্ব, অর্থাৎ একক ক্ষেত্রফলে বলরেখাগুলির মোট সংখ্যা ঐ বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য মানের সমানুপাতিক। যেখানে ঐ ঘনত্ব বেশী সেখানে চৌম্বকক্ষেত্রের প্রাবল্যের মান বেশী এবং যেখানে ঐ ঘনত্ব কম সেখানে চৌম্বকক্ষেত্রের প্রাবল্যের

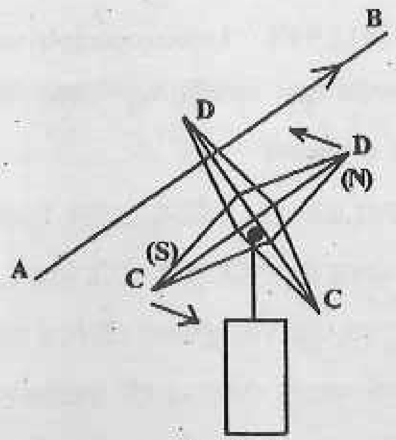
মান কম— $\vec{B}$ ভেক্টরটিকে 'চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব'ও বলা হয়ে থাকে। আমাদের আলোচনায় আমরা $\vec{B}$-র এই নামকরণেরই ব্যবহার করব।



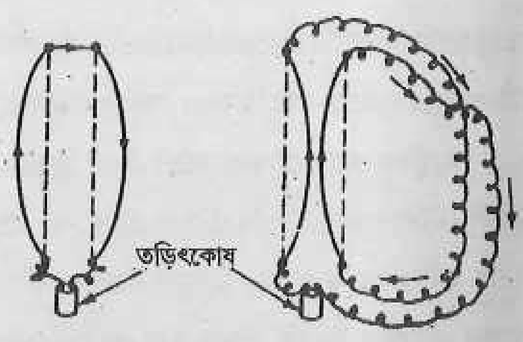
চিত্র 2.1

এখন প্রশ্ন হল, এই চৌম্বকক্ষেত্রের উৎপত্তির উৎস কি এবং এই চৌম্বকক্ষেত্রের দরুন উৎপন্ন যে চৌম্বক বল তা কাদের ওপরই বা কার্যকর হয়? প্রসঙ্গক্রমে মনে রাখতে হবে, তড়িৎক্ষেত্র যেমন তড়িতাধানের কারণে সৃষ্টি হয়ে থাকে এবং পৃথিবীতে একক তড়িতাধান (1.602×10^{-19} কুলম্ব)-র অস্তিত্ব প্রমাণিত হয়েছে, চৌম্বকক্ষেত্রের উৎস হিসাবে সেরকম কোন একক চৌম্বকআধানের অস্তিত্ব আজও প্রমাণিত হয় নি। পরবর্তী আলোচনার আগে 1819 খ্রিস্টাব্দে বিজ্ঞানী ওরস্টেড (Oersted)-এর আবিষ্কারের উল্লেখ করা হল।

চিত্র [2.2a]-এ যেমন দেখানো হয়েছে, মনে করি AB হল একটি পরিবাহী তার যা মুক্ত অবস্থায়



চিত্র [2.2a]



চিত্র [2.2b]

ঝোলানো একটি সূচী চুম্বক CD-এর উপর CD-র সমান্তরালে রাখা আছে। এখন দেখা যাবে যে AB

পরিবাহী দিয়ে তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো মাত্রই সূচী চুম্বকটি বিক্ষিপ্ত হচ্ছে। তড়িৎপ্রবাহের দিকের পরিবর্তন হলে চুম্বকের বিক্ষেপণের দিকেরও পরিবর্তন হবে। এই ঘটনা বিজ্ঞানী ওরস্টেড [H. C. Oersted (1777-1851)] 1819 খ্রিস্টাব্দে আবিষ্কার করেন এবং বিজ্ঞানী অ্যারাগো (Arago) 1820 খ্রিস্টাব্দে 11ই সেপ্টেম্বর ফ্রেঞ্চ অ্যাকাডেমীতে তা পেশ করেন। এক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে যে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল শুধুমাত্র বিভিন্ন চুম্বক তথা চুম্বক ও চৌম্বক পদার্থের মধ্যেই দেখা যায় তা নয়—তড়িৎপ্রবাহ ও চুম্বকের মধ্যেও আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ হয়ে থাকে। এই ঘটনা পদার্থবিজ্ঞানে 'তড়িৎচুম্বকত্ব' নামের বিষয়ের প্রবর্তনা করে। 11ই সেপ্টেম্বরের ঠিক এক সপ্তাহ পরে বিজ্ঞানী অ্যাম্পীয়ার (André Marie Ampere) আবিষ্কার করেন যে দুটি ঋজু সমান্তরাল পরিবাহী তার দিয়ে একই অভিমুখে তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হলে এদের মধ্যে আকর্ষণ হয় এবং যখন তড়িৎপ্রবাহ দুটির অভিমুখ বিষমমুখী হয় তখন এরা পরস্পরকে বিকর্ষণ করে (চিত্র 2.2b)। এই সময়ে বিজ্ঞানী অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহের দরুন উৎপন্ন বলক্ষেত্র এবং স্থায়ী চুম্বকের জন্য উৎপন্ন চৌম্বকক্ষেত্রর বিষয়ে নিরবচ্ছিন্ন গবেষণা করেন এবং তিন বছর পরে একটি গবেষণাপত্রে বিশদ গাণিতিক বিশ্লেষণের সাহায্যে এই তত্ত্ব উপস্থাপন করেন যে কোন তড়িৎপ্রবাহ যে বলক্ষেত্র উৎপন্ন করে, সেই বলক্ষেত্র কোন চুম্বক দ্বারা সৃষ্ট চৌম্বকক্ষেত্রর সমতুল্য। এর প্রায় পঞ্চাশ বছর পর বিজ্ঞানী ম্যাক্সওয়েল (James Clerk Maxwell) অ্যাম্পীয়ারকে "Newton of Electricity" নামে অভিহিত করেন। তড়িৎপ্রবাহের একককে বিজ্ঞানী অ্যাম্পীয়ারের নামে নামাঙ্কিত করা হয়।

"তড়িৎপ্রবাহ চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করে"—এই সত্য আবিষ্কারের সাথে সাথেই বিভিন্ন তড়িৎপ্রবাহের পারস্পরিক ক্রিয়া প্রতিক্রিয়া এবং গতিশীল তড়িতাধানের উপর তড়িৎপ্রবাহের আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল সম্পর্কে বিশদ গবেষণা শুরু হয় এবং পদার্থবিজ্ঞানে "তড়িৎচুম্বকত্ব" (electromagnetism), "তড়িৎগতিবিদ্যা" (electrodynamics) ইত্যাদি বিষয়ের প্রবর্তন হয়। বিজ্ঞানী অ্যাম্পীয়ার বিভিন্ন তড়িৎপ্রবাহের ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়াকে 'তড়িৎগতিবিদ্যা' নামে বর্ণনা করেছিলেন।

আধুনিক মতে চৌম্বকক্ষেত্রের উৎস হিসাবে (1) তড়িৎপ্রবাহ এবং (2) নিউট্রন, প্রোটন, ইলেকট্রন ইত্যাদি মৌলিক কণার স্পিন চৌম্বক ভ্রামক, যা এদের ভর, তড়িতাধান ইত্যাদি সহজাত ধর্মের মতোই এক বিশেষ স্বকীয় ধর্মকে প্রামাণ্য হিসাবে বিবেচনা করা হয়। এই তত্ত্ব অনুযায়ী স্থায়ী চুম্বকের চৌম্বকত্ব অস্থায়ী চুম্বকের চৌম্বকত্ব ইত্যাদি ব্যাখ্যা করা যায়। এক্ষেত্রে লক্ষ্যণীয়, মুক্ত অবস্থায় ঝোলানো সূচী চুম্বকের সকল সময়ই নিজেকে উত্তর-দক্ষিণে একটি বিশেষ দিক বরাবর বিন্যস্ত করার চেষ্টা ইত্যাদি থেকে প্রমাণিত হয় যে পৃথিবী একটি বিশাল চুম্বক—তবে পৃথিবীর চৌম্বকত্বের কার্যকারণের প্রকৃত বিশদ তত্ত্ব আজও অনাবিষ্কৃত।

এই অধ্যায়ে আমরা স্থির তড়িৎপ্রবাহের দরুন উৎপন্ন স্থির চৌম্বকক্ষেত্র বা স্থির চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব, $\vec{B}$-র বিষয়ে আলোচনা করব।

উদ্দেশ্য

- গতিশীল তড়িতাধানের উপর $\vec{B}$-র প্রভাব; $\vec{B}$-র একক ও সংজ্ঞা
- বায়ো-সাভার্ট সূত্র ও তার প্রয়োগ
- অ্যাম্পীয়ার-এর চক্রীয় উপপাদ্য ও তার প্রয়োগ
- স্থির চৌম্বকক্ষেত্রের প্রকৃতি নির্দেশক $\vec{\nabla}.\vec{B}$ এবং $\vec{\nabla}\times\vec{B}$-র মান নির্ণয়; অ্যাম্পীয়ারের সংজ্ঞা

এবং • কয়েকটি সহজ গাণিতিক প্রশ্ন ও তার সমাধান বিষয়ে শিখব।

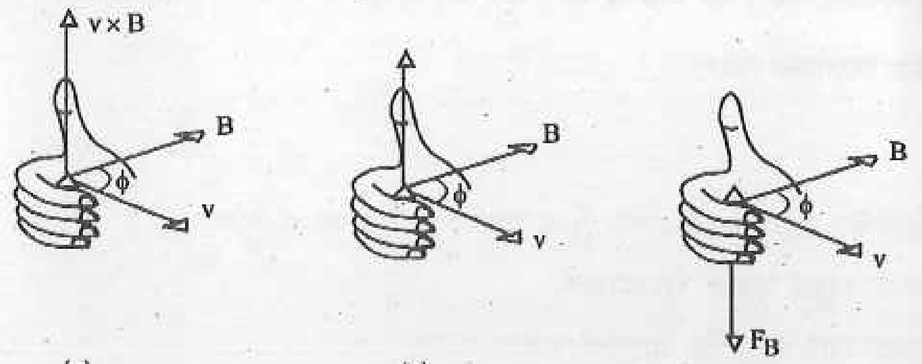
2.2 স্থির চৌম্বকক্ষেত্রে গতিশীল তড়িতাধানের উপর প্রযুক্ত বল; $\vec{B}$-এর একক ও সংজ্ঞা

কোন পরিবাহী দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহের মান ও অভিমুখ যখন সময়ের সাপেক্ষে একই থাকে, পরিবর্তিত হয় না, তখন সেই তড়িৎপ্রবাহকে 'স্থির তড়িৎপ্রবাহ' বলা হয়। এইরকম স্থির তড়িৎ প্রবাহবাহী পরিবাহীকে বায়ুমধ্যে রাখলে পরিবাহীর চারিদিকে স্থিরচৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব, $\vec{B}$-র সৃষ্টি হয়—যে কোন ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে যার মান ও অভিমুখ সময়ের সাপেক্ষে পরিবর্তিত হয় না। এই $\vec{B}$-র ক্ষেত্রমধ্যে অপর কোন গতিশীল তড়িতাধান বা তড়িৎপ্রবাহ আনলে তার ওপর $\vec{B}$-র দরুন 'চৌম্বক বল' প্রযুক্ত হয়। প্রাসঙ্গিক সূত্র, $\vec{B}$-র সংজ্ঞা ও কিছু উদাহরণ এখন আমরা আলোচনা করব।

মনে করি কোন চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ একটি গতিশীল তড়িতাধান q-এর বেগ $\vec{v}$; এক্ষেত্রে $\vec{B}$ ক্ষেত্রটি q-র ওপর বলপ্রয়োগ করবে। এই চৌম্বক বল $\vec{F_B}$ হলে এর ব্যঞ্জক হবে

$$\vec{F_B} = q\,\vec{v}\times\vec{B} \qquad (2.1)$$

চিত্র (2.3)-এ $\vec{F_B}$-র অভিমুখ স্থির করবার জন্য ডান হাতের নিয়মটি দেখানো হয়েছে। এক্ষেত্রে ডান হাত দিয়ে $\vec{v}$ ভেক্টরটিকে $\vec{B}$-র দিকে $\vec{v}$ এবং $\vec{B}$-র মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণের মধ্য দিয়ে ঘোরাতে হবে। এই অবস্থায় ডান হাতের বুড়ো আঙুলটি যে দিক নির্দেশ করবে, $\vec{v}\times\vec{B}$-র অভিমুখ সেই দিক বরাবর হবে। অতএব $q+ve$ হলে $\vec{F_B}$-র অভিমুখ $\vec{v}\times\vec{B}$-র দিক বরাবর এবং $q-ve$ হলে $\vec{F_B}$-র অভিমুখ $\vec{v}\times\vec{B}$-র বিপরীত দিক বরাবর হবে।



(a) (b) (c)

চিত্র 2.3

অতএব, কোন অঞ্চলে তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ এবং চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ হলে, সেই অঞ্চলে গতিশীল তড়িতাধানের উপর প্রযুক্ত বল, $\vec{F}$-এর ব্যঞ্জক হবে।

$$\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B} \qquad (2.2)$$

$\vec{F}$ বলটিকে লোরেঞ্জ বল (Lorentz Force) বলা হয়।

$\vec{B}$-র একক :

SI পদ্ধতিতে $\vec{F}$-এর একক নিউটন (N), q-এর একক কুলম্ব (C), $\vec{v}$-এর একক মিটার/সেকেণ্ড (m/sec) এবং $\vec{B}$-র একক টেস্‌লা (T)। অতএব, সূত্র (2.1) হতে পাই,

$$1 \text{ নিউটন} = 1 \text{ কুলম্ব} \times \frac{1 \text{মিটার}}{\text{সেকেণ্ড}} \times 1 \text{ টেসলা}$$

অথবা, $$1 \text{ টেসলা (T)} \quad \frac{1 \quad \text{নিউটন}}{\text{অ্যাম্পীয়ার-মিটার}} \text{ (N/A-m)}$$

আবার সূত্র (2.2) থেকে পাই, $q\,\vec{E}$-এর একক কুলম্ব-ভোল্ট /মিটার হওয়ায়, $\left(q\,\vec{v} \times \vec{B}\right)$এর এককও কুলম্ব-ভোল্ট /মিটার হবে। অতএব,

$$\vec{B}\text{-এর একক} = \frac{\text{কুলম্ব-ভোল্ট /মিটার}}{\text{কুলম্ব-মিটার/সেকেণ্ড}} = \frac{\text{ভোল্ট—সেকেণ্ড}}{\text{মিটার}^2}$$

এখন ভোল্ট-সেকেণ্ড এককটি 'ওয়েবার' হওয়ায়,

$$1 \text{ টেসলা} = 1 \text{ ওয়েবার/মিটার}^2$$

অতএব, 1 টেস্‌লা (T) = 1 নিউটন/অ্যাম্পীয়ার-মিটার (N/A-m)

= 1 ওয়েবার/মিটার^2 (Wb/m^2) (2.3)

প্রচলিত পুরোন পদ্ধতিতে $\vec{B}$-এর একক গাউস (Gauss). টেস্‌লা ও গাউসের পারস্পরিক সম্পর্ক হল :

$$1 \text{ টেস্‌লা (T)} = 10^4 \text{ গাউস (G)}$$

$\vec{B}$-এর সংজ্ঞা :

এক কুলম্ব তড়িতাধান একমিটার/সেকেণ্ডে বেগে যে চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব ($\vec{B}$)-এ গতিশীল থাকলে তড়িতাধানটির উপর তার বেগ ও চৌম্বক প্রবাহঘনত্ব-এর অভিলম্ব দিক বরাবর 1 নিউটন বল প্রযুক্ত হয় তাকে একক চৌম্বক প্রবাহঘনত্ব বলা হয়। SI পদ্ধতিতে ইহার একক টেস্‌লা।

নিচের সারণীতে কয়েকটি পরিচিত চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব-এর আনুমানিক মান দেখানো হল :

নিউট্রন তারকার পৃষ্ঠভাগে	10^8 T
একটি বৃহৎ তড়িৎচুম্বকের নিকট	1.5 T
একটি ছোট দন্ডচুম্বকের নিকট	10^{-2} T
পৃথিবীর পৃষ্ঠভাগে	10^{-4} T
মহাবিশ্বে তারকাদের অন্তর্আকাশে	10^{-10} T
প্রায় চৌম্বকপ্রভাব মুক্ত ঘরে	10^{-14} T

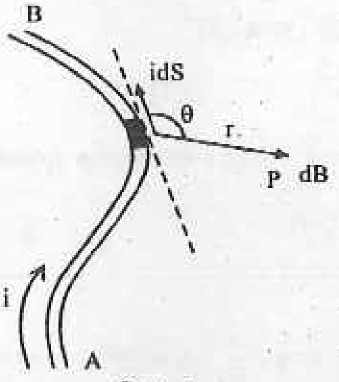
সারণী নং [2.1]

2.3 বায়ো-সাভার্ট সূত্র (Biot-Savart's Law) ও তার প্রয়োগ

মনে করি, বায়ুমাধ্যমে স্থিত পরিবাহী AB-র মধ্য দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হচ্ছে (চিত্র [2.4])। বায়ো-সাভার্ট সূত্র অনুযায়ী এই পরিবাহীর অনন্ত ক্ষুদ্র তড়িৎপ্রবাহ অংশ $i d\vec{s}$-র দরুন $i d\vec{s}$ হতে r দূরে ক্ষেত্রীয় বিন্দু P-তে উৎপন্ন অনন্তক্ষুদ্র চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $d\vec{B}$-র ব্যঞ্জক হবে

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{i\, d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3} \qquad (2.4)$$

SI পদ্ধতিতে $d\vec{B}$-এর একক টেস্‌লা, $\vec{s}$ এর একক মিটার, $\vec{r}$-এর একক মিটার এবং μ_0 (শূন্যমাধ্যমের ভেদ্যতা) এর মান $4\pi\times10^{-7}$ হেনরী/মিটার; অথবা টেস্‌লা-মিটার/অ্যাম্পীয়ার।



চিত্র 2.4

এক্ষেত্রে $d\vec{B}$-র অভিমুখ কাগজের পৃষ্ঠের ভিতরের দিকে

এখন কয়েকটি উদাহরণে বায়ো-সাভার্ট সূত্রের প্রয়োগ করা হবে।

উদাহরণ 1. সুদীর্ঘ, সরু, ঋজু পরিবাহী।

মনে করি, AB একটি সরু, ঋজু পরিবাহী যার মধ্য দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার স্থির তড়িৎপ্রবাহ $\vec{AB}$ বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে। P ক্ষেত্রীয় বিন্দুটি AB হতে d দূরত্বে অবস্থিত (চিত্র [2.5])।

চিত্রে $PM\perp AB$ এবং $PM = d$, এখন M হতে AB বরাবর ℓ দূরত্বে পরিবাহীর একটি অনন্ত ক্ষুদ্র (infinitesimal) অংশ $i\vec{d\ell}=\vec{CD}$ বিবেচনা করলাম। সূত্র (2.4) অনুযায়ী $i\vec{d\ell}$-এর দরুণ P বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{dB}$-র ব্যঞ্জক হবে :

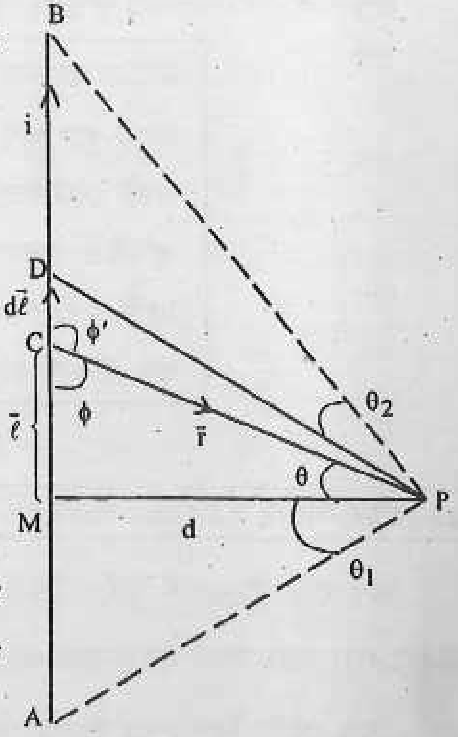
$$\vec{dB}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{i\vec{d\ell}\times\vec{r}}{r^3} \qquad (2.5)$$

বা, $$dB=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{id\ell\sin\phi'}{r^2}$$

$$=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{id\ell\sin\phi}{r^2} \qquad [\phi'=\pi-\phi]$$

অতএব P বিন্দুতে সমগ্র পরিবাহীটির দরুণ উৎপন্ন $\vec{B}$ এর মান $B=\int dB=\frac{\mu_0 i}{4\pi}\int\frac{\sin\phi d\ell}{r^2}$

এখন B-র ব্যঞ্জককে ϕ, ℓ, r —এই তিনটি চররাশির পরিবর্তের চিত্রের জ্যামিতিক বৈশিষ্ট্যগুলি ব্যবহার করে একটি চররাশির সাপেক্ষে লিখব।



চিত্র 2.5

এক্ষেত্রে চিত্র (2.5) হতে পাই

$\ell=d\tan\theta\ (\angle CPM=\theta)$ —(a) বা, $d\ell=d\sec^2\theta d\theta$ —(c)

এবং $r\sin\phi=r\cos\theta=d$ —(b) অতএব, $\sin\phi=\cos\theta$ —(d)

অতএব, B-র ব্যঞ্জককে লিখতে পারি : $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d}\int \cos\theta d\theta$ (2.6)

এক্ষেত্রে লক্ষ্যণীয় যে, পরিবাহীর ওপরের অংশ MB-র দরুন P বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-র অভিমুখ ও পরিবাহীর নিচের অংশ MA-র দরুন P বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-র অভিমুখ একই দিকে (চিত্রে কাগজের পৃষ্ঠার ভিতরের দিকে)। অতএব সূত্র (2.6) এর সমাকলনে এই দুই অংশের $\vec{B}$-র মান ইতিবাচক সংযোজন হবে। MB অংশের P বিন্দুতে উৎপন্ন সীমাস্থ কোণকে ধনাত্মক ধরে এর সীমাস্থ মানকে 0 এবং θ_2 বিবেচনা করলাম। MA অংশের P বিন্দুতে উৎপন্ন কোণকে ঋণাত্মক ধরে এর সীমাস্থ মানকে 0 এবং θ_1 বিবেচনা করলাম। অতএব সূত্র (2.6)-এর রূপ হল

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d}\int_{-\theta_1}^{\theta_2} \cos\theta d\theta$$

বা, $$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi d}[\sin\theta_2 + \sin\theta_1] \quad (\theta_1 \rightarrow -ve) \qquad (2.7)$$

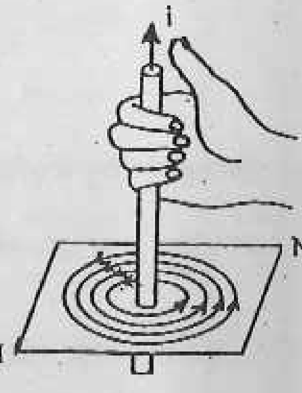
যদি তারটির দৈর্ঘ্য অসীম হয় (অর্থাৎ তারটির দৈর্ঘ্য 'd'-এর তুলনায় অত্যন্ত বেশী হয়) সেক্ষেত্রে θ_1 ও θ_2-এর সাংখ্যমান $\theta_2 \cong \frac{\pi}{2}$; $\theta_1 \cong \frac{\pi}{2}$

সুতরাং $$B = \frac{\mu_0 i.2}{4\pi d}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi d} \qquad (2.8)$$

$\vec{B}$-র অভিমুখ স্থির করবার জন্য ডান হাতের নিয়ম :

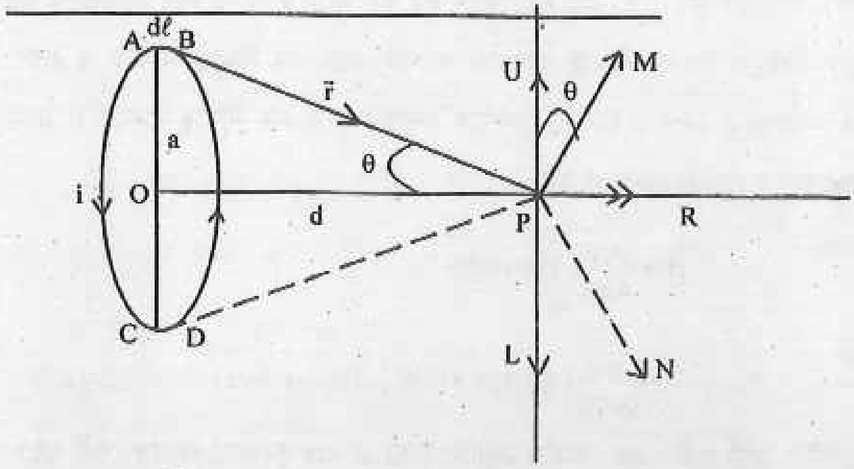
সূত্র (2.4) হতে $d\vec{B}$-র অভিমুখ ডান হাতের সমকৌণিক কার্টেজীয় নির্দেশতন্ত্র (right handed rectangular Cartesian Coordinate System) অনুযায়ী স্থির করতে হবে। সহজ উপায় হল চিত্র (2.6)-এ যেভাবে দেখানো হয়েছে, সেভাবে ডান হাত দিয়ে পরিবাহীটিকে জড়িয়ে ধরতে হবে যাতে ডানহাতের বুড়ো আঙুলটি তড়িৎপ্রবাহের দিক বরাবর থাকে। এ অবস্থায় ডান হাতের মুষ্টিবদ্ধ আঙুলগুলি যেদিকে গুটিয়ে থাকবে সেই দিকই হবে $\vec{B}$-র অভিমুখ।



চিত্র 2.6

উদাহরণ 2. তড়িৎবাহী বৃত্তাকার কুণ্ডলী

মনে করি, ABCD একটি বৃত্তাকার পরিবাহী যার ব্যাসার্ধ a এবং যার মধ্য দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হচ্ছে। পরিবাহীটির কেন্দ্র O হতে d দূরত্বে অক্ষীয় বিন্দু P-এ $\vec{B}$-র মান ও অভিমুখ নির্ণয় করতে হবে (চিত্র [2.7])।



চিত্র 2.7

ABCD পরিবাহীটির একটি অনন্ত ক্ষুদ্র অংশ $\vec{AB} = i\vec{d\ell}$ বিবেচনা করলাম। এই অংশ দিয়ে প্রবাহিত $i\vec{d\ell}$ তড়িৎপ্রবাহের দরুন P বিন্দুতে উৎপন্ন $d\vec{B_1}$-র ব্যঞ্জক সূত্র (2.4) ব্যবহার করে পাই

$$d\vec{B_1} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\vec{d\ell} \times \vec{r}}{r^3} \quad \left(\vec{r} \equiv \vec{AP}\right)$$

বা, $$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{d\ell r \sin 90^\circ}{r^3} \qquad (2.9)$$

[যেহেতু P বিন্দু অক্ষস্থিত বিন্দু, পরিবাহীর যে কোন অংশই P বিন্দুতে 90° কোণ উৎপন্ন করে।]

এখন চিত্র [2.7] হতে পাই , $\frac{a}{r} = \sin\theta$ —— (a)

$\therefore$ সূত্র (2.9) হতে পাই $$dB_1 = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2} \sin^2\theta d\ell \qquad (2.10)$$

এই $d\vec{B_1}$-র অভিমুখ হবে $\vec{d\ell}$ এবং $\vec{r}$-র মধ্য দিয়ে অঙ্কিত তলের উপর লম্ব। চিত্রে $d\vec{B_1}$-র

অভিমুখ $\overrightarrow{PM}$ ভেক্টর দ্বারা নির্দেশিত হয়েছে। একইভাবে, AB-র ঠিক বিপরীত অনন্ত ক্ষুদ্র সমান অংশ CD-র মধ্য দিয়ে প্রবাহিত $i\overrightarrow{d\ell}$ তড়িৎপ্রবাহের দরুণ P বিন্দুতে উৎপন্ন $d\overrightarrow{B_2}$-র অভিমুখ হবে $\overrightarrow{PN}$ বরাবর এবং $d\overrightarrow{B_2}$-র মান হবে

$$dB_2 = \frac{\mu_0 i}{4\pi a^2}\sin^2\theta d\ell \qquad (2.11)$$

এখন $\overrightarrow{dB_1}$-র $\hat{PU}$ বরাবর এবং $d\overrightarrow{B_2}$-র $\hat{PL}$ বরাবর উপাংশদুটি [$\hat{PU} \perp \overrightarrow{OPR}$ এবং $\hat{PR} \perp \overrightarrow{OPR}$] পরস্পর সমান এবং বিপরীতমুখী হওয়ায় এদের লব্ধি শূন্য হবে। $\overrightarrow{dB_1}$ এবং $d\overrightarrow{B_2}$-র $\overrightarrow{OPR}$ বরাবর উপাংশদুটি সমমানের ও একই অভিমুখে থাকার কারণে এদের পরস্পরের মধ্যে ইতিবাচক সংযোজন হবে। অতএব $\overrightarrow{dB_1}$ এবং $d\overrightarrow{B_2}$-র লব্ধির অভিমুখ $\hat{PR}$ বরাবর এবং এই লব্ধির, $\overrightarrow{dB}$-র মান

$$\left|\overrightarrow{dB}\right| = 2\times\frac{\mu_0 i\sin^2\theta d\ell}{4\pi a^2}\times\sin\theta$$

$$= 2\times\frac{\mu_0 i\sin^3\theta d\ell}{4\pi a^2} \qquad (2.12)$$

এখন সমগ্র পরিবাহীটিকে AB এবং CD-র মতো অগণিত পরস্পরের ঠিক বিপরীতে বিন্যস্ত অনন্ত ক্ষুদ্র তড়িৎপ্রবাহ অংশ জোড়-এর সমষ্টি হিসাবে বিবেচনা করা যায়। এইরকম প্রতিটি জোড়ই P বিন্দুতে $\hat{PR}$ বরাবর সূত্র (2.12)-এর $\left|\overrightarrow{dB}\right|$-র মানের সমান চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব উৎপন্ন করবে। অতএব, P বিন্দুতে মোট চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $\overrightarrow{B}$-র ব্যঞ্জক হবে

$$B = \int\frac{2\times\mu_0 i\sin^3\theta d\ell}{4\pi a^2} = \frac{\mu_0 i\sin^3\theta}{2\pi a^2}\times\pi a$$

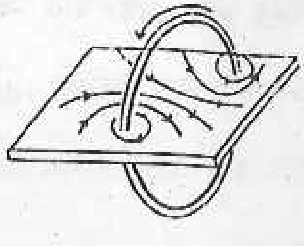
পরিবাহীর অর্ধপরিসীমা ($=\pi a$)

$$= \frac{\mu_0}{2}\cdot\frac{ia^2}{r^3} \qquad \left(\because \sin\theta = \frac{a}{r}\right)$$

$$\text{বা,}\quad \overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 ia^2}{2\left(a^2+d^2\right)^{3/2}}\hat{PR} \qquad (2.13)$$

পরিবাহীর কেন্দ্রে $d = 0$ এবং $\vec{B}$-র ব্যঞ্জক :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2a} \hat{PR} \qquad (2.14)$$

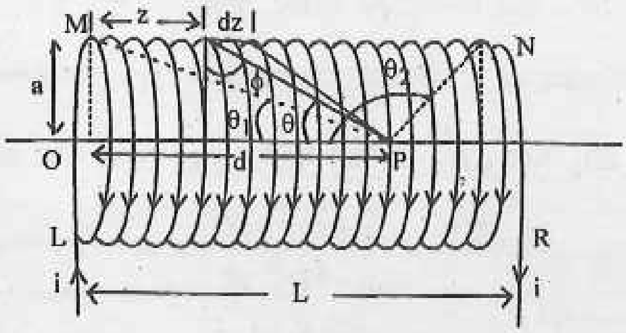


চিত্র 2.8

চিত্র [2.8]-এ বৃত্তাকার কুণ্ডলী দ্বারা উৎপন্ন $\vec{B}$-র অভিমুখগুলি দেখানো হয়েছে।

উদাহরণ 3. তড়িৎবাহী সুদীর্ঘ সলিনয়েড

চিত্র [2.9]-এ একটি সলিনয়েড দেখানো হয়েছে। এর মধ্যবর্তী অংশ বায়ুদ্বারা পূর্ণ। একটি লম্বা



চিত্র 2.9

পরিবাহী তারকে অনেকগুলি পাকে জড়িয়ে সলিনয়েডটি তৈরি করা হয়েছে। এতে প্রত্যেকটি পাকই বৃত্তের আকার পেয়েছে। সলিনয়েডটির দৈর্ঘ্য L, ব্যাসার্ধ a এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাকের সংখ্যা n. সলিনয়েডের একটি প্রান্ত ML হতে d দূরত্বে অবস্থিত বিন্দু P-এ $\vec{B}$-র মান নির্ণয় করতে হবে। মনে করি, সলিনয়েডটি দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহের মান i অ্যাম্পীয়ার।

এখন ML প্রান্ত হতে z দূরত্বে সলিনয়েডটির একটি অনন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যাংশ dz বিবেচনা করলাম। এই অংশে পাকের সংখ্যা ndz এবং খুবই ঘনসন্নিবদ্ধ থাকায় এই অংশের প্রতিটি পাকের তড়িৎপ্রবাহই P বিন্দুতে সমমান ও অভিমুখের $d\vec{B}$ উৎপন্ন করবে, আশা করা যায়। সূত্র (2.13) অনুযায়ী এই $d\vec{B}$-র মানের ব্যঞ্জক হবে :

$$dB = \frac{\mu_0}{2} ndzi \frac{a^2}{\left\{a^2 + (d-z)^2\right\}^{3/2}} \qquad (2.15)$$

এবং এই $d\vec{B}$-এর দিক হবে অক্ষ বরাবর তড়িৎপ্রবাহের অভিমুখের ওপর নির্ভর করে $\vec{OP}$ বরাবর অথবা $\vec{PO}$ বরাবর। চিত্রে $d\vec{B}$-র অভিমুখ $\vec{OP}$ বরাবর।

$\therefore$ 'P' বিন্দুতে সমগ্র সলিনয়েডের তড়িৎপ্রবাহের দরুন উৎপন্ন $\vec{B}$-র মানের ব্যঞ্জক হবে

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 nia^2}{2} \int \frac{dz}{\left\{a^2 + (d-z)^2\right\}^{3/2}}$$

ধরি, $d - z = m$ ——(a)

$\therefore dz = -dm$ ——(b)

ধরি, $m = a\tan\phi$ ——(c)

$\therefore dm = a\sec^2\phi d\phi$ ——(d)

অতএব, $$B = -\frac{\mu_0 nia^2}{2} \int \frac{a^2.a\sec\phi d\phi}{a^3\sec^3\phi} = -\frac{\mu_0 ni}{2}\int \cos\phi d\phi$$

আবার $$\tan\phi = \frac{m}{a} = \frac{d-z}{a}$$

$\therefore$ চিত্র [2.9] হতে পাই, $\phi = 90° - \theta$ এবং $d\phi = -d\theta$

অতএব, $$B = +\frac{\mu_0 ni}{2} \int_{\theta_1}^{-\theta_2} \sin\theta d\theta$$

$$B = \frac{\mu_0 ni}{2}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \tag{2.16}$$

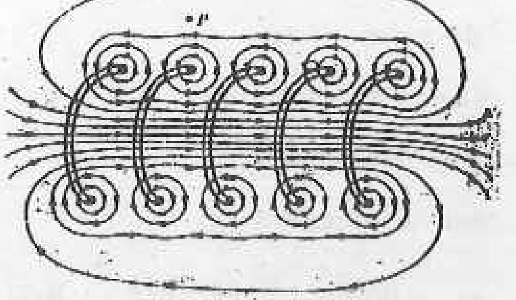
এক্ষেত্রে θ_1 এবং θ_2 যথাক্রমে P বিন্দুতে ML ও NR প্রান্তদুটি দ্বারা উৎপন্ন কোণদুটির অর্দ্ধেকের মান (চিত্র [2.9])।

যদি সলিনয়েডটি অসীম দৈর্ঘ্যের হয়, তখন $\theta_1 \cong 0$ এবং $\theta_2 \cong \pi$

এবং $$B = \mu_0 ni \tag{2.17}$$

সূত্র (2.17)-এ দেখা যাচ্ছে অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সলিনয়েডের ক্ষেত্রে P বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-এর মান 'P' বিন্দুর অবস্থান, সলিনয়েডের ব্যাসার্ধ-এর ওপর নির্ভর করে না। অতএব অক্ষস্থিত চৌম্বক প্রবাহঘনত্বটি সুষম এবং অক্ষের সমান্তরাল হয়। পরীক্ষাগারে সুষম চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব উৎপাদনের জন্য সুদীর্ঘ সলিনয়েড (যেক্ষেত্রে 'L'-এর মান 'a' অপেক্ষা অনেক বড়) ব্যবহার করা হয়। এক্ষেত্রে অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েডের অভ্যন্তরে $\vec{B}$ সুষম, অক্ষের সমান্তরাল এবং সলিনয়েডের বাইরে $\vec{B}$-র মান শূন্য মানের হবে, দেখা যাচ্ছে।

বাস্তবে, সসীম দৈর্ঘ্যের একটি সলিনয়েডের অভ্যন্তরে ও চারপাশে $\vec{B}$-র বিন্যাস কেমন হয় তার চিত্র (2.10)-এ দেখানো হয়েছে।



চিত্র 2.10

উপরের আলোচনার ভিত্তিতে চারটি প্রশ্ন নীচে সমাধান করা হয়েছে।

প্রশ্ন 1. হাইড্রোজেন পরমাণুর একক ইলেকট্রনটি কেন্দ্রকের চারপাশে প্রায় 7×10^{15} cycles/sec-এ আবর্তিত হয়। বৃত্তাকার কক্ষটির ব্যাসার্ধ 0.53×10^{-10} m। ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের দরুন প্রবাহমাত্রা এবং কক্ষের কেন্দ্রে উৎপন্ন চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব $\vec{B}$-র মান নির্ণয় করুন।

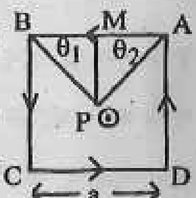
এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের ঘূর্ণনের দরুন প্রবাহমাত্রা, $i = 1.6\times10^{-19}\times7\times10^{15}$ অ্যাম্পীয়ার।

কক্ষের কেন্দ্রে উৎপন্ন এবং কক্ষতলের লম্ব বরাবর চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-র মান

$$=\frac{\mu_0 i}{2a(a=\text{ব্যাসার্ধ})}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times1.6\times10^{-19}\times7\times10^{15}}{2\times0.528\times10^{-10}}\,T = 13.33\,T$$

প্রশ্ন 2. i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ বিশিষ্ট a বাহুর একটি বর্গাকার পরিবাহীর কেন্দ্রে উৎপন্ন চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব-এর মান ও অভিমুখ নির্ণয় করুন।

এক্ষেত্রে P বিন্দুতে (চিত্র [(a)]) পরিবাহীর প্রতিটি বাহুই একই অভিমুখের চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব $\vec{B}$ সৃষ্টি করবে; তড়িৎপ্রবাহের অভিমুখের উপর নির্ভর করে $\vec{B}$-র অভিমুখ স্থির করতে হবে। চিত্র ([(a)])-এ P বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-র অভিমুখ কাগজের পৃষ্ঠার সাথে অভিলম্বভাবে কাগজের পৃষ্ঠার তলের বাইরের দিকে (চিহ্ন ⊙ দিয়ে বোঝানো হয়েছে)। এখন সূত্র (2.7) অনুসারে AB বাহুর তড়িৎপ্রবাহ P-এ যে $\vec{B}'$ উৎপন্ন করবে, তার মান



চিত্র (a)

$\vec{B'} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{2}{a}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2)$, θ_1 ও θ_2-এর সাংখ্য মান $\frac{\pi}{4}$

$$\therefore \quad B' = \frac{\mu_0 i}{\sqrt{2}\pi a}$$

$\therefore$ সমগ্র পরিবাহীটির দরুন P-এ উৎপন্ন $\vec{B}$-এর মান $B = 4B' = 2\sqrt{2}\,\mu_0 i/(\pi a)$।

প্রশ্ন 3. একটি সলিনয়েডের দৈর্ঘ্য 1.3 মিটার, ব্যাসার্ধ 0.013 মিটার এবং ইহা 18.0 অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ বহন করে। যদি আভ্যন্তরীণ চৌম্বকপ্রবাহঘনত্বের মান হয় 23.0 মিলি টেস্‌লা, তাহলে সলিনয়েডের পরিবাহীটির মোট দৈর্ঘ্য কত?

এক্ষেত্রে সলিনয়েডটি কার্যকারিতার দৃষ্টিকোণ থেকে অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েডের সাথে তুলনীয়। অতএব, আভ্যন্তরীণ $\vec{B}$-র মান হবে $B = \mu_0 ni$

যেখানে $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ হেনরী/মিটার,

n = প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাকসংখ্যা,

$i = 18$ অ্যাম্পীয়ার,

$B = 23 \times 10^{-3}$ টেস্‌লা।

অতএব, সলিনয়েডের পরিবাহী তারটির দৈর্ঘ্য, ℓ

$$\ell = 2\pi r.n.L \quad (L = \text{সলিনয়েডের দৈর্ঘ্য} = 1.3 \text{ মিটার})$$

আবার $23 \times 10^{-3} = 4\pi \times 10^{-7} \times n \times 18$

$$\therefore \ell = \frac{2\pi \times 0.013 \times 23 \times 10^{-3} \times 1.3}{4\pi \times 10^{-7} \times 18} \text{ মিটার}$$

বা, $\ell = 108$ মিটার।

2.4 অ্যাম্পীয়ার-এর চক্রীয় উপপাদ্য (Ampere's Circuital Law) ও তার প্রয়োগ

অ্যাম্পীয়ার (André Marie Ampere) (1775-1836)-এর চক্রীয় উপপাদ্যটির (Ampere's Circuital Law) গাণিতিক রূপ এইরূপ—

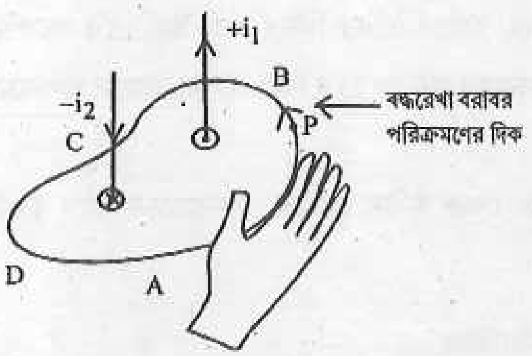
$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 i_{encl} \qquad (2.18)$$

এই সূত্র (2.18)-টি ব্যবহার করে বায়ুস্থ কোন ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব $\vec{B}$-র মান নির্ণয় করা যায়, অভিমুখ স্থির করা যায়। সেক্ষেত্রে যে তড়িৎপ্রবাহগুলি এই $\vec{B}$ সৃষ্টি করে তাদের বিন্যাসে কোন

নির্দিষ্ট জ্যামিতিক প্রতিসাম্য থাকে, সেই ক্ষেত্রে এই সূত্র (2.18) ব্যবহার করা বিশেষ সুবিধাজনক হয়।

চিত্র [2.11]-এর সাহায্য নিয়ে সূত্রটির ব্যাখ্যা করা হচ্ছে।

ব্যাখ্যা :— মনে করি, বায়ুমধ্যে অবস্থিত চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব $\vec{B}$-এ P একটি ক্ষেত্রীয় বিন্দু। এখন P দিয়ে যায় এমন একটি বদ্ধরেখা ABCD বিবেচনা করলাম। এই বদ্ধরেখা বরাবর সূত্র (2.18)-এর বাঁদিকের সমাকলটির মান নির্ণয় করলাম [সেক্ষেত্রে বদ্ধরেখাটির বিভিন্ন বিন্দুতে $\vec{B}$-র অভিলম্বগুলির বিন্যাসে একটি জ্যামিতিক প্রতিসাম্য নির্দিষ্ট থাকবে, সেইক্ষেত্রেই এই সমাকলন সহজসাধ্য হবে]। এখন এই কাল্পনিক বদ্ধরেখাটি যে তলের সৃষ্টি করল সেই তলের মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎপ্রবাহগুলির বীজগাণিতিক যোগফল হবে সূত্র (2.18)-এর ডানদিকের i_{encl}-র সমান।



চিত্র 2.11

"$\oint B.d\vec{\ell}$ ও i_{encl}-র মধ্যের নির্ণায়ক সম্পর্কটিই অ্যাম্পীয়ার-এর সূত্র"। তড়িৎরপ্রবাহগুলির চিহ্ন স্থির করবার নিয়ম: সমাকলনের সময় ডানহাতের আঙুলগুলি বদ্ধরেখাটিকে যে দিক বরাবর পরিক্রমণ করা হবে সেদিক বরাবর রেখে তালু দিয়ে বক্ররেখাটিকে ধরলাম। এ অবস্থায় যেই তড়িৎপ্রবাহগুলি ডানহাতের বুড়ো আঙুল বরাবর হবে সেই তড়িৎপ্রবাহগুলিকে ধনাত্মক বা + ve এবং বিপরীত তড়িৎ প্রবাহগুলিকে ঋণাত্মক বা – ve বলা হবে (চিত্র [2.11])।

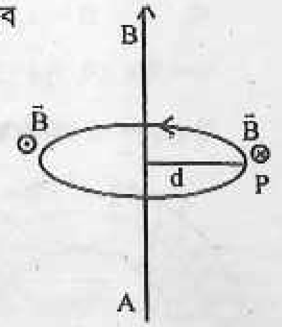
সূত্র (2.18) হতে দেখা যাচ্ছে, $\vec{B}$ ক্ষেত্রটি একটি 'অসংরক্ষী' (non-conservative), 'অঘূর্ণ' (irrotational) বলক্ষেত্র। নিচে সূত্র (2.18) প্রয়োগ করে কয়েকটি পরিচিত উদাহরণের সমাধান করা হল।

উদাহরণ 4. তড়িৎ প্রবাহবাহী ঋজু, সুদীর্ঘ পরিবাহী।

মনে করি, একটি সুদীর্ঘ, ঋজু পরিবাহী $\vec{AB}$ দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ $\vec{AB}$ বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে। বায়ুমধ্যে AB হতে d দূরত্বে P বিন্দুতে $\vec{B}$-র মান নির্ণয় করতে হবে।

এক্ষেত্রে, পরিবাহীটি সুদীর্ঘ হওয়ায় AB হতে d দূরত্বে যে কোন ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে $\vec{B}$-র মান সমান হবে আশা করা যায়; AB-এর সাপেক্ষে এই $\vec{B}$-র অভিমুখগুলির বিন্যাসেও একটি নির্দিষ্ট প্রতিসাম্য

থাকবে আশা করা যায়। অর্থাৎ এই $\vec{B}$-র অভিমুখগুলি AB-র উপর লম্বতলে AB-কে ঘিরে বিভিন্ন বৃত্তের আকারে বিন্যস্ত থাকবে। সুতরাং আলোচ্য উদাহরণটিতে P বিন্দু দিয়ে যায় 'd' ব্যাসার্ধের (বৃত্তের কেন্দ্র AB-তে স্থিত) বৃত্ত বরাবর সূত্র (2.18)-এর বাঁদিকের সমাকলনটি করলাম। অতএব লেখা যাবে



চিত্র 2.12

$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \int Bd\ell \sin 90^\circ = \int Bd\ell = B.2\pi d$$

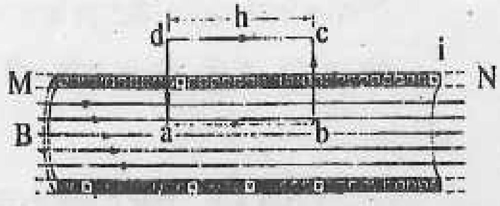
এবং $\quad B.2\pi d = \mu_0 i$

বা, $\quad B = \dfrac{\mu_0 i}{2\pi d} \qquad (2.19)$

সূত্র (2.19), সূত্র (2.18)-এর অনুরূপ; এই মিল অবশ্যই প্রত্যাশিত।

উদাহরণ 5. অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েড

মনে করি, MN একটি অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সলিনয়েড যার মধ্য দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ



চিত্র 2.13

প্রবাহিত হচ্ছে এবং যার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাকের সংখ্যা n। এখন সলিনয়েডটি অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট হওয়ায় তার অভ্যন্তরে প্রতি বিন্দুতেই $\vec{B}$-র মান একই হবে এবং $\vec{B}$-র অভিমুখ সলিনয়েডের অক্ষের সমান্তরাল হবে, এ অবস্থা আশা করা যায়। সলিনয়েডের বাইরে একই কারণে $\vec{B}$-র মান শূন্য হবে, আশা করা যায়। এ অবস্থায়, চিত্র [2.13]-এ দেখানো বদ্ধরেখা abcd বিবেচনা করে সূত্র (2.18) প্রয়োগ করে পাই,

$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \int_{ab} B.d\ell\cos 0^\circ + \int_{bc} B.d\ell\cos 90^\circ + \int_{cd} B.d\ell\cos 180^\circ + \int_{da} B.d\ell\cos 270^\circ$$

$$= \int_{ab} Bd\ell + \int_{cd} -Bd\ell = B.|ab| + B.|cd| = 2Bh$$

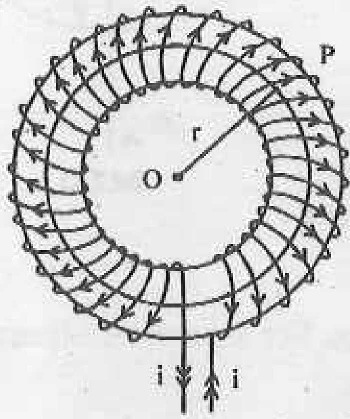
আবার, $i_{encl} = 2\mu_0 nhi$

অতএব, $2Bh = 2\mu_0 nhi$

বা, $B = \mu_0 ni$ (2.20)

লক্ষ্যণীয় যে, সূত্র (2.20), সূত্র (2.17)-এর অনুরূপ।

উদাহরণ 6. তড়িৎপ্রবাহবাহী প্রান্তহীন সলিনয়েড বা টরয়েড



চিত্র 2.14

প্রান্তহীন সলিনয়েডকে টরয়েড (Toroid) বলা হয়। পরীক্ষাগারে সুষম চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব উৎপাদন করবার দরকারে টরয়েড ব্যবহার করা হয়। চিত্র [2.14]-এ একটি টরয়েড দেখানো হয়েছে। এর ব্যাসার্ধ এর প্রস্থচ্ছেদ ব্যাসার্ধের তুলনায় অনেক বড় হয়। এর দরুন টরয়েডের অভ্যন্তরে তড়িৎ প্রবাহের দরুন উৎপন্ন $\vec{B}$ সুষম মানের এবং টরয়েডের সাপেক্ষে কতকগুলি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের আকারে বিন্যস্ত থাকে। কেন্দ্র হতে r দূরত্বে এইরকম একটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তকে সূত্র (2.18)-এর বাঁদিকের সমাকলনটির বদ্ধরেখা হিসাবে বিবেচনা করলাম। এই বদ্ধরেখা বরাবর সূত্র (2.18) প্রয়োগ করে পাই,

$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \int Bd\ell \cos 0^\circ = B.2\pi r$$

$$i_{encl} = 2\pi rni$$

অতএব, $B.2\pi r = \mu_0 2\pi rni$

বা, $B = \mu_0 ni$ (2.21)

এখানে $n \rightarrow$ প্রতি একক দৈর্ঘ্যে টরয়েডের পাকের সংখ্যা।

এক্ষেত্রে দেখা যাচ্ছে সূত্র (2.21) অনুযায়ী টরয়েডের অভ্যন্তরে B-এর মান 'r'-এর উপর নির্ভরশীল নয়। এ কারণে পরীক্ষাগারে সুষম চৌম্বক প্রবাহ সৃষ্টির জন্য টরয়েড ব্যবহার করা হয়। অ্যাম্পীয়ারের চক্রীয় উপপাদ্য ব্যবহার করে নিচের দুটি প্রশ্নের সমাধান করা হল।

প্রশ্ন 4. নলাকার সুষম তড়িৎপ্রবাহ

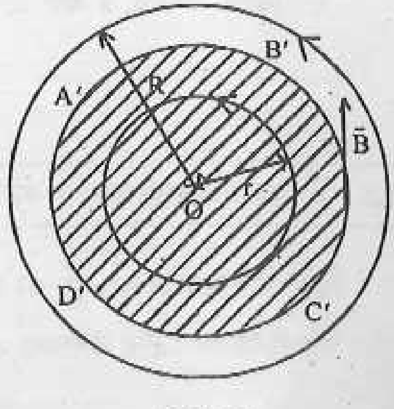
চিত্র [2.15]-এ A'B'C'D' হল নলাকার পরিবাহীটির প্রস্থচ্ছেদ। এক্ষেত্রে পরিবাহীটির অভ্যন্তরে অথবা বাইরে, $\vec{B}$-র বিন্যাসে নলাকার প্রতিসাম্য থাকবে আশা করা যায়। অতএব নলের কেন্দ্র O হতে

নলের দৈর্ঘ্যের অভিলম্বে কোন তল বিবেচনা করলে ঐ তলে $\vec{B}$-র অভিমুখগুলি নলের অক্ষের সাপেক্ষে কতকগুলি বৃত্তে বিন্যস্ত থাকবে। কেন্দ্র O হতে r ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তপথে সূত্র (2.18)-এর বাঁদিকের সমাকলনটি করলাম। অতএব, $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = B.2\pi r$

এখন i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ যদি সমগ্র প্রস্থচ্ছেদ বেয়ে প্রবাহিত হয় ওই বৃত্তাকার বদ্ধপথটি যে ক্ষেত্রফল বেষ্টন করে তার মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎপ্রবাহের পরিমাণ i′ হবে :

$$i' = \frac{i}{\pi a^2}.\pi r^2 = \frac{ir^2}{a^2}$$

[a → পরিবাহীটির ব্যাসার্ধ]



চিত্র 2.15

সূত্র (2.18) অনুযায়ী,

$$B.2\pi r = \frac{\mu_0 ir^2}{a^2}$$

বা, $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{ir}{a^2} \qquad (2.22)$$

আবার একইভাবে A′B′C′D′ প্রস্থচ্ছেদটির বাইরের সমকেন্দ্রিক R ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার বদ্ধরেখাটি বিবেচনা করে সূত্র (2.18) ব্যবহার করে পাই,

$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = B.2\pi R = \mu_0 i$$

বা, $$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i}{R} \qquad (2.23)$$

সূত্র (2.22)-এ নলাকার তড়িৎপরিবাহীর অক্ষস্থিত বিন্দুতে $\vec{B}$-এর মান শূন্য— 'r'-এর মান-এর সাথে $\vec{B}$-এর মানের বৃদ্ধি হতে থাকে— নলের পৃষ্ঠদেশে $\vec{B}$-র মান সর্বাধিক। পরিবাহীর বাইরে $\vec{B}$-র মান ক্রমশঃ কমে যায়।

প্রশ্ন 5. বিভিন্ন অ্যাম্পীরিয়ান বদ্ধরেখা বরাবর সমাকলনের মান

চিত্র [2.16]-এ পাঁচটি ক্ষেত্রে অ্যাম্পীয়ারের চক্রীয় উপপাদ্য প্রদর্শিত বদ্ধরেখা বরাবর নির্ণয় করুন এবং মানের ক্রমানুযায়ী সাজান।

চিত্র [2.11]-এ দেখানো নিয়ম-এর সাহায্য নিয়ে সূত্র (2.18) ব্যবহার করে পাই

ক্ষেত্র (a)-এ $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = -i + i + i + i = 2i$

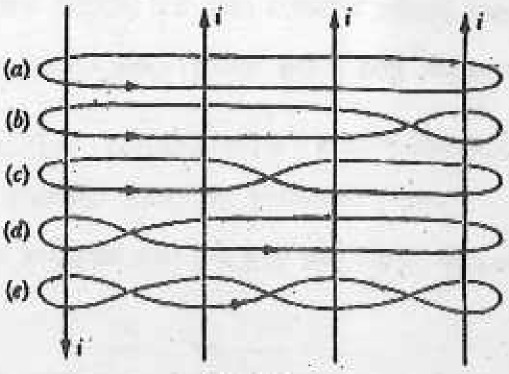
ক্ষেত্র (b)-এ $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = -i+i+i-i=0$

ক্ষেত্র (c)-এ $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = -i+i-i-i=-2i$

ক্ষেত্র (d)-এ $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = i+i+i+i=4i$

ক্ষেত্র (e)-এ $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = i+i-i+i=2i$

$\therefore$ নির্ণেয় ক্রম d, a এবং e, b, c



চিত্র 2.16

2.5 $\vec{B}$-এর ডাইভারজেন্স ও কার্ল-এর মান নির্ণয়

স্থির চৌম্বকক্ষেত্রে $\vec{\nabla}\times\vec{B}$-এর মান নির্ণয় :

অ্যাম্পীয়ারের চক্রীয় উপপাদ্য এবং স্টোকস্-এর সূত্র ব্যবহার করে আমরা লিখতে পারি :

$$\oint_{C_0} \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 i_{encl} \qquad (2.18)$$

$$\oint_{C_0} \vec{B}.d\vec{\ell} = \int_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right).d\vec{S} \qquad (2.24)$$

এক্ষেত্রে সমাকলনটির একটি যদৃচ্ছ বদ্ধরেখা C_0-এর সাপেক্ষে করা হয়েছে এবং S হল ঐ বদ্ধরেখা C_0 দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্র। যেহেতু পরিবাহীর তড়িৎপ্রবাহের মান $\left|\vec{i}\right|$ এবং তড়িৎপ্রবাহমাত্রার ঘনত্ব $\vec{J}$-এর মানের পারস্পরিক সম্পর্ক

$$i = \int_S \vec{J}.d\vec{S} \qquad (2.25)$$

অতএব, (2.24), (2.18) হতে পাই,

$$\int_S \left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right).d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{J}.d\vec{S} \qquad (2.26)$$

যেহেতু C_0 অথবা S যদৃচ্ছ হতে পারে, অতএব (2.26) সিদ্ধ হবে কেবলমাত্র যখন নিচের সম্পর্কটি সত্য হবে

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} \qquad (2.27)$$

দেখা যাচ্ছে $\vec{B}$ একটি অসংরক্ষী (non-conservative), অঘূর্ণ (irrotational) বলক্ষেত্র। এক্ষেত্রে লক্ষ্যণীয় যে, কয়েকটি বিচ্ছিন্ন তড়িৎপ্রবাহের বিন্যাস থাকলে C_0 রেখাটি পরিকল্পিতভাবে প্রতিটি তড়িৎপ্রবাহকে ঘিরে বিবেচনা করতে হবে। সূত্র (2.27) সকলসময়ই সত্য হবে।

$\vec{\nabla}.\vec{B}$-এর মান :

বায়ো-সাভার্ট সূত্র (2.4) হতে আমরা জানি,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_\ell \frac{i d\vec{\ell} \times \vec{r}}{r^3} \tag{2.4}$$

এখন যেহেতু $\int_\ell i d\vec{\ell} = \iint_{\ell S}\left(\vec{J}.d\vec{S}\right)d\vec{\ell} = \iint_{\ell S}\left(d\vec{\ell}.d\vec{S}\right)\vec{J} = \int_v \vec{J}\,dv \quad \because \hat{J} = \hat{d\ell}$

যেখানে শেষ পদটিতে 'dv' অনন্তক্ষুদ্র আয়তন এবং সমাকলনটি পরিবাহীর আয়তনের ওপর করা হয়েছে, আমরা সূত্র (2.4)-কে লিখতে পারি,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_v \frac{\vec{J} \times \vec{r}}{r^3}dv \tag{2.28}$$

আবার আমরা জানি যে,

$$\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\vec{r}}{r^3} \tag{2.29}$$

এবং
$$\vec{\nabla}.\left(\vec{A}\times\vec{C}\right) = \vec{C}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{A}\right) - \vec{A}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{C}\right) \tag{2.30}$$

অতএব, উপরের সূত্রগুলি (2.28)—(2.30) ব্যবহার করে পাই,

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}\int\frac{\vec{J}\times\vec{r}}{r^3}dv = -\frac{\mu_0}{4\pi}\vec{\nabla}.\int\vec{J}\times\vec{\nabla}\left(\frac{1}{r}\right)dv$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\int\vec{J}.\left(\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}.\left(\frac{1}{r}\right)\right)dv - \int\vec{\nabla}.\left(\frac{1}{r}\right).\left(\vec{\nabla}\times\vec{J}\right)dv\right] \tag{2.31}$$

এক্ষেত্রে লক্ষ্যণীয় যে $\vec{\nabla}$ সংকারকটি কেবলমাত্র ক্ষেত্রীয় বিন্দুর স্থানাঙ্কের সাপেক্ষে অবকলন করে, dv উৎসবিন্দুদের প্রসঙ্গে পরিবাহীর অনন্ত ক্ষুদ্র আয়তনাংশ; কাজেই অবকলন ও সমাকলন-এর যেকোনটিই

অন্যটির আগে করা যায়। এদের ক্রম পরম্পরা বদলানো যাবে। আবার, সমীকরণ (2.31)-এ লক্ষ্যণীয় যে সমীকরণের ডানদিকের প্রথম পদটিতে একটি গ্রেডিয়েন্টের কার্ল নেওয়া হয়েছে, গ্রেডিয়েন্টের কার্ল অবশ্যই সর্বদা শূন্য হয়। অতএব, এই পদটির মান শূন্য। আবার সমীকরণ (2.31)-এর ডানদিকের দ্বিতীয় পদটিও শূন্য, যেহেতু $\vec{J}$ ভেক্টরটি উৎসবিন্দুর স্থানাঙ্কের চররাশি এবং $\vec{\nabla}$ সংকারকটি শুধুমাত্র ক্ষেত্রীয় বিন্দুর স্থানাঙ্কের সাপেক্ষে অবকল করে, অতএব সমীকরণ (2.31) হতে পাই,

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \tag{2.32}$$

অর্থাৎ স্থির চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব বা চৌম্বকক্ষেত্র সবসময়ই 'সলিনয়ডাল (Solenoidal)' বলক্ষেত্র। এই বলক্ষেত্রে কোন উদ্‌গম (source) বা অভিগম (link) নেই। চৌম্বক বলরেখাগুলি সর্বদাই বদ্ধরেখা অথবা অসীম হতে অসীমে বিস্তৃত রেখা।

2.6 তড়িৎপ্রবাহের উপর চৌম্বকক্ষেত্র কর্তৃক প্রযুক্ত বল; ঋজু পরিবাহীর ওপর চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল :

অনুচ্ছেদ 2.2-এ আমরা চৌম্বকক্ষেত্রে গতিশীল আহিতকণার উপর প্রযুক্ত বল সম্পর্কে আলোচনা করেছি। এখন আমরা চৌম্বক ক্ষেত্রে তড়িৎপ্রবাহের উপর প্রযুক্ত বল সম্পর্কে আলোচনা করব।

ঋজু পরিবাহীর উপর চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল : মনে করি কোন সুষম চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ বায়ুমধ্যে একটি ঋজু পরিবাহী AB রাখা আছে। AB দিয়ে $\vec{AB}$ অভিমুখ বরাবর i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হচ্ছে। এখন যদি

N = পরিবাহীর প্রতি একক আয়তনে মুক্ত ইলেকট্রন (তড়িৎপ্রবাহবাহী ইলেকট্রন)-এর সংখ্যা

q = প্রতি মুক্ত ইলেকট্রনের তড়িতাধান

v = মুক্ত ইলেকট্রনের বেগ—ইহা তড়িৎপ্রবাহ i-এর অভিমুখ বরাবর হবে।

হয়, তাহলে

পরিবাহীর প্রতি একক আয়তনে Nq তড়িতাধানের উপর সূত্র (2.1) অনুযায়ী $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল, $\vec{F}'$-র ব্যঞ্জক হবে:

$$\vec{F}' = Nq\,\vec{v} \times \vec{B} \tag{2.33}$$

এখন যদি তড়িৎপ্রবাহঘনত্ব হয় $\vec{J}$, তাহলে লেখা যায়

$$\vec{J} = Nq\,\vec{v} \tag{2.34}$$

অতএব সূত্র (2.33) ও সূত্র (2.34) হতে পাই $\vec{F'} = \vec{J} \times \vec{B}$

সুতরাং পরিবাহীটির ওপর প্রযুক্ত মোট বল, $\vec{F}$-এর ব্যঞ্জক হবে

$$\vec{F} = \int_{v} \left(\vec{J} \times \vec{B} \right) dv \tag{2.35}$$

যেখানে dv হল পরিবাহীর অনন্ত ক্ষুদ্র আয়তন এবং সমাকলনটি পরিবাহীর সমগ্র আয়তনের ওপর করা হয়েছে। এখন তড়িৎপ্রবাহ $\vec{i}$-এর সংজ্ঞানুযায়ী,

$$i = \int_{S} \vec{J}.d\vec{S} \tag{2.25}$$

এবং $\hat{i} = \hat{J}$ অতএব সূত্র (2.35) হতে পাই,

$$\vec{F} = \int_{S}\int_{\ell} \left(\vec{J} \times \vec{B} \right) \left(d\vec{\ell}.d\vec{S} \right) \tag{2.36}$$

যেখানে $d\ell, dS$ পরিবাহীর অনন্ত ক্ষুদ্র. দৈর্ঘ্য এবং অনন্ত ক্ষুদ্র প্রস্থচ্ছেদ এবং সমাকলনটির সমগ্র দৈর্ঘ্য ℓ এবং সমগ্র প্রস্থচ্ছেদ S-এর ওপর করা হয়েছে।

সূত্র (2.25) এবং সূত্র (2.36) হতে পাই

$$\vec{F} = \int_{\ell}\int_{S} J \left(\vec{J} \times \vec{B} \right) \left(\hat{d\ell}.d\vec{S} \right) d\ell$$

$$= \int_{\ell}\int_{S} J \left(\hat{d\ell} \times \vec{B} \right) \left(\vec{J}.d\vec{S} \right) d\ell \quad [\because \hat{J} \text{ এবং } \hat{d\ell}\text{-এর অভিমুখ এক}]$$

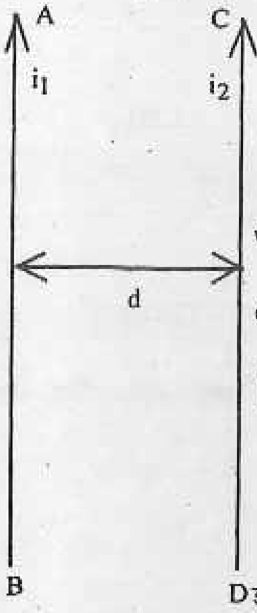
$$= \int_{S}\int_{\ell} \left(d\vec{\ell} \times \vec{B} \right) \left(\vec{J}.d\vec{S} \right)$$

$$\text{বা, } \vec{F} = \int_{\ell} i \left(d\vec{\ell} \times \vec{B} \right) \tag{2.37}$$

সূত্র (2.37)-ই ঋজু পরিবাহীর ওপর চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বলের ব্যঞ্জক। এই সূত্র ব্যবহার করে পরবর্তী দুটি উদাহরণের সমাধান করা হল।

2.7 অসীম দৈর্ঘ্যের সমান্তরাল, ঋজু পরিবাহীতে তড়িৎপ্রবাহ-এর জন্য আকর্ষণ এবং বিকর্ষণ বল, অ্যাম্পীয়ার-এর সংজ্ঞা

মনে করি AB ও CD দুটি ঋজু অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট সমান্তরাল পরিবাহী পরস্পর হতে d দূরত্বে আছে। AB ও CD দিয়ে সমমুখী তড়িৎপ্রবাহ i_1 ও i_2 অ্যাম্পীয়ার যথাক্রমে $\overrightarrow{BA}$ ও $\overrightarrow{DC}$ দিক বরাবর প্রবাহিত হচ্ছে। এখন সূত্র (2.8) অনুযায়ী AB হতে d দূরত্বে CD পরিবাহীর যে কোন বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-র মান



চিত্র 2.17

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d} \qquad (2.8)$$

চিত্র [2.17]-এ দেখানো ব্যবস্থাতন্ত্রে এই $\vec{B}$-র অভিমুখ কাগজের পৃষ্ঠতলের অভিলম্বে ও ভেতরের দিকে। এই $\vec{B}$ CD-এর $\vec{i_2}$-র ওপর বলপ্রয়োগ করবে এবং সূত্র (2.37) অনুযায়ী $\vec{B}$ কর্তৃক CD-র ওপর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে প্রযুক্ত বল $\vec{F'}$-এর ব্যঞ্জক হবে,

$$\vec{F'} = i_2\, \hat{d\ell} \times \vec{B} \qquad (2.38)$$

যেহেতু $\hat{d\ell}$ ও $\vec{B}$-র অন্তর্বর্তী কোণ 90° অতএব $\vec{F'}$-র মানের ব্যঞ্জক হবে :

$$\left|\vec{F'}\right| = i_2 B = \frac{\mu_0 i_2 i_1}{2\pi d} \qquad (2.39)$$

এবং $\vec{F'}$-এর অভিমুখ হবে সূত্র (2.38) অনুযায়ী চিত্র [2.17]-এর ব্যবস্থাতন্ত্রে CD হতে AB-র দিকে। একইভাবে CD দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহ i_2-র দরুন AB-র তড়িৎপ্রবাহ i_1-র ওপর প্রতি একক দৈর্ঘ্যে প্রযুক্ত বলের মান হবে সূত্র (2.39) অনুযায়ী $\frac{\mu_0 i_2 i_1}{2\pi d}$ এবং অভিমুখ হবে AB হতে CD-র দিকে।

অতএব সমমুখী, সমান্তরাল তড়িৎপ্রবাহ পরস্পরকে আকর্ষণ করে; একই কারণে বিষমমুখী সমান্তরাল তড়িৎপ্রবাহ পরস্পরকে বিকর্ষণ করে।

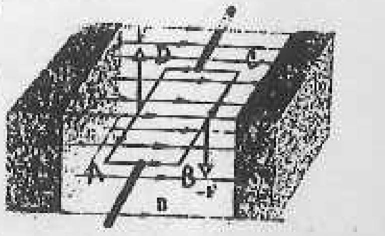
অ্যাম্পীয়ারের সংজ্ঞা : সূত্র (2.39) হতে দেখা যাচ্ছে, SI পদ্ধতিতে $i_1 = i_2 = 1$ অ্যাম্পীয়ার হলে, d = 1 মিটার হলে, $F = \frac{\mu_0}{2\pi}$।

অর্থাৎ, $F=\frac{\mu_0}{2\pi}=2\times10^{-7}$ নিউটন/মিটার হবে।

অতএব, শূন্য মাধ্যমে 1.0 মিটার দূরত্বে দুটি অসীম দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট ঋজু, সমান্তরাল তারে যে পরিমাণ তড়িৎপ্রবাহের ফলে তার দুটি একে অপরের প্রতি একক দৈর্ঘ্যে 2×10^{-7} নিউটন/মিটার বল প্রয়োগ করে, তাকে 1 অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ বলা হয়।

2.8 আয়তাকার তড়িৎপ্রবাহযুক্ত পরিবাহীর উপর সুষম চৌম্বকক্ষেত্র কর্তৃক প্রযুক্ত টর্ক

মনে করি, ABCD একটি আয়তাকার পরিবাহী, যা প্রারম্ভিক সময়ে সুষম চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ এমনভাবে রাখা আছে যার ফলে ABCD-র পৃষ্ঠতলের উপর অঙ্কিত লম্ব $\left(\hat{n}\right)$ $\vec{B}$-র সাথে 90° কোণ উৎপন্ন করেছে (চিত্র [2.18])। এখন পরিবাহীটি দিয়ে চিত্র [2.18]-এ প্রদর্শিত পথে তড়িৎপ্রবাহ i প্রবাহিত হলে পরিবাহীটির বাহুগুলির উপর $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বলের মান ও অভিমুখ সূত্র (2.37) হতে পাওয়া যাবে। দেখা যাচ্ছে,



চিত্র 2.18

$\vec{B}$ কর্তৃক AB বাহুর ওপর প্রযুক্ত বল, $\left|\vec{F_1}\right|=i\,\vec{b_1}\times\vec{B}=ib_1B\sin0°=0$ (2.40)

$\vec{B}$ কর্তৃক BC বাহুর ওপর প্রযুক্ত বল, $\left|\vec{F_2}\right|=i\,\vec{\ell_2}\times\vec{B}=i\ell B\sin90°=i\ell B$ (2.41)

($\left|\vec{F_2}\right|$-র অভিমুখ কাগজের পৃষ্ঠতলের ভিতরের দিকে এবং কাগজের পৃষ্ঠতলের উপরে অভিলম্বে)

$\vec{B}$ কর্তৃক CD বাহুর উপর প্রযুক্ত বল, $\left|\vec{F_3}\right|=i\,\vec{b_2}\times\vec{B}=ib_2B\sin\pi=0$ (2.42)

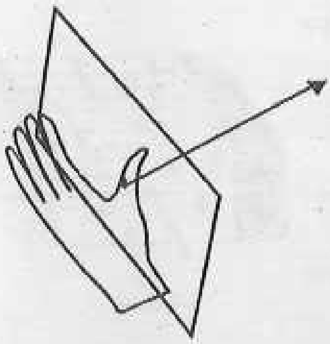
$\vec{B}$ কর্তৃক DA বাহুর উপর প্রযুক্ত বল, $\left|\vec{F_4}\right|=i\,\vec{\ell_2}\times\vec{B}=\left|i\ell_2B\sin\frac{3\pi}{2}\right|=i\ell_2B$

বা, $\left|\vec{F_4}\right|=i\ell_2B$ (2.43)

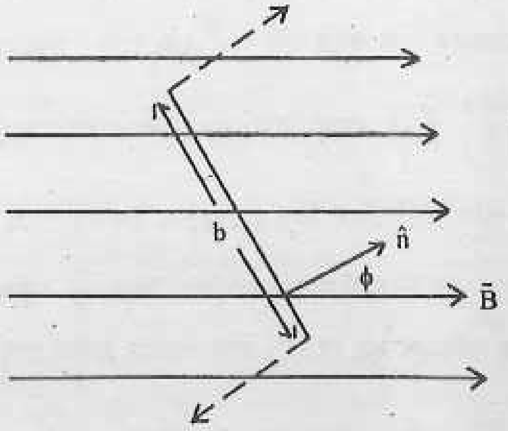
এবং $\vec{F_4}$-র অভিমুখ কাগজের পৃষ্ঠতলের অভিলম্বে পৃষ্ঠতলের বাহিরের দিকে। সুতরাং দেখা যাচ্ছে

পরিবাহীর AB ও CD অংশে কোন বল ক্রিয়া করে না এবং $\vec{F_2}$ ও $\vec{F_4}$ সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় একটি টর্ক-এর সৃষ্টি হয় যা পরিবাহীটিকে অনুভূমিক অক্ষের সাপেক্ষে আবর্তিত করতে চায় এমনভাবে, যাতে $\hat{n}$ ভেক্টরটি $\vec{B}$-র বরাবর থাকে। চিত্র (2.19)-এ $\hat{n}$ ভেক্টরটি স্থির করবার জন্য ডান হাতের নিয়মটি দেখানো হয়েছে। ডান হাত দিয়ে পরিবাহীটিকে মুঠো করে ধরতে হবে যাতে মুঠোর আঙুলগুলি তড়িৎপ্রবাহের দিকে গুটানো থাকে। এ অবস্থায় বুড়ো আঙুলটি যে দিক নির্দেশ করবে, $\hat{n}$ ভেক্টরটি সেই দিক বরাবর হবে।

এখন $\vec{F_2}$ ও $\vec{F_4}$-এর সম্মিলিত কারণে উদ্ভূত টর্কের জন্য মনে করি পরিবাহীটি আবর্তিত হয়ে কোন



চিত্র 2.19



চিত্র 2.20

এক সময়ে $\vec{B}$-এর সাথে θ কোণ উৎপন্ন করেছে; অর্থাৎ $\hat{n}$ এবং $\vec{B}$-র অন্তর্বর্তী কোণ θ (চিত্র [2.20]) এই অবস্থায় CD বাহুটি $\vec{B}$-র সাথে $(90-\theta)$ কোণ করেছে। অতএব CD-র উপর $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল $\left|\vec{F_3'}\right| = ibB\sin(90-\theta) = ibB\cos\theta$। AB-র উপর $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল $\left|\vec{F_1'}\right| = ibB\cos\theta$। কিন্তু $\vec{F_3'}$ ও $\vec{F_1'}$-কে যুক্ত করলে পরিবাহীটির কেন্দ্রগামী রেখা পাওয়া যায়। অতএব এদের লব্ধি হবে শূন্য।

আবার $\vec{B}$ কর্তৃক BC বাহুর উপর প্রযুক্ত বল, $\left|\vec{F_2}\right| = i\ell B\sin 90° = i\ell B$ এবং এর অভিমুখ BC-এর যে কোন বিন্দুতে BC-এর সাথে উল্লম্বভাবে ভেতরের দিকে।

এবং $\vec{B}$ কর্তৃক DA বাহুর উপর প্রযুক্ত বল $\left|\vec{F_4}\right| = i\ell B$ এবং $\vec{F_4}$-র অভিমুখ DA-র সাথে উল্লম্বভাবে বাইরের দিকে। এই $\vec{F_2}$ ও $\vec{F_4}$ সমান এবং বিপরীতমুখী—কেন্দ্রের সাপেক্ষে এদের জন্য উৎপন্ন টর্কের বাহুর মান $\frac{b}{2}\sin\theta$। অতএব $\vec{F_2}$ ও $\vec{F_4}$-এর সম্মিলিত টর্ক ($\vec{\tau}$)-এর মান

$$2 \times \frac{b}{2} i\ell B\sin\theta = ib\ell B\sin\theta$$

$$\left|\vec{\tau}\right| = ib\ell B\sin\theta = iAB\sin\theta \qquad (2.44)$$

($A = \ell b =$ পরিবাহীর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল)

যদি পরিবাহীটিতে N পাক থাকত তাহলে টর্কের মান হত

$$\tau = NiAB\sin\theta \qquad (2.45)$$

পরিবাহীটি বৃত্তাকার বা যে কোন আকারের পাককুন্ডলী হলেও সূত্র (2.45) সত্য হত। (NiA) রাশিটি কুন্ডলীর পক্ষে একটি ধ্রুব রাশি। একে কুন্ডলীর চৌম্বক ভ্রামক ($\vec{\mu}$) বলা হয়। অতএব

$$\tau = \mu B\sin\theta$$

বা, $$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \qquad (2.46)$$

$$\vec{\mu} = NAi\hat{\mu} \qquad (2.47)$$

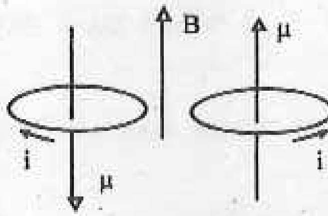
স্থির তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$-এ স্থাপিত তড়িৎ দ্বিমেরু (ভ্রামক $\vec{P}$)-র উপর প্রযুক্ত টর্ক ($\vec{\tau_E}$)-র মানের সাথে সূত্র (2.46)-এর তুলনা করে $$\vec{\tau_E} = \vec{P} \times \vec{E} \qquad (2.48)$$

বলা যায় যে বদ্ধ পাতকুন্ডলী একটি চৌম্বক দ্বিমেরুর সাথে সমতুল্য ও যার ভ্রামক $\vec{\mu}$

$$\vec{\mu} = NAi\hat{\mu} \qquad (2.47)$$

চিত্র [2.21]-এ বৃত্তাকার কুন্ডলী ও সমতুল্য চৌম্বক দ্বিমেরুকে দেখানো হয়েছে; $\hat{i}$ এবং $\hat{\mu}$-এর সম্পর্কটি লক্ষ্যণীয়। $\vec{\mu}$ ভ্রামকটি $\vec{B}$ ক্ষেত্রে থাকায়, কুন্ডলীটির স্থিতিশক্তি, v-এর ব্যঞ্জক হবে

$$v = -\vec{\mu}.\vec{B} \qquad (2.48)$$



চিত্র 2.21

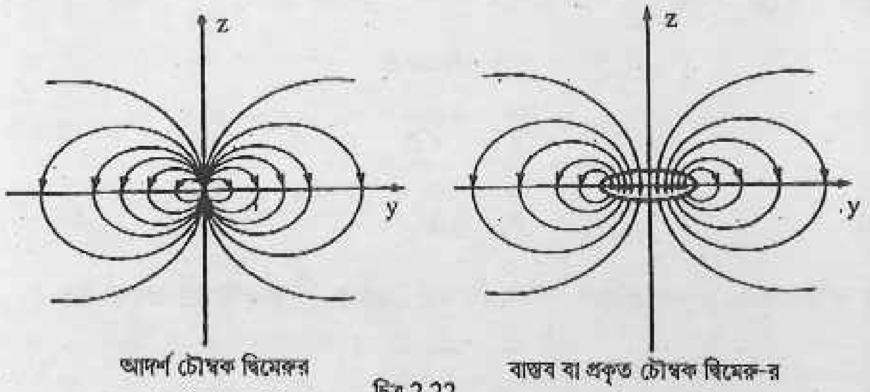
$\vec{\mu}$ ও $\vec{B}$ একই দিক বরাবর হলে v নিম্নতম মানের এবং $\vec{\mu}$ ও $\vec{B}$ বিপরীতমুখী হলে v-এর মান বৃহত্তম হবে। চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ কুন্ডলীকে আবর্তিত করতে চাইলে সেই কারণে শক্তি প্রয়োগ করতে হবে।

সারণী 1.2-এ কয়েকটি পরিচিত বস্তুর চৌম্বক ভ্রামকের মান।

ছোট দন্ড চুম্বক	5 জুল/টেসলা
পৃথিবী	8.0×10^{22} জুল/টেসলা
একটি প্রোটন	1.4×10^{-26} জুল/টেসলা
একটি ইলেকট্রন	9.3×10^{-24} জুল/টেসলা

সারণী নং 1.2

চিত্র 2.22-এ একটি "আদর্শ চৌম্বক দ্বিমেরু" এবং "প্রকৃত চৌম্বক দ্বিমেরু"-র ছবি দেখানো হয়েছে।



আদর্শ চৌম্বক দ্বিমেরুর চতুষ্পার্শ্বের $\vec{B}$-র বিন্যাস

চিত্র 2.22

বাস্তব বা প্রকৃত চৌম্বক দ্বিমেরু-র চতুষ্পার্শ্বের $\vec{B}$-র বিন্যাস

উপরের আলোচনার ভিত্তিতে নিচের গাণিতিক প্রশ্নগুলির সমাধান করা হল :

প্রশ্ন 6. দুটি সমান্তরাল, ঋজু, সুদীর্ঘ পরিবাহী অন্তর্বর্তী দূরত্ব 0.08 মিটার। পরিবাহী দুটি বায়ুমাধ্যমে স্থিত একই পরিমাণ তড়িৎপ্রবাহ বহন করে। এই তড়িৎপ্রবাহের মান কত হলে এদের অন্তর্বর্তী মধ্যবিন্দুতে চৌম্বকপ্রবাহঘনত্বের মান $300\mu T$ হওয়া সম্ভব হবে? পরিবাহী দুটির মধ্য দিয়ে সমমুখী ও বিষমমুখী তড়িৎ প্রবাহ প্রবাহিত হওয়ায় দুটি ক্ষেত্রই বিবেচনা করুন।

(1) সমমুখী তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে :

এক্ষেত্রে মধ্যবিন্দুতে দুটি পরিবাহীই অভিমুখে $\vec{B}$ উৎপন্ন করবে। ফলে লব্ধি $\vec{B}$-র মান সবসময়ই শূন্য হবে।

(2) বিষমমুখী তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে :

এক্ষেত্রে মধ্যবিন্দুতে পরিবাহী দুটি একই অভিমুখে $\vec{B}$ উৎপন্ন করবে। যদি নির্ণেয় তড়িৎপ্রবাহ i অ্যাম্পীয়ার হয় তবে সূত্র (2.39) ব্যবহার করে পাই,

$$300\times10^{-6}=2\times\frac{\mu_0 i}{2\pi\times0.08}=\frac{2\times4\pi\times10^{-7}i}{2\pi\times0.08}$$

বা, $i=30$ অ্যাম্পীয়ার

প্রশ্ন 7. L দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহবাহী কোন তারকে বৃত্তের আকার দিলে ওর ওপর চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত টর্কের মান সর্বোচ্চ হয় যখন এই বৃত্তাকার কুন্ডলীতে পাকের সংখ্যা হয় এক এবং সেক্ষত্রে সর্বোচ্চ টর্কের মান হয় $\tau=\frac{L^2 iB}{4\pi}$

N পাকের বৃত্তাকার কুন্ডলীর ক্ষেত্রে, $L=2\pi rN$ ($r\rightarrow$ বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

এখন টর্কের মান : $\vec{\tau}=\vec{\mu}\times\vec{B}$ যেখানে $|\vec{\mu}|=NAi$

অতএব $\vec{\tau}$ সর্বোচ্চ মানের হবে যখন $\vec{\mu}$ ও $\vec{B}$-এর অন্তর্বর্তী কোণ 90° হবে এবং (NA)-এর মান সর্বোচ্চ হবে।

এখন, $NA=N\pi r^2=\frac{N\pi L^2}{4\pi^2N^2}=\frac{L^2}{4\pi N}$

অতএব (NA)-এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন $N=1$ হবে এবং সেক্ষেত্রে $\tau=NABi=\frac{L^2Bi}{4\pi}$।

প্রশ্ন 8. 160 পাকবিশিষ্ট একটি বৃত্তাকার কুন্ডলীর ব্যাসার্ধ 0.019 মিটার। কুন্ডলী দিয়ে কি পরিমাণ তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হলে (a) কুন্ডলীর চৌম্বক ভ্রামক 2.3 অ্যাম্পীয়ার-মিটার^2 হবে? (b) 35.0 মিলি টেস্‌লার সুষম চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব-এ এই পরিবাহীর উপর সর্বোচ্চ টর্কের মান কত হবে?

এক্ষেত্রে $NiA=\mu$; $2.3=160\times i\times\pi\times0.019^2$

বা, $i=12.7$ অ্যাম্পীয়ার।

(b) এক্ষেত্রে সর্বোচ্চ টর্ক, $\tau=\mu B=2.3\times35\times10^{-3}=0.0805$ নিউটন-মিটার।

2.9 সারাংশ

(a) স্থির চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ $\vec{v}$ বেগে গতিশীল q তড়িতাধানের ওপর প্রযুক্ত বল $\vec{F}$

$$\vec{F} = q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

(b) কোন অঞ্চলে স্থির তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$-এ স্থির চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$ হলে ঐ অঞ্চলে v বেগে গতিশীল q তড়িতাধানের ওপর প্রযুক্ত বল $\vec{F}$

$$\vec{F} = q\,\vec{E} + q\,\vec{v} \times \vec{B}$$

এই $\vec{F}$-কে 'লোরেঞ্জ বল' (Lorentz Force) বলা হয়।

(c) বায়ো-সাভার্ট (Biot-Savart) সূত্র অনুযায়ী কোন ঋজু পরিবাহীর অনন্ত ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্য $d\vec{S}$ দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহ $id\vec{S}$-র দরুন বায়ুমধ্যে $id\vec{S}$ হতে r দূরত্বে স্থিত ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে উৎপন্ন অনন্ত ক্ষুদ্র চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $d\vec{B}$-র ব্যঞ্জক হবে

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{id\vec{S} \times \vec{r}}{r^3} \quad (\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ হেনরী/মিটার})$$

যেখানে μ_0 শূন্য মাধ্যমের ভেদ্যতা বোঝায়।

(d) অ্যাম্পীয়ার (Ampere)-এর চক্রীয় উপপাদ্যের গাণিতিক রূপ হল :

$$\oint_{C_0} \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 i_{encl}$$

অর্থাৎ, যে কোন বদ্ধরেখা C_0 বরাবর $\vec{B}.d\vec{\ell}$-এর সমাকলন করলে সমাকলনের মান ঐ বদ্ধরেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রটির মধ্য দিয়ে অতিক্রান্ত তড়িৎপ্রবাহের বীজগাণিতিক সমষ্টির μ_0 গুণের সমান হয়। অ্যাম্পীয়ারের উপপাদ্যের আবার একটি রূপ হল $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0\,\vec{J}$

যেখানে $\vec{J}$ তড়িৎপ্রবাহের ঘনত্ব বোঝায়।

(e) সুষম চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ একটি i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহবাহী ঋজু পরিবাহী রাখলে, পরিবাহীর ℓ দৈর্ঘ্যের ওপর $\vec{B}$ কর্তৃক প্রযুক্ত বল $\vec{F}$

$$\vec{F} = i\,\vec{\ell} \times \vec{B} \quad (\text{i-এর অভিমুখ ও } \ell\text{-এর অভিমুখ একই})$$

(f) বায়ুমধ্যে অবস্থিত স্থির চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ নিচের দুটি সূত্র সবসময়ই সিদ্ধ হয়

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}$$

(g) কোন সুষম চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহবাহী একটি বদ্ধ পাতকুন্ডলী রাখলে সেটির ওপর $\vec{B}$-র দরুন একটি টর্ক ($\vec{\tau}$) প্রযুক্ত হয় এবং তাকে আবর্তিত করে। যদি বদ্ধকুন্ডলীর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল A এবং পাকসংখ্যা N হয়, তবে বদ্ধ পাতকুন্ডলীর চৌম্বক ভ্রামক

$$\vec{\mu} = NAi\hat{\mu} \text{ এবং } \vec{\tau} = \vec{\mu}\times\vec{B}$$

অ্যামমিটার, ভোল্টমিটার, ইলেকট্রিক মিটার ইত্যাদি যন্ত্রের কার্যনীতিতে এই সূত্র ব্যবহার করা হয়। ডান হাতের নিয়ম (পাঠ্যাংশ বিবেচ্য) অনুযায়ী কুন্ডলীর $\hat{i}$ ও $\hat{\mu}$-র মধ্যের সম্পর্ক নির্ণয় করা হয়।

(h) একটি অসীম দৈর্ঘ্যের ঋজু পরিবাহী হতে d দূরে বায়ুস্থ ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে $\vec{B}$-র ব্যঞ্জক

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi d}$$

(i) একটি i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহবাহী অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েডের অক্ষস্থিত ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে $\vec{B}$-র ব্যঞ্জক $\vec{B} = \mu_0 ni$, যেখানে n সলিনয়েডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যে পাকের সংখ্যা বোঝায়।

(j) একটি বৃত্তাকার পরিবাহীর কেন্দ্র হতে d দূরত্বে অক্ষের উপর ক্ষেত্রীয় বিন্দুতে $\vec{B}$-র ব্যঞ্জক

$\vec{B} = \dfrac{\mu_0 ia^2}{2\left(a^2+d^2\right)^{3/2}}$ যেখানে পরিবাহীটি বায়ুতে অবস্থিত, a পরিবাহীর ব্যাসার্ধ, i পরিবাহীর তড়িৎপ্রবাহের মান।

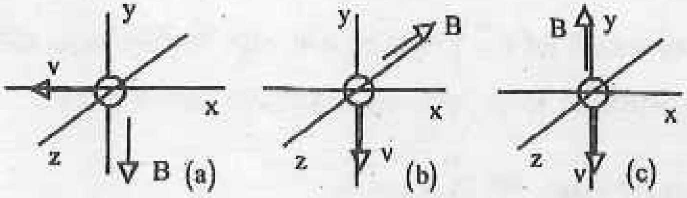
(k) প্রতি একক দৈর্ঘ্যে n পাকের একটি টরয়েডের অভ্যন্তরে সুষম $\vec{B}$-র মান $B = \mu_0 ni$ যেখানে i টরয়েডের তড়িৎপ্রবাহের মান।

(l) বায়ুতে অবস্থিত অসীম দৈর্ঘ্যের দুটি সমান্তরাল, ঋজু পরিবাহী দিয়ে সমমুখী তড়িৎপ্রবাহ প্রবাহিত হলে পরস্পরের ভিতর আকর্ষণ হয়। তড়িৎপ্রবাহ দুটি বিষমমুখী হলে পরস্পরের ভিতর বিকর্ষণ হয়। পরিবাহীগুলির প্রতি একক দৈর্ঘ্যে এই পারস্পরিক আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বলের মান $F = \dfrac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi d}$

যেখানে i_1 এবং i_2 পরিবাহী দুটির তড়িৎপ্রবাহ এবং d উহাদের অন্তর্বর্তী দূরত্ব।

2.10 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1. চিত্রে কোন অঞ্চলের সুষম চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-এ $\vec{v}$ বেগে গতিশীল আহিত কণাদের দেখানো হয়েছে। বিভিন্ন ক্ষেত্রে কণাগুলির উপর প্রযুক্ত বল $\vec{F_B}$-র দিক নির্দেশ করুন।



চিত্র A.1

(a) এক্ষেত্রে, $\vec{v} = -v\hat{x}$; $\vec{B} = -B\hat{y}$; অতএব $\vec{F_B} = +q\,\vec{v}\times\vec{B} = qvB\hat{x}\times\hat{y} = qvB\hat{z}$

$\therefore$ নির্ণেয় দিক $+\hat{z}$।

(b) এক্ষেত্রে, $\vec{v} = -v\hat{y}$; $\vec{B} = -B\hat{z}$; অতএব $\vec{F_B} = -q\,\vec{v}\times\vec{B} = -qvB\hat{y}\times\hat{z} = -qvB\hat{x}$

$\therefore$ নির্ণেয় দিক $-\hat{x}$।

(c) এক্ষেত্রে, $\vec{v} = -v\hat{y}$; $\vec{B} = B\hat{y}$; অতএব $\vec{F_B} = -q\,\vec{v}\times\vec{B} = -qvB\hat{y}\times\hat{y} = 0$

$\therefore$ দিক নির্দেশ অর্থহীন।

অনুশীলনী 2. কোন পদার্থবিজ্ঞানী সাইক্লোট্রন যন্ত্রে প্রোটন কণাদের ত্বরান্বিত করে তাদের বেগ আলোর বেগের মানের $\frac{1}{10}$ অংশের সমান করতে চান। ঐ যন্ত্রে প্রযুক্ত সুষম চৌম্বকপ্রবাহঘনত্বের মান 1.4 টেস্‌লা। (a) সাইক্লোট্রনের ব্যাসার্ধ এবং (b) দোলনকালের কম্পাঙ্ক নির্ণয় করুন। আপেক্ষিকতাবাদের দরুন প্রভাব নগণ্য ধরতে হবে।

এই যন্ত্রে প্রোটনগুলি চৌম্বকপ্রবাহঘনত্ব $\vec{B}$-র সাপেক্ষে সবসময়ই সমকোণে থাকে; ফলে বৃত্তাকার পথে ঘুরতে থাকে। এই বৃত্তের ব্যাসার্ধ নির্ণয় করতে হবে।

এক্ষেত্রে $qvB = \frac{mv^2}{r}$, যেখানে r নির্ণেয় ব্যাসার্ধ, m, q প্রোটনের ভর ও তড়িতাধানের পরিমাণ, এবং v প্রোটনের বেগের মান। অতএব,

$q = 1.6\times10^{-19}$ কুলম্ব $\qquad v = 3\times10^{10}\times\frac{1}{10}$ মিটার/সেকেণ্ড

$$m = 1.67 \times 10^{-27} \text{ কিলোগ্রাম} \qquad B = 1.4 \text{ টেস্‌লা}$$

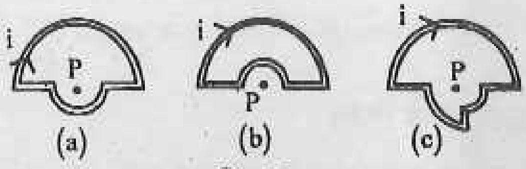
$$\therefore r = \frac{mv}{qB} = \frac{1.67 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^{10}}{1.6 \times 10^{-19} \times 1.4 \times 10} \text{ মিটার} = 0.22 \text{ মিটার।}$$

(b) বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণের কম্পাঙ্ক যদি 'f' হয় তবে,

$$f = \frac{1}{T} \text{ যেখানে } T = \text{ পর্যায়কাল } = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi . mv}{qBv} = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\therefore f = \frac{qB}{2\pi m} = \frac{1.6 \times 10^{-19} \times 1.4}{2 \times 3.14 \times 1.67 \times 10^{-27}} \text{Hz} = 21\text{MHz ।}$$

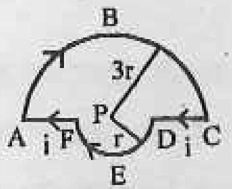
অনুশীলনী 3. ছবিতে তিনটি বর্তনীব্যবস্থা দেখানো হয়েছে—প্রতিটি ক্ষেত্রেই i তড়িৎপ্রবাহ পরিবাহী দিয়ে প্রবাহিত হচ্ছে। প্রাসঙ্গিক তিনটি মাপের বৃত্তের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 3r, r ও 2r । 3r, r এবং 2r কেন্দ্রবিন্দু P-এ উৎপন্ন $\vec{B}$-র মান তিনটি ক্ষেত্রেই কত হবে নির্ণয় করুন এবং $\vec{B}$-র মানের ক্রমানুযায়ী ক্ষেত্রগুলিকে চিহ্নিত করুন। সর্বাধিক $\vec{B}$-র ক্ষেত্রটির উল্লেখ সর্বপ্রথমে করতে হবে।



চিত্র A.2

আমরা জানি যে কোন R ব্যাসার্ধের বৃত্তচাপ দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎ প্রবাহ i অ্যাম্পীয়ার বৃত্তের কেন্দ্রে যদি ϕ কোণ (রেডিয়ানে প্রকাশিত) উৎপন্ন করে তবে ঐ কেন্দ্রবিন্দুতে i-র দরুন উৎপন্ন $\vec{B}$-র মান হয় $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \frac{\phi}{R}$

অতএব ক্ষেত্র (a)-তে P-বিন্দুতে উৎপন্ন $\vec{B}$-র মান



ABC-র দরুন P-এ উৎপন্ন $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\pi}{3r} = \frac{\mu_0 i}{12r}$

এর দিক কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।

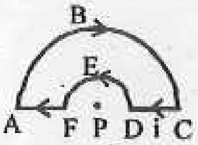
CD অথবা FA অংশের দরুন P-এ উৎপন্ন B = 0

DEF-র দরুন P-এ উৎপন্ন $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\pi}{r} = \frac{\mu_0 i}{4r}$;

এর দিক কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।

$$\therefore P\text{-এ উৎপন্ন B-র মান } = \frac{\mu_0 i}{r}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{4}\right) = \frac{\mu_0 i}{3r}, \text{ কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।}$$

ক্ষেত্র (b)-এ P-এ উৎপন্ন B-র মান :



এক্ষেত্রে ABC-র দরুন P-এ উৎপন্ন $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\pi}{3r} = \frac{\mu_0 i}{12r}$; এর দিক কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।

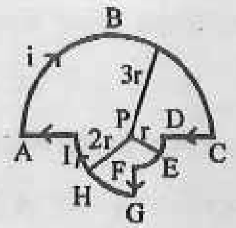
CD এবং FA-র দরুন P-এ উৎপন্ন $B = 0$

DEF-র দরুন P-এ উৎপন্ন $B = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\pi}{r} = \frac{\mu_0 i}{4r}$; এর দিক কাগজের পৃষ্ঠায় বাইরের দিকে।

অতএব, P-এ উৎপন্ন B-এর মান $= \frac{\mu_0 i}{r}\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{12}\right) = \frac{\mu_0 i}{6r}$, কাগজের পৃষ্ঠায় বাইরের দিকে।

ক্ষেত্র (c)-এ P-এ উৎপন্ন B-র মান :

ABC-র দরুন P-এ উৎপন্ন B-র মান $= \frac{\mu_0 i}{12r}$, কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।



CD অথবা IA-র দরুন P-এ উৎপন্ন B-র মান = 0

DEF-র দরুন P-এ উৎপন্ন B-র মান $= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{\pi}{2r} = \frac{\mu_0 i}{8r}$, কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।

FG-র দরুন P-এ উৎপন্ন B-র মান = 0

GHI-র দরুন P-এ উৎপন্ন B-র মান $= \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{\pi}{2.2r} = \frac{\mu_0 i}{16r}$, কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে।

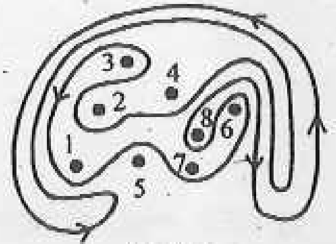
অতএব P-এ উৎপন্ন B-র মান $= \frac{\mu_0 i}{r}\left(\frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}\right) = \frac{\mu_0 i}{r}.\frac{13}{48}$, কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে। অতএব নির্ণেয় ক্রম a c b ।

অনুশীলনী 4. চিত্রে একটি গুটিয়ে থাকা তারের ছবি দেখানো হয়েছে। যদি ঐ তারের মধ্য দিয়ে i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হয়, তবে তারটি কি ভেতরের দিকে আরও গুটিয়ে যাবে? অথবা, তারটি কি বাইরের দিকে টান টান হয়ে পড়তে চাইবে?

চিত্র A.3

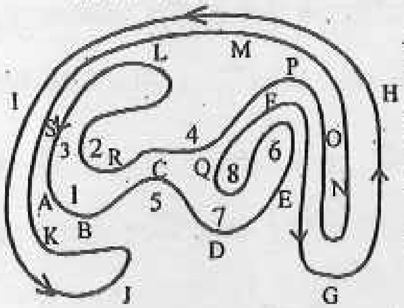
যেহেতু সমান্তরাল বিষমমুখী তড়িৎপ্রবাহ পরস্পরকে বিকর্ষণ করে, অতএব বাইরের দিকে তারটিকে টান টান হয়ে পড়তে দেখা যাবে।

অনুশীলনী 5. ছবিতে একটি ঋজু পরিবাহী $(k = 1, 2, \ldots, 8)$ কাগজের পৃষ্ঠার সঙ্গে অভিলম্বভাবে রাখা আছে। পরিবাহী দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহের মানগুলি হল ki $(k = 1, 2, \ldots, 8)$ যেখানে k-র মানগুলি ছবিতে চিহ্নিত করা হয়েছে। জোড় k-র পরিবাহী দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহ কাগজের পৃষ্ঠার ভেতরের দিকে এবং বিজোড় k-র পরিবাহী দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎ প্রবাহ কাগজের পৃষ্ঠার বাইরের দিকে প্রবাহিত হচ্ছে। প্রদর্শিত বদ্ধপথ বরাবর $\oint \vec{B}.d\vec{\ell}$ -র মান নির্ণয় করুন।



চিত্র A.4

বদ্ধপথ সমাকলনটি আমি ABCDEFGHIJKLMNOPQRSA পথ বরাবর নির্ণয় করলাম। আমরা জানি, $\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_0 i_{encl}$ যেখানে i_{encl} -এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক স্থির করার জন্য নিয়ম নির্দিষ্ট করা আছে। এক্ষেত্রে লক্ষ্যণীয় যে বদ্ধপথটির মধ্যবর্তী স্থানে k = 2, 4, 5 পরিবাহীগুলি নেই। অতএব নির্ণেয় সমাকলনের মান

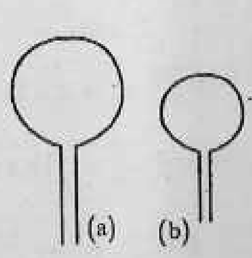


$$\oint \vec{B}.d\vec{\ell} = 1i + 7i - 6i + 3i = +5i \text{ ।}$$

অনুশীলনী 6. একটি L মিটার দীর্ঘ পরিবাহীকে বৃত্তের আকার দেওয়া হল এবং i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎপ্রবাহ পরিবাহীটির মধ্য দিয়ে পাঠানো হল (চিত্র A.5a)। অনুরূপ আর একটি L মিটার দীর্ঘ পরিবাহীকে দুইটি পাকবিশিষ্ট বৃত্তের আকার দেওয়া হল এবং i অ্যাম্পীয়ার তড়িৎ প্রবাহ পরিবাহীটির মধ্য দিয়ে পাঠানো হল (চিত্র A.5b)। (1) উভয় ক্ষেত্রে বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন $\vec{B}$-র মানের তুলনা করুন, (2) দুইটি ক্ষেত্রে পরিবাহী দুটির তুল্য চৌম্বকভ্রামকগুলির মানের তুলনা করুন।

(1) প্রথম ক্ষেত্রে, বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন B-র মান

$$(B_a) = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{2\pi}{r_1}\ (2\pi r_1 = L) = \frac{\mu_0 i\pi}{L}$$



চিত্র A.5

(1) দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, বৃত্তের কেন্দ্রে উৎপন্ন B-র মান

$$(B_b) = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{2\pi}{r_2}\ (2.2\pi r_2 = L) = \frac{2\mu_0 i\pi}{L}$$

$$\therefore \frac{B_a}{B_b} = \frac{1}{2}$$

(2) প্রথম ক্ষেত্রে, পরিবাহীর তুল্য চৌম্বকভ্রামক $(\mu_a) = NiA$

(যেখানে, N = পাকসংখ্যা, A = বৃত্তের পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল)

$$= \frac{1.i.\pi.L^2}{4\pi^2} = \frac{iL^2}{4\pi}$$

(2) দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, পরিবাহীর তুল্য চৌম্বকভ্রামক $(\mu_b) = \frac{2.i.\pi L^2}{16\pi^2} = \frac{iL^2}{8\pi}$

$$\therefore \frac{\mu_a}{\mu_b} = 8/4$$

অনুশীলনী 7. একটি 0.15 মিটার ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পরিবাহীর মধ্য দিয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহের মান 2.6 অ্যাম্পীয়ার। 12.0 টেস্‌লা মানের একটি সুষম চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব $\vec{B}$-র মাঝে পরিবাহীটি এমনভাবে রাখা আছে যাতে পরিবাহীর পৃষ্ঠতলের ওপর অভিলম্বটি $\vec{B}$-র সাপেক্ষে 41° কোণ উৎপন্ন করেছে। (a) বৃত্তাকার পরিবাহীটির চৌম্বকভ্রামক নির্ণয় কর। (b) পরিবাহীটির ওপর $\vec{B}$-র দরুন প্রযুক্ত টর্কের মান কত?

(a) চৌম্বকভ্রামক $\vec{\mu} = NiA\hat{\mu}$

এক্ষেত্রে N = পাকসংখ্যা = 1

i = 2.6 অ্যাম্পীয়ার

A = পরিবাহীর পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল $= 0.15^2$ মিটার^2

$\therefore \mu = 2.6 \times \pi \times 0.15^2$ অ্যাম্পীয়ার-মিটার^2

$= 0.184$ অ্যাম্পীয়ার-মিটার^2।

(b) টর্ক $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

এক্ষেত্রে, $\vec{\mu} = 0.184\hat{\mu}$

যেখানে $\hat{\mu} \rightarrow$ পরিবাহীর পৃষ্ঠতলের ওপর অভিলম্বটির দিক বরাবর ডানহাতের নিয়ম অনুযায়ী ধনাত্মক বা ঋণাত্মক চিহ্নবিশিষ্ট ভেক্টর।

অতএব, প্রশ্নানুযায়ী $\tau = \mu B \sin 41° = 0.184 \times 12 \times \sin 41° = 1.45$ জুল

একক 3 ❑ তড়িৎক্ষেত্রে ও চৌম্বক ক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

গঠন

3.1 প্রস্তাবনা

তড়িৎক্ষেত্রের সংজ্ঞায় আপনারা জেনেছেন যে, অঞ্চলের যে কোন বিন্দুতে কোন তড়িতাধান যদি বল অনুভব করে তবে ঐ অঞ্চলটাকে বলে তড়িৎক্ষেত্র। অপরপক্ষে কোন চৌম্বক মেরু যদি এমন কোন অঞ্চলের যে কোন বিন্দুতে বল অনুভব করে তবে তাকে বলে চৌম্বকক্ষেত্র। কিন্তু চৌম্বকক্ষেত্রের এই সংজ্ঞা যথার্থ নয়। আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন, কোন তড়িৎবাহী তারকে ঘিরে একটা চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি হয়। নিকটবর্তী অন্য একটি তড়িৎবাহী তার প্রবাহমাত্রার অভিমুখীতার ওপর নির্ভর করে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ বল অনুভব করে। অবশ্য এটাও ঠিক যে কোন চৌম্বক মেরুও বল অনুভব করবে। এবং আপনারা এও জানেন এই দুই বলের অভিমুখ ভিন্নমুখী। এটা অবাক হওয়ার মত মনে হতে পারে যে, তড়িৎবাহী কোন তারের (তড়িৎ প্রবাহ চলছে যে তারে) নিকট কোন স্থির তড়িতাধান রাখলে ঐ আধান অথবা তারটি কোন বল অনুভব করে না। আসলে এতে অবাক হওয়ার কিছু নেই এই জন্য যে, তড়িৎ প্রবাহ আদৌ পরিবাহী তারে অতিরিক্ত কোন আধানের প্রবাহ নয়। ঐ পরিবাহীর মুক্ত ইলেকট্রনের স্রোত মাত্র, এবং পরিবাহীর ধনাত্মক ও ঋণাত্মক আধান পরস্পর সমান। অতএব আমরা বলতে পারি, তড়িৎক্ষেত্র উৎপন্ন হচ্ছে স্থিতিশীল আধান

দ্বারা, কিন্তু গতিশীল আধান আবার চৌম্বকক্ষেত্রও উৎপাদন করে। একটি বিচ্ছিন্ন গতিশীল আধান একই সংগে তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্র উৎপাদন করে। তাই যদিও তড়িৎবাহী তার অর্থাৎ তারে তড়িৎপ্রবাহ চললে তার ওপর তড়িৎক্ষেত্রের কোন প্রভাব পড়ে না, কিন্তু তড়িৎ মোক্ষণ নলে (যেমন ক্যাথোড রশ্মি নলে) আধান স্রোতের ওপর তড়িৎক্ষেত্র এবং চৌম্বকক্ষেত্র উভয়েই ক্রিয়া করে।

এই ক্রিয়া বা বল আহিত বস্তুকণায় গতি সঞ্চার করে। এই এককে এই গতি সম্পর্কে আপনারা বিস্তারিত জানবেন। স্থির তড়িতের ক্ষেত্রে তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্য $\vec{E}$ হলে কোন আধান q যে বল অনুভব করে তা হল

$$\vec{F}_e = q\vec{E}$$

কিন্তু চৌম্বকক্ষেত্রে গতিশীল আধানের ওপর চৌম্বকক্ষেত্রের বল কী হবে? আপনাদের ফ্লেমিং-এর বামহস্ত নিয়ম বা সূত্রটি নিশ্চয়ই মনে আছে। সেখানে আপনারা জেনেছিলেন যদি চৌম্বকক্ষেত্র এবং প্রবাহের অভিমুখ (অর্থাৎ ধনাত্মক আধানের গতির অভিমুখ) যথাক্রমে অভিলম্বে ধৃত বামহস্তের তর্জনী ও মধ্যমা দ্বারা সূচিত করা হয় তবে ওদের অভিলম্বের ধৃত বৃদ্ধাঙ্গুলটি বলের অভিমুখ নির্দেশ করবে। এই বলকে যদি $\vec{F}_m$ বলা হয় তবে আধানের ওপর তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রের মোট বল

$$\vec{F} = q\vec{E} + \vec{F}_m$$

$\vec{F}$ কে বলে লোরেন্‌ৎস্ বল [Lorentz Force] কিন্তু $\vec{F}_m$ কেও এককভাবে লোরেনৎস বল-ই বলে। এই বল চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ ও আধানের বেগ $\vec{V}$ এর অভিলম্ব অভিমুখী। কার্যত

$$\vec{F}_m = q(\vec{V} \times \vec{B}) \qquad (3.1)$$

$$\therefore \; \vec{F} = q[\vec{E} + (\vec{V} \times \vec{B})] \qquad (3.2)$$

সমীকরণ (3.1) এর যৌক্তিকতা সহজ পরীক্ষা দ্বারা সিদ্ধ।

উদ্দেশ্য

ওপরের অলোচনায় আপনারা দেখলেন তড়িৎ-ক্ষেত্র ও চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রকৃত তাৎপর্য কী। বর্তমান এককটিতে আমরা এদের ওপরই বিস্তারিত আলোচনা করব। কাজেই এই এককটি পাঠ, অনুধ্যান ও আলোচনা করলে আপনারা

- তড়িৎ-ক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্রের প্রকৃত সংজ্ঞা, ধর্ম ও আচরণ সম্বন্ধে সম্যক অবহিত হবেন।

- আরও জানবেন সুষম চৌম্বকক্ষেত্রে এবং অভিলম্বমুখী চৌম্বক ও তড়িৎক্ষেত্রে আহিত কণার গতি বিষয়ক তথ্য।
- হল্ প্রভাব বলতে কী বোঝায়, এর গুরুত্বই বা কী তা-ও জানবেন।
- আর একটু এগিয়ে বুঝতে পারবেন একটি তড়িৎক্ষেত্রে স্থানিক আধানের গতি কিরকম। জানতে পারবেন তড়িৎক্ষেত্রটি যদি বেলনাকার পাত তড়িৎদ্বার দিয়ে গঠিত থাকে তবে সেক্ষেত্রে আহিত কণার গতি কিরকম হবে।
- উপরোক্ত তথ্য ও তত্ত্বাবলী বিষয়ক প্রশ্নাবলি সমাধান করে তড়িৎক্ষেত্রে ও চৌম্বকক্ষেত্রে আহিত কণার গতির প্রকৃতি সম্যক অনুধাবন করতে সমর্থ হবেন।

3.2 সুষম তড়িৎক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

সুষম তড়িৎক্ষেত্রে যেহেতু সববিন্দুতে ক্ষেত্র প্রাবল্য একই মানের ও দিকের তাই আহিত কণার ওপর বলও ধ্রুবক। যদি কণার ভর m এবং ত্বরণ হয় $\vec{a}$, তবে নিউটনের দ্বিতীয় সূত্রানুযায়ী

$$m\vec{a} = q\vec{E}$$

$$\text{বা} \quad \vec{a} = \left(\frac{q}{m}\right)\vec{E} \qquad (3.3)$$

অর্থাৎ ত্বরণও সুষম। অতএব, কণার গতি সরল রৈখিক এবং বেগ ক্রমবর্ধমান এবং $\vec{E}$ এর অভিমুখী যখন q ধনাত্মক অন্যথায় $\vec{a}$ এবং $\vec{E}$ বিপরীতমুখী।

লক্ষ্য করুন অভিকর্ষ ক্ষেত্রের মতই $\vec{E}$-এর ক্ষেত্রে যদি আহিত কণাকে $\vec{E}$-এর সংগে তির্যকভাবে নিক্ষেপ করা হয় তবে তার গতিপথ হবে প্রাসের (projectile) মত। গতির রৈখিক সমীকরণগুলি সমত্বরণে গতিশীল কণার মতই হবে।

3.3 সুষম চৌম্বকক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

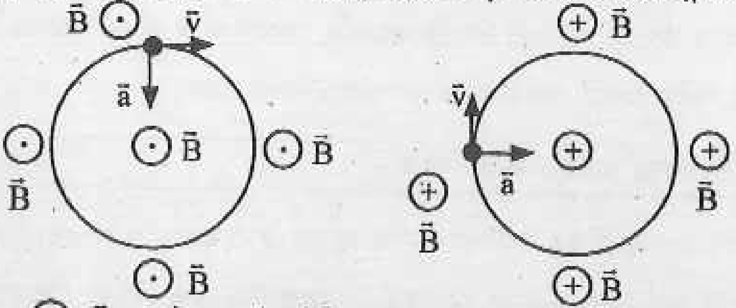
এক্ষেত্রে যেহেতু আহিত কণার উপর বল

$$\vec{F}_m = q(\vec{V} \times \vec{B})$$

তাই ত্বরণ হবে

$$\vec{a} = \frac{q}{m}(\vec{V} \times \vec{B}) \qquad (3.4)$$

যেহেতু $\vec{a}$ হল $\vec{V}$ এবং $\vec{B}$-এর ভেক্টর গুণের সমানুপাতী, তাই $\vec{a}$-র অভিমুখ $\vec{V}$ ও $\vec{B}$ অভিলম্বে। অতএব $\vec{a}$-র $\vec{V}$ অভিমুখে কোন উপাংশ থাকতে পারে না। তাই $\vec{V}$-এর কোন পরিবর্তন হবে না এই ত্বরণের জন্য। নিশ্চয়ই আপনাদের মনে পড়ছে যে এমন ঘটনা সমবৃত্তীয় গতির ক্ষেত্রে আপনারা জেনেছেন। অতএব যদি $\vec{B}$ কাগজতলের অভিলম্বে থাকে তবে কণাটির গতিপথ হবে কাগজতলের উপর একটি বৃত্তাকার পথ। এবং এমন ক্ষেত্রে $\vec{a}$-র অভিমুখ হবে ঐ বৃত্তপথের কেন্দ্রাভিমুখে।



⊙ $\vec{B}$ ≡ পৃষ্ঠা থেকে উর্ধ্বমুখী

⊕ $\vec{B}$ ≡ খাড়া ভাবে পৃষ্ঠার ভিতরমুখী

চিত্র 3.1

এই চিত্রে q ধনাত্মক

উভয়ক্ষেত্রে $\vec{a}$ কেন্দ্রাভিমুখী।

যদি q ঋণাত্মক হয় তবে,

$$\vec{a} = -\frac{q}{m}(\vec{V}\times\vec{B}) = \frac{q}{m}(\vec{B}\times\vec{V})$$

সে ক্ষেত্রেও $\vec{a}$ কেন্দ্রাভিমুখী, কিন্তু আবর্তনগতি হবে ঘড়ির কাঁটার বিপরীতমুখী।

যদি বৃত্তপথের ব্যাসার্ধ R হয় তবে

$$\left|\vec{a}\right| = a = \frac{V^2}{R}$$

$$\therefore\ \frac{V^2}{R} = \frac{q}{m}\left|\vec{V}\times\vec{B}\right|$$

$$\therefore\ R = \frac{mV^2}{q\left|\vec{V}\times\vec{B}\right|}$$

এক্ষেত্রে $\vec{B}\perp\vec{V}$

$$\therefore\ R = \frac{mV}{qB} \tag{3.5}$$

কিন্তু $V = \omega R$

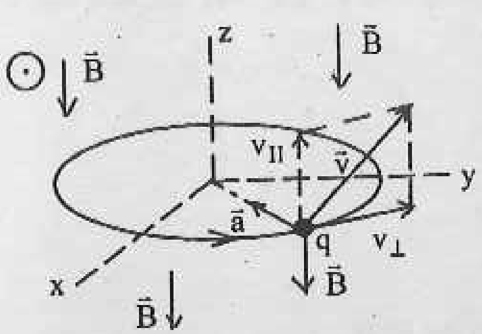
$$\left.\begin{aligned} \therefore\ \omega &= \frac{qB}{m} \\ \vec{\omega} &= \frac{q}{m}\vec{B} \end{aligned}\right\} \tag{3.6}$$

অথবা

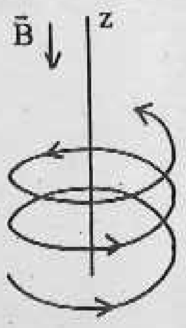
কারণ ঘড়ির কাঁটার অভিমুখে আবর্তন হলে $\vec{\omega}$ ঋণাত্মক। [আপনারা জানেন পৃষ্ঠা থেকে উর্ধমুখী ভেক্টরকে ধনাত্মক এবং পৃষ্ঠামুখী ভেক্টরকে ঋণাত্মক বলা হয়। একটি দক্ষিণাবর্তী স্ক্রুকে লম্বভাবে পৃষ্ঠার ওপর স্থাপন করে ঘড়ির কাঁটার মত ঘোরালে স্ক্রু পৃষ্ঠার মধ্যে প্রবেশ করে। এইজন্য ঘড়ির কাঁটার অভিমুখে ঘুরিয়ে উৎপন্ন কৌণিক সরণ, বেগ বা ত্বরণ, টর্ক বা বলের ভ্রামক ইত্যাদি ঋণাত্মক ভেক্টর। এগুলিকে বলে ছদ্ম ভেক্টর (Pseudo Vector)।]

যদি $\vec{V}$ এর অভিমুখ $\vec{B}$-এর অভিলম্বে না হয় তবে $\vec{V}$-এর দুটি লম্ব উপাংশ $V_\perp$ ও $V_{||}$ বিবেচনা করা যেতে পারে যেখানে $V_\perp$ হল $\vec{B}$-এর লম্বাভিমুখে এবং $V_{||}$, $\vec{B}$-এর সমান্তরাল অভিমুখে উপাংশ। যেহেতু $V_\perp$ উপাংশই ত্বরণ উৎপন্ন করবে তাই এইরকম ক্ষেত্রে (3.5) এর পরিবর্তিত রূপ হবে

$$R = \frac{mV_\perp}{qB} \tag{3.7}$$



চিত্র 3.2



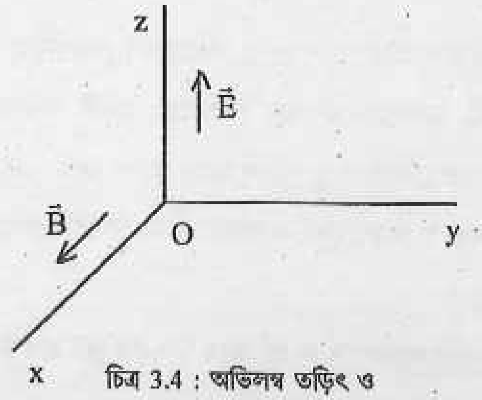
চিত্র 3.3

চিত্র 3.2 এ আমরা দেখতে পাই $V_\perp$ এর জন্য $\vec{a}$ অভিকেন্দ্র ত্বরণ উৎপন্ন হওয়ায় আহিত কণাটি (q) xy তলে বৃত্তপথে গতিশীল। কিন্তু কণাটির একটি গতিবেগ $V_{||}$, z-অক্ষ বরাবর ওটির সরণ ঘটবে।

অর্থাৎ z অক্ষকে কেন্দ্র করে কণাটি আবর্তিত হবে এবং একই সংগে z-অক্ষ বরাবর তার সরণও ঘটবে। তাই গতিপথটি হবে স্ক্রুর প্যাঁচের মত (Screw Thread) যাকে ইংরেজিতে বলে helix. (চিত্র-3.3)

3.4 অভিলম্বমুখী তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

ধরা যাক প্রযুক্ত সুষম চৌম্বকক্ষেত্র x-অক্ষের সমান্তরাল এবং সুষম তড়িৎক্ষেত্র z-অক্ষের সমান্তরাল (চিত্র-3.4)। ধরা যাক আহিত কণা প্রাথমিকভাবে মূলবিন্দু O থেকে z-অক্ষ বরাবর গতিশীল।



চিত্র 3.4 : অভিলম্ব তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রে আহিত কণা

(যদি O বিন্দুতে q আধানকে স্থির অবস্থায় মুক্ত করা হয় তবে সেটি $\vec{E}$-এর প্রভাবে $\hat{k}$ দিকে গতি পাবে।) এরকম অবস্থায় q এর উপর $q(\vec{V}\times\vec{B})$ বল প্রযুক্ত হবে যার অভিমুখ y-এর ধনাত্মক দিক বা $\hat{j}$-র দিক। অতএব কণাটি কেবলমাত্র yz-তলে গতিশীল হতে পারে। তাই কোন এক সময় তার অবস্থান ভেক্টর হবে

$$\vec{r} = y\hat{j} + z\hat{k}$$

$$\therefore\ \vec{V} = \dot{y}\hat{j} + \dot{z}\hat{k}$$

$$\therefore\ \vec{V}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & \dot{y} & \dot{z} \\ B & 0 & 0 \end{vmatrix} = (B\dot{z})\hat{j} - (B\dot{y})\hat{k}$$

অতএব q এর ওপর বল

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V}\times\vec{B})$$

$$= q[E\hat{k} + (B\dot{z})\hat{j} - (B\dot{y})\hat{k}]$$

$$= (qB\dot{z})\hat{j} + q(E - B\dot{y})\hat{k}$$

অতএব নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র থেকে ত্বরণ

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m}[(B\dot{z})\hat{j} + (E - B\dot{y})\hat{k}]$$

কিন্তু $\vec{a} = \dot{\vec{V}} = \ddot{y}\hat{j} + \ddot{z}\hat{k}$

তুলনা করে লেখা যায়

$$\ddot{y} = \left(\frac{qB}{m}\right)\dot{z} \quad \text{এবং} \quad \ddot{z} = \frac{q}{m}(E - B\dot{y})$$

অথবা $\ddot{y} = \omega\dot{z}$ এবং $\ddot{z} = \omega\left(\frac{E}{B} - \dot{y}\right)$ [সমী 3.6] (3.8)

সমীকরণ (3.8) হল একটি যুগ্ম বা সহসমীকরণ। এর সাধারণ সমাধান হল

$$y = A_1 \text{Cos } \omega t + A_2 \text{ Sin } \omega t + \frac{E}{B}t + A_3$$

$$z = A_2 \text{ Cos } \omega t - A_1 \text{ Sin } \omega t + A_4$$

আমরা ধরেছি যে শুরুতে অর্থাৎ t=0 যখন, তখন q আধানের অবস্থান $(x = 0, y = 0, z = 0)$ এবং বেগ $\dot{y} = \dot{z} = 0$। এই শর্ত থেকে A_1, A_2, A_3 এবং A_4 নির্ণয় করা যায় এবং দেখা যায় যে q-এর গতির সমীকরণ হবে

$$y = \frac{E}{\omega B}(\omega t - \text{Sin } \omega t) \quad \text{এবং} \quad z = \frac{E}{\omega B}(1 - \text{Cos } \omega t) \tag{3.9}$$

বা $y = r(\omega t - \text{Sin } \omega t)$ এবং $z = r(1 - \text{Cos } \omega t)$ (3.10)

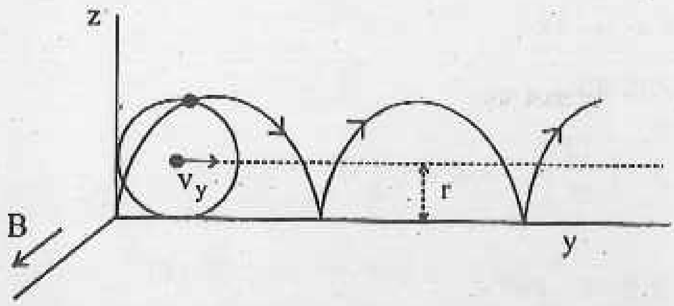
$$\therefore \text{ Sin } \omega t = \omega t - \frac{y}{r} \quad \text{এবং} \quad \text{Cos } \omega t = 1 - \frac{z}{r}$$

অতএব লেখা যায়,

$$(y - \omega rt)^2 + (z - r)^2 = r^2 \tag{3.11}$$

স্পষ্টতই (3.11) একটি বৃত্তের সমীকরণ যার ব্যাসার্ধ $r = \frac{E}{\omega B} = \frac{mE}{qB^2}$. নির্দিষ্ট আধান বিশিষ্ট ও

নির্দিষ্ট ভরের আহিত কণার ক্ষেত্রে যদি $|\vec{E}|$ ও $|\vec{B}|$ ধ্রুবক হয় তবে কণাটি একটি নির্দিষ্ট ব্যাসার্ধ বিশিষ্ট বৃত্তপথে গতিশীল হবে। কিন্তু এই বৃত্তের কেন্দ্র হল $(\omega rt, r)$ এবং এটি yz-তলে অবস্থিত। অর্থাৎ কেন্দ্রের স্থানাঙ্ক আরো বিস্তৃতভাবে লিখলে হবে $(0, \omega rt, r)$। লক্ষ্যণীয় যে এই কেন্দ্র স্থির নয়, সময়ের ওপর নির্ভর করে। এই বৃত্তের কেন্দ্রের y স্থানাংক হল $y = \omega rt$। অর্থাৎ কেন্দ্রটি y-অক্ষ ধরে গতিশীল। স্পষ্টতই এই গতির বেগ $V_y = \frac{dy}{dt} = \omega r = \frac{E}{B}$, যা একটি ধ্রুবক অর্থাৎ যা কিনা বৈদ্যুতিক ও চৌম্বকক্ষেত্রের অনুপাত।



চিত্র 3.5 : সুষম চৌম্বক ও বৈদ্যুতিক বক্রক্ষেত্রে আধানের গতিপথ

অর্থাৎ আমরা ভাবতে পারি q আধানটি r ব্যাসার্ধের বৃত্তের পরিধিতে অবস্থিত থেকে $\vec{B}$ অভিমুখকে কেন্দ্র করে আবর্তিত এবং তার কেন্দ্র V_y সমদ্রুতিতে গতিশীল। এই গতিকে বলে চক্রজ গতি (cycloidal motion) এবং গতিপথকে বলে চক্রজ পথ (cycloid)।

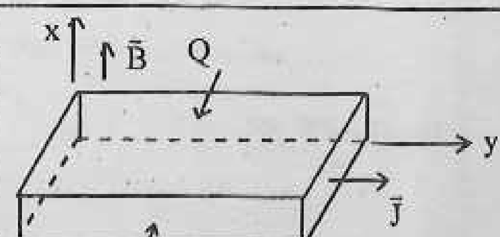
সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন ঃ

(১) চৌম্বক বল কোন কার্য করে না। প্রমাণ করুন।

(২) বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক বজ্রক্ষেত্রে আধানের গতিপথ হবে চক্রজ। এই উক্তির পক্ষে চৌম্বক বল ও বৈদ্যুতিক বলের ভূমিকা দ্বারা ব্যাখ্যা করুন।

3.5 হল্ ক্রিয়া বা হল্ প্রভাব (Hall Effect)

যদি আয়তাকার দণ্ড রূপে একটি ধাতব বা অর্ধপরিবাহী বস্তুকে তার দৈর্ঘ্য বরাবর [চিত্র 3.6, দৈর্ঘ্য y-অক্ষ বরাবর] তড়িত প্রবাহ চালনা করা হয় এবং ঐ অবস্থায় যদি দণ্ডের চওড়া দিকের অভিলম্বে [চিত্র 3.6-এ z-অক্ষ বরাবর] চৌম্বকক্ষেত্র প্রয়োগ করা হয় তবে



চিত্র 3.6: হল ক্রিয়া

ওদের অভিলম্ব [চিত্র 3.6-এ x-অক্ষ বরাবর] দিকে দণ্ডের দুই দিকে [P ও Q পার্শ্ব] একটি বিভব প্রভেদ সৃষ্টি হয়। এই ঘটনাকে বলা হয় হল্ ক্রিয়া বা হল্ প্রভাব এবং ঐ বিভব প্রভেদকে বলে হল্ ভোল্টেজ (Hall Voltage)।

এ ঘটনার কারণ হল চৌম্বক ক্ষেত্রে গতিশীল আধান লোরেন্ৎস্ বলের প্রভাবে বিক্ষিপ্ত হয় এই বলের অভিমুখে অর্থাৎ

$$\vec{F} = q(\vec{V} \times \vec{B})$$

বলের অভিমুখে। ফলে দণ্ডের P বা Q-এর দিকে আধান বৃদ্ধি পায় এবং সেই জন্য এই দুই দিকের মধ্যে বিভব প্রভেদ সৃষ্টি হয়।

যদি ধনাত্মক আধানের প্রবাহের জন্য এই তড়িৎপ্রবাহঘনত্ব $\vec{J}$ সৃষ্টি হয় তবে $q(\vec{V} \times \vec{B})$ এর অভিমুখ হবে x-এর ধনাত্মক দিক। তাই P তলের দিকে ধনাত্মক আধান বিক্ষিপ্ত হতে থাকবে। এইজন্য P তল Q তলের তুলনায় ধনাত্মক তড়িতাহিত হবে এবং P ও Q তলের মধ্যে বিভব প্রভেদ সৃষ্টি হবে।

আবার যদি আধান বাহক হয় ইলেকট্রন, তা হ'লে এদের গতির অভিমুখ হবে $\vec{J}$-র বিপরীত; কিন্তু তার জন্য $\vec{V} \times \vec{B}$ P থেকে Q অভিমুখী হলেও q ঋণাত্মক বলে P-এর দিক ধনাত্মক হবে এবং P হবে উচ্চতর বিভবের।

আপনারা অবশ্যই লক্ষ্য করবেন যে, যখনই P ও Q-এর দিকে বিপরীত আধান সঞ্চিত হচ্ছে তখনই ঐ দুই দিকের মধ্যে P থেকে Q দিকে একটি তড়িৎক্ষেত্র $\vec{E}$ উৎপন্ন হচ্ছে। ফলে চৌম্বকক্ষেত্র $\vec{B}$-র প্রভাবে বিক্ষিপ্ত আধানের ওপর একটা বিপরীতমুখী $q\vec{E}$ বল প্রযুক্ত হবে এবং একসময় এই বল লোরেন্ৎস্ বল $q(\vec{V} \times \vec{B})$-র সমান হলে আর আধানের বিক্ষেপণ ঘটবে না।

$$\therefore \quad q\left|\vec{E}\right| = q\left|\vec{V} \times \vec{B}\right|$$

$$\text{বা} \quad E = VB$$

যদি বিভব প্রভেদ হয় V_H, তাহ'লে

$$E = \frac{V_H}{b}$$

যেখানে b = P ও Q এর মধ্যে ব্যবধান।

$$\therefore \quad V_H = bVB \tag{3.12}$$

আপনারা ইতিমধ্যে জেনেছেন $\vec{J} = nq\vec{V}$, [সমীকরণ (1.9)]। কিন্তু প্রবাহমাত্রা I হলে

$$I = |\vec{J}|bd, \quad d = \text{বেধ}$$

$$\text{বা} \qquad b = \frac{I}{nqVd}$$

$$\therefore \; V_H = \frac{IB}{d} \times \frac{1}{nq} = H\left(\frac{IB}{d}\right) \tag{3.13}$$

যেখানে
$$H = \frac{1}{nq} \tag{3.14}$$

H কে বলে হল্ ধ্রুবক। হল্ ধ্রুবকের চিহ্ন দ্বারা বুঝতে পারা যায় পরিবাহী বা অর্ধপরিবাহীতে আধান বাহক ধনাত্মক (p শ্রেণী) নাকি ঋণাত্মক (n শ্রেণী)। যদি H ঋণাত্মক হয় তবে আধানবাহক n শ্রেণীর এবং H ধনাত্মক হলে আধান বাহক p শ্রেণীর। সমীকরণ (3.13) দ্বারা H পরিমাপ করা যায়।

3.6 তড়িৎ ক্ষেত্রে স্থানিক আধানের গতি (Motion of Space Charge in Electric Field)

স্থানিক আধান : আধান বণ্টনের বৈশিষ্ট্যানুসারে তিন শ্রেণীর আধান বিবেচনা করা হয় : বিন্দু আধান (point charge), তলমাত্রিক আধান (planar charge) এবং স্থানিক আধান (space charge)।

কোন আধান যে বস্তুতে অবস্থান করে, সেই বস্তুর আকারকে যদি নগণ্য বিবেচনা করা যায় তবে তার আধানকে বলে বিন্দু আধান। আবার কোন তলের ওপর বণ্টিত আধানের বেধ যদি উপেক্ষণীয় হয় (এই আধানের জন্য নির্ণেয় তড়িৎক্ষেত্র যে বিন্দুতে নির্ণয় করতে হবে সেই বিন্দুর দূরত্বের তুলনায় উপেক্ষণীয়) তবে এই বণ্টিত আধানকে বলে তলমাত্রিক আধান।

আপনারা ডায়োড ভাল্‌ভ্ সম্পর্কে পড়েছেন। এই ভাল্‌ভের ক্যাথোডের উষ্ণতা বৃদ্ধি করলে, ক্যাথোডকে ঘিরে একটি ইলেকট্রনের মেঘ (electron cloud) গড়ে ওঠে। যদি অ্যানোড এবং ক্যাথেডের মধ্যে বিভব প্রভেদ বেশি না হয় তবেই এমন আধানের মেঘ জমা হয়। একে বলে স্থানিক আধান (space charge)। আধান ক্ষরণ নলে ধনাত্মক তড়িৎদ্বারের নিকট ইলেকট্রন বা ঋণাত্মক আয়নের স্থানিক আধান থাকে এবং ঋণাত্মক তড়িৎদ্বারের নিকট ঋণাত্মক আয়নের স্থানিক আধান থাকে। অর্ধপরিবাহী ডায়োড বা ট্রায়োডের n-p সংযোগস্থলেও এমন স্থানিক আধান থাকে।

এই সমস্ত ক্ষেত্রেই আপনারা নিশ্চয়ই লক্ষ্য করছেন যে স্থানিক আধান আসলে কাছাকাছি থাকা বহুসংখ্যক আয়নপুঞ্জ। এবং সাধারণত এই আয়নপুঞ্জের সব আয়নই একই ধর্মী আধান যুক্ত। তাই সামগ্রিক-

ভাবে কোন তড়িৎক্ষেত্রে আয়নপুঞ্জ স্থাপিত হলে তারা যেমন ঐ তড়িৎক্ষেত্রের বল দ্বারা গতি লাভ করে তেমনি তাদের নিজেদের তড়িৎক্ষেত্রের বলও তাদের গতিকে প্রভাবিত করে। এরকম ক্ষেত্রে আয়নপুঞ্জের মধ্যে কোন বিন্দুতে বিভব V হলে লেখা যায়

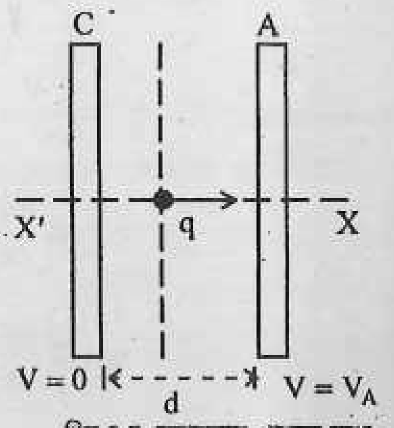
$$\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{3.15}$$

যা পোয়ার্স-র সমীকরণ নামে পরিচিত। এখানে ρ হল স্থানিক আধানের আধানঘনত্ব। এই সমীকরণ থেকে আমরা বুঝতে পারছি V কেবল দুই তড়িৎদ্বারের মধ্যে অবস্থিত ক্ষেত্রের ওপর নয় স্থানিক আধানের আধানঘনত্বের ওপরও নির্ভর করে। এই সমীকরণ সমাধান করতে উপযুক্ত স্থানাংক-তন্ত্রের ব্যবহার করতে হবে। তাই আমাদের জানা থাকা দরকার কী ধরনের তড়িৎদ্বার ব্যবহার করে স্থানিক আধান উৎপন্ন করা হয়েছে। সাধারণত তড়িৎদ্বারদুটি সমান্তরাল পাত হতে পারে অথবা দুটি সমাক্ষীয় বেলনাকার পাত হতে পারে।

3.6.1 সমান্তরাল পাত তড়িৎদ্বার দ্বারা উৎপন্ন তড়িৎক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

ধরা যাক ক্যাথোড পাত C এবং অ্যানোড পাত A-র মধ্যে তড়িৎক্ষেত্র ও স্থানিক আধান বর্তমান। C কে ভূমি সংলগ্ন করা হয়। এক্ষেত্রে $\vec{E}$ হবে A থেকে C অভিমুখে এবং যেহেতু এক্ষেত্রে স্থানিক আধান ঋণাত্মক তাই আধানের উপর বলের তথা গতির অভিমুখ হবে C থেকে A-র দিকে (চিত্র-3.7)। যেহেতু বিভব V কেবলমাত্র C থেকে A অভিমুখে পরিবর্তনীয়, তাই, সমীকরণ (3.15) থেকে লেখা যায়

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{3.16}$$



চিত্র 3.7: সমান্তরাল পাতের মধ্যে তড়িৎক্ষেত্র ও স্থানিক আধান

যেখানে x অক্ষ A ও C-র অভিলম্বে।

এখানে আধান যেহেতু রক্ষণশীল তড়িৎক্ষেত্রে সঞ্চরমান তাই যে কোন অবস্থানে তার মোট শক্তি ধ্রুবক। অতএব লেখা যায়

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = \text{ধ্রুবক} \tag{3.17}$$

যখন q আধান C পাতে বর্তমান তখন তার বেগ শূন্য এবং বিভবও শূন্য। অতএব

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = 0$$

$$\text{বা} \quad v = \sqrt{\frac{-2qV}{m}} \tag{3.18}$$

স্পষ্টতই প্রবাহ ঘনত্ব হবে

$$\vec{J} = \rho\vec{v} \quad \text{বা } J = \rho v \tag{3.19}$$

$$\text{বা} \quad \rho = \frac{J}{v} = \frac{J}{\sqrt{-\left(\frac{2q}{m}\right)V}} = pV^{-\frac{1}{2}}$$

যেখানে
$$p = \frac{J}{\sqrt{-\left(\frac{2q}{m}\right)}} = J\sqrt{-\left(\frac{m}{2q}\right)}$$

অতএব
$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{p}{\epsilon_0}V^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{বা,} \quad d\left(\frac{dV}{dx}\right) = -\frac{p}{\epsilon_0}V^{-\frac{1}{2}}dx$$

$$\text{বা,} \quad 2\left(\frac{dV}{dx}\right)d\left(\frac{dV}{dx}\right) = -\frac{2p}{\epsilon_0}V^{-\frac{1}{2}}dV$$

সমাকল করিয়া পাই

$$\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 = -\frac{4p}{\epsilon_0}V^{\frac{1}{2}} + C_1$$

কিন্তু যখন Cathode-এ $V=0$, $\frac{dV}{dx}=0$, অতএব $C_1=0$

$$\therefore \quad \frac{dV}{dx} = \sqrt{\frac{-4p}{\epsilon_0}}V^{\frac{1}{4}}$$

বা $V^{-\frac{1}{4}} dV = \sqrt{-\frac{4p}{\epsilon_0}} dx$

সমাকল করে পাই,

$$\frac{4}{3} V^{\frac{3}{4}} = x\sqrt{\frac{-4p}{\epsilon_0}} + C_2$$

আবার x=0, V=0, অতএব $C_2=0$

$$\therefore \quad \frac{4}{3} V^{\frac{3}{4}} = x\sqrt{\frac{-4p}{\epsilon_0}}$$

$$\frac{16}{9} V^{\frac{3}{2}} = -x^2 \times \frac{4p}{\epsilon_0}$$

$$\text{বা} \quad p = -\frac{4\,\epsilon_0}{9x^2} V^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা} \quad J\sqrt{-\left(\frac{m}{2q}\right)} = -\frac{4\,\epsilon_0}{9x^2} V^{\frac{3}{2}}$$

$$\therefore \quad J = -\frac{4\,\epsilon_0}{9x^2}\left(\sqrt{-\frac{2q}{m}}\right) V^{\frac{3}{2}} \qquad (3.20)$$

যখন C এবং A-র ব্যবধান x=d, তখন $V=V_A$ (ধরা যাক)

$$\therefore \quad J = -\frac{4\,\epsilon_0}{9}\left(\sqrt{-\frac{2q}{m}}\right) \frac{V_A^{\frac{3}{2}}}{d^2} \qquad (3.21)$$

প্রবাহঘনত্বের অভিমুখ প্রবাহমাত্রার বিপরীতমুখী যখন আধান হবে ঋণাত্মক। এটাই সম্পর্ক (3.21)-এ ঋণাত্মক চিহ্ন দ্বারা নির্দেশিত হয়েছে। এই সমীকরণে যেহেতু V_A হল সর্বোচ্চ বিভব পার্থক্য, তাই প্রবাহঘনত্ব J-ও সর্বোচ্চ হবে অ্যানোড পাতের ওপর। এই সর্বোচ্চ বিভব প্রভেদ পর্যন্ত প্রবাহমাত্রা $V^{3/2}$ এই সমানুপাতে বৃদ্ধি পাবে। কিন্তু সর্বোচ্চ বিভব V_A-তে পৌঁছালে আধানঘনত্ব সর্বোচ্চ হওয়ায় ক্যাথোডে নতুন আয়ন উৎপাদন বন্ধ হয়ে যাবে। এইজন্য এই প্রবাহ হল স্থানিক আধান দ্বারা সীমায়িত প্রবাহ। লক্ষ্যণীয় যে এই সর্বোচ্চ প্রবাহ ওহমের সূত্র মেনে চলে না। $I_{\text{চরম}} \propto V^{3/2}$

3.6.2 সমাক্ষীয় বেলনপাত তড়িৎদ্বার দ্বারা উৎপন্ন তড়িৎক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

দুটি বেলনাকার সমাক্ষীয় পরিবাহীর মধ্যে স্থানিক আধান সৃষ্টি করা যায়। ভেতরের বেলনাকার পরিবাহী থেকে ইলেকট্রন নিঃসরণ হওয়ায় এরকম স্থানিক আধানের ক্ষেত্রে দুই পরিবাহীর ভেতরে সঞ্চিত হয়। এক্ষেত্রেও স্থানিক আধান দিয়ে সীমায়িত প্রবাহ দুই তড়িৎদ্বারের বিভব প্রভেদের তিনাধা- (3/2) ঘাতের সমানুপাতী হয়। এক্ষেত্রে অবশ্যই বিশ্লেষণ প্রক্রিয়া জটিল। অবশ্য আমরা যদি বেলনাকার স্থানাংক তন্ত্র ব্যবহার করি তবে পোয়াসঁর সমীকরণটি হবে

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right)=-\frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad (3.22)$$

শক্তির সংরক্ষণ সমীকরণটিও হবে

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = 0$$

এবং প্রবাহঘনত্ব হবে

$$J(r) = \rho v$$

যদি তড়িৎদ্বারদ্বয়ের দৈর্ঘ্য হয় ℓ, তবে প্রবাহমাত্রা হবে

$$2\pi r\ell J(r) = I$$

বা $$\frac{I}{\ell} = 2\pi rJ(r)$$

যেখানে I/l হল প্রতি একক দৈর্ঘ্যের তড়িৎদ্বার নির্গত মোট প্রবাহ।

$$\therefore \quad \frac{I}{\ell} = 2\pi r\rho v = 2\pi r\rho\sqrt{-\left(\frac{2q}{m}\right)V}$$

$$\Rightarrow \rho r = \frac{1}{2\pi\ell}\times\sqrt{-\left(\frac{m}{2q}\right)\frac{1}{V}} \qquad (3.23)$$

কিন্তু (3.22) ও (3.23) থেকে আমরা লিখতে পারি

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dv}{dr}\right) = -\frac{\rho r}{\epsilon_0} = -\frac{I}{2\pi\,\epsilon_0\,\ell}\sqrt{\frac{-m}{2qV}} \qquad (3.24)$$

অথবা $$\frac{d^2V}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dV}{dr} = -\frac{I}{2\pi r\ell\,\epsilon_0}\sqrt{\frac{-m}{2qV}} = -\frac{J}{\epsilon_0}\sqrt{-\frac{m}{2qV}} \qquad (3.25)$$

আমরা দেখতে পাই যে r এর মান বেশি হলে (3.25) সমীকরণটির দ্বিতীয়পাদ নগণ্য বলে সেটি হবে (3.16) সমীকরণটির অনুরূপ। অতএব সমাধানটি হবে সমীকরণ (3.20) যা থেকে আমরা বলতে পারি প্রবাহ বা প্রবাহঘনত্ব হল $V^{3/2}$ এর সমানুপাতী। যদি আরো সঠিক সমাধান করা হয় সেক্ষেত্রেও আমরা একই সিদ্ধান্তে উপনীত হবো।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন ঃ

(৩) স্থানিক আধানপ্রবাহের ক্ষেত্রে প্রমাণ করুন আধান ঘনত্ব $\vec{J} = \rho\vec{v}$.

(৪) কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় একটি সর্বোচ্চ বিভব প্রভেদের দরুন, ক্যাথোডে তাপীয় ইলেকট্রন নিঃসরণ বন্ধ হয়ে যায়। এর ব্যাখ্যা কী?

3.7 সারসংক্ষেপ

এই এককে আপনারা জানলেন—

* চৌম্বক ও বৈদ্যুতিকক্ষেত্রের বৈশিষ্ট্য
* লোরেন্ৎস্-এর বল : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{V}\times\vec{B})$

  বা কেবলমাত্র চৌম্বকক্ষেত্রে $\vec{F} = q(\vec{V}\times\vec{B})$
* সুষম বৈদ্যুতিকক্ষেত্রে আহিত কণার গতি
* সুষম চৌম্বকক্ষেত্রে আহিত কণার গতি

  যদি $\vec{V}\perp\vec{B}$ হয়, তবে কণার গতিপথ বৃত্তীয়

  যদি $\vec{V}$ ও $\vec{B}$-এর মধ্যে কোণ $\theta \neq 90^\circ$, তবে এই পথ হবে স্ক্রু প্যাঁচের মত (helical)
* যদি সুষম চৌম্বক ও বৈদ্যুতিকক্ষেত্র পরস্পর লম্বাভিমুখী হলে আহিত কণার গতি হবে কোন চলমান চাকার পরিধির ওপর কোন বিন্দুর গতির মত।
* হল ক্রিয়া : যদি কোন ধাতব পাতের চওড়া তল xy তলের সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য y -অক্ষের সমান্তরালে থাকে এবং $\vec{j}$ যদি y-অক্ষ বরাবর হয় এবং $\vec{B}$ হয় z-অক্ষ বরাবর তবে x-অক্ষের সমান্তরালে পাতের দুই পার্শ্বে একটি বিভব প্রভেদের সৃষ্টি হবে।
* স্থানিক আধান কীভাবে তড়িৎক্ষেত্রে যায়।

3.8 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

1. একটি আহিত কণাকে $\vec{B}$-এর সহিত θ কোণে ঐ চৌম্বকক্ষেত্রে নিক্ষেপ করা হল। ফলে আহিত কণার গতিপথ হবে স্ক্রুর প্যাঁচের মত। যদি প্রক্ষেপণ বেগ $\vec{v}$ হয় তবে দেখান যে ঐ স্ক্রুর পিচ হবে : $\dfrac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$

2. একটি সমান্তরাল পাত ধারকের একটি পাতের ওপর অতিবেগুনি রশ্মি আপতিত হওয়ায় ইলেকট্রন নিঃসরণ ঘটল, যার বেগ প্রায় শূন্য। দুই পাতের মধ্যে চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$ পাতের সমান্তরাল এবং ওদের মধ্যে V বিভব প্রভেদ এমন যে ইলেকট্রন কোনক্রমে এক পাত থেকে অপর পাতে পৌঁছায়। পাতদ্বয়ের দূরত্ব d. অভীষ্ট V নির্ণয় করুন।

3.9 প্রশ্নাবলির উত্তর

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

1. চৌম্বক বল $\vec{F} = q(\vec{v}\times\vec{B})$

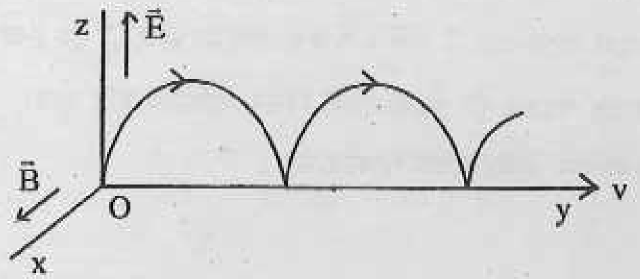
$$\text{কৃতকার্য } W = \int \vec{F}.d\vec{r} = q\int(\vec{V}\times\vec{B}).d\vec{r}$$

$$= q\int(d\vec{r}\times\vec{V}).\vec{B} \quad [\because (\vec{A}\times\vec{B}).\vec{C} = (\vec{C}\times\vec{A}).\vec{B}]$$

$$= q\int\left(\frac{d\vec{r}}{dt}dt\times\vec{V}\right)\vec{B}$$

$$= q\int\vec{V}dt\times\vec{V}.\vec{B} = 0$$

2.



ধরা যাক $\vec{B}$ ও $\vec{E}$ যথাক্রমে x ও z অক্ষ বরাবর, মূলবিন্দু O-তে একটি আধানকে স্থির অবস্থায় মুক্তি দেওয়া হল। ফলে $\vec{E}$-এর প্রভাবে উহা O থেকে ক্রমবর্ধমান বেগে Z দিকে গতিশীল হবে। ফলে গতিশীল এই আধানের ওপর $q(v_z\hat{k} \times B\hat{i})$ বল উৎপন্ন হবে।

$$\text{কিন্তু} \quad q(v_z\hat{k} \times B\hat{i}) = qv_zB\hat{j}$$

অর্থাৎ q-র উপর $\vec{j}$ বা y বরাবর লোরেনৎস বা চৌম্বক বল প্রযুক্ত হবে। ফলে আধানের লব্ধি বেগ হবে $\vec{v} = v_z\hat{k} + v_y\hat{j}$, অর্থাৎ $\vec{v}$ হবে yz -তলে। একসময় $\vec{v}$ হবে $\vec{j}$ অভিমুখী। ফলে চৌম্বকবল হবে $q(v\hat{j} \times B\hat{i}) = -qvB\hat{k}$, অর্থাৎ $q\vec{E}$-র বিপরীত। এর প্রভাবে q আবার y অক্ষের দিকে নেমে আসবে ও y অক্ষের ওপর যখন আসবে তখন $v_z = 0$ হবে, অর্থাৎ চৌম্বকবল শূন্য হবে। অতঃপর আধান আবার $q\vec{E}$-র প্রভাবে v_z বেগ অর্জন করবে। এইভাবে ক্রমাগত q -র গতিপথ অর্ধচক্রাকার পথ রচনা করবে।

3. ধরা যাক পাতের ওপর $\vec{S}$ ক্ষেত্রফল থেকে স্থানিক আধানে নিঃসরণ ঘটছে $\vec{v}$ বেগে। অতএব এক সেকেণ্ডে নিঃসরণ ইলেকট্রনের অধিগৃহীত আয়তন হবে $\vec{A}.\vec{v}$. অতএব $\vec{A}$ অতিক্রমকারী প্রতিসেকেণ্ডে আধান সংখ্যা হবে

$$I = \rho\vec{A}.\vec{v} = \rho Av$$

$$\left|\vec{J}\right| = \frac{I}{A} = \rho v$$

$$\therefore \quad \vec{J} = \rho\vec{v}$$

এখানে $\vec{A}$, $\vec{v}$ ও $\vec{J}$ একই অভিমুখী।

4. স্থানিক আধান প্রবাহের আধানঘনত্ব হল

$$J = -\frac{4\epsilon_0}{9}\left(\sqrt{-\frac{2q}{m}}\right)\frac{V^{3/2}}{x^2}$$

যেখানে ক্যাথোড পাত থেকে x দূরত্বে বিভব পার্থক্য V. যখন দুই তড়িৎদ্বারের দূরত্ব x=d, তখন $V=V_A$, V_A = অ্যানোডের বিভব। এই অবস্থায়

$$J = -\frac{4\epsilon_0}{9}\left(\sqrt{-\frac{2q}{m}}\right)\frac{V_A^{3/2}}{d^2}$$

যেহেতু V_A হল সর্বোচ্চ বিভব, তাই J-ও সর্বোচ্চ। যদি এই অবস্থায় আরো আধান নিঃসরণ ঘটে তবে J সর্বোচ্চ হতে পারে না। অর্থাৎ $V=V_A$ হলে স্থানিক আধানের উৎস আধান নিঃসরণ বন্ধ হয়ে যাবে।

চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর

1. স্ক্রু পিচ = $v_{II}T$

যেখানে $v_{II} = \vec{v}$-এর সমান্তরাল উপাংশ

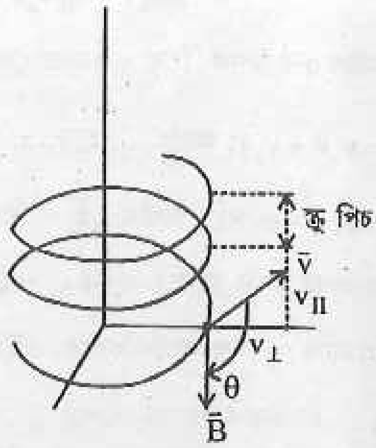
T = আধানের এক পাকের পর্যায়কাল।

$$\therefore \text{স্ক্রু পিচ} = v\sin(\theta-90^\circ)\times\frac{2\pi}{\omega}$$

$$= -\frac{2\pi v\cos\theta}{\omega}$$

$$= -\frac{2\pi mv\cos\theta}{qB}$$

যেখানে $\omega = \frac{qB}{m}$ [সমীকরণ (3.6)]



চিত্র 3.8

2. $\vec{B}$ চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে মুক্ত আধান q গতিশক্তি লাভ করবে। যখন অপর পাতে q পৌঁছাবে তখন তার সমস্ত শক্তিই হবে স্থিতিশক্তি। শক্তির সংরক্ষণ সূত্রানুযায়ী

$$\frac{1}{2}mv^2 + qV = 0$$

$$\text{বা}\quad V = -\frac{mv^2}{2q}$$

কিন্তু বেগ যখন v, তখন চৌম্বক বল = $q(\vec{V}\times\vec{B})$ যা তড়িৎ বল $\vec{E}q$-এর সমান।

$$\therefore\ |\vec{E}| = |\vec{V}\times\vec{B}| = vB$$

যেহেতু $\vec{V}\perp\vec{B}$ অতএব $v = \frac{E}{B}$

$$\text{কিন্তু}\quad E = \frac{V}{d}$$

$$\therefore\ v = \frac{V}{Bd}$$

$$\therefore V = -\left(\frac{m}{2q}\right)\frac{V^2}{B^2d^2}$$

$$\text{বা } V = -\left(\frac{2q}{m}\right)B^2d^2$$

অতিরিক্ত পাঠ্য :

1. **Introduction to Electrodynamics – David J. Griffiths**
2. **Principle of Electricity – Page and Adam**
3. **VACUUM TUBES – K. R. SPANGENBERG**

গঠন

* এই বিষয়ের ওপর আরও বিস্তারিত বিবরণ ও তাত্ত্বিক ব্যাখ্যা আপনারা পাবেন EPH-13 পর্যায়-II এর একক 14-এ।

4.1 প্রস্তাবনা

পূর্ববর্তী বিভিন্ন এককে চুম্বক ও চুম্বকত্ব সংক্রান্ত প্রাথমিক তথ্য পরিবেশন করা হয়েছে। চুম্বক বলতে প্রথমেই আমাদের মনে আসে দুটি মেরুবিশিষ্ট দণ্ডচুম্বকের কথা যা (i) লৌহচূর্ণকে তীব্র আকর্ষণ করে (ii) অপর কোনও চুম্বককে আকর্ষণ বা বিকর্ষণ করে এবং (iii) মুক্ত অবস্থায় একটি বিশেষ অভিমুখ নির্দেশ করে। আপনারা জানেন, যে কোনও পদার্থ চুম্বক দ্বারা সহজে আকৃষ্ট হয় না বা সব পদার্থকে চুম্বকে পরিণত করা যায় না। চৌম্বকক্ষেত্রে আচরণের তারতম্য অনুসারে সমস্ত পদার্থকে তিরশ্চৌম্বক, পরাচৌম্বক ও অয়শ্চৌম্বক পদার্থ হিসাবে চিহ্নিত করা হয়।

গতিশীল আধান এবং তড়িৎপ্রবাহ চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করে; বদ্ধ তড়িৎবর্তনীর আচরণ চৌম্বক দ্বিমেরুর মত ইত্যাদি বিষয়গুলিও আমরা এর আগে আলোচনা করেছি।

বর্তমান এককে চুম্বকত্বর স্বরূপ এবং তার পরিমাপ নির্ধারক রাশি চুম্বকন মাত্রা (intensity of magnetisation) সম্বন্ধে আপনারা অবগত হবেন। আবর্তী প্রবাহমাত্রা (circulating current) বলতে কি বোঝায় এবং অসম চুম্বকনের ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব ও চুম্বকন মাত্রার সম্পর্ক কি তাও এই আলোচনার অন্তর্ভুক্ত হবে।

চুম্বকনক্ষেত্র বা সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{H}$ (auxiliary magnetic field) চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ এবং চুম্বকন মাত্রা ($\vec{M}$) এর মধ্যে সরল সম্পর্ক বিদ্যমান। এই এককে সেই সম্পর্কটি প্রতিষ্ঠা করা হবে।

চৌম্বকধর্ম অনুযায়ী পদার্থের শ্রেণীবিভাজনের মূল কারণ অনুসন্ধান এবং বিশদ বিবরণের জন্য কঠিন পদার্থের তত্ত্ব পর্যায়ের একটি একক (EPH 13, একক 14) নির্দিষ্ট আছে। কিন্তু এইসব পদার্থের সাধারণ ধর্মগুলি সম্বন্ধে আপনারা অবহিত হবেন বর্তমান এককে। এছাড়া অয়শ্চৌম্বক পদার্থের একটি বিশেষ ধর্ম চুম্বকনচক্র বা হিস্টারিসিস-এর পরিচয় পাবেন এখানে। স্থায়ী বা অস্থায়ী চুম্বক গঠনে এই চক্রের গুরুত্বও

আপনারা সহজে অনুধাবন করতে পারবেন।

চৌম্বকবর্তনী (magnetic circuit) অবশ্যই তড়িৎবর্তনীর মত পরিচিত নাম নয়। এই এককে চৌম্বকবর্তনীর বৈশিষ্ট্যগুলি বিবৃত হবে।

উদ্দেশ্য

এই এককটি পাঠ করার পর আপনি যে-বিষয়গুলি সম্বন্ধে অবহিত হবেন তা হল —

- চুম্বকত্ব বলতে কি বোঝায় এবং তার পরিমাপ নির্ণায়ক রাশিটি কি।
- বদ্ধ তড়িৎপ্রবাহর স্বরূপ এবং অসম চৌম্বকক্ষেত্রে চুম্বকন মাত্রার সঙ্গে তার সম্পর্ক।
- সহায়ক চৌম্বক প্রাবল্য ($\vec{H}$), চৌম্বক আবেশ ($\vec{B}$) এবং চুম্বকন মাত্রা ($\vec{M}$)-এর মধ্যস্থিত সম্পর্ক।
- অয়শ্চৌম্বক পদার্থর ক্ষেত্রে চুম্বকন চক্রজনিত শক্তিক্ষয় এবং সেটির তাৎপর্য্য।
- চৌম্বকবর্তনীর বৈশিষ্ট্য এবং তড়িৎবর্তনীর সঙ্গে তার সাদৃশ্য ও পার্থক্য।

4.2 চুম্বকত্ব ও তার পরিমাপ

গতিশীল আধান যে চৌম্বকক্ষেত্রর উৎস তা আমরা ইতিমধ্যে অন্যান্য এককে আলোচনা করেছি। পরমাণুর মধ্যে ইলেকট্রনগুলি বিভিন্ন কক্ষপথ পরিক্রমণ করে এবং আমরা বলতে পারি প্রতিটি কক্ষপথ এক একটি বদ্ধ তড়িৎবর্তনী যা চৌম্বক দ্বিমেরুর (magnetic dipole) মত কাজ করে। এই তড়িৎকুণ্ডলী বা চৌম্বক দ্বিমেরুর চৌম্বকধর্ম চৌম্বকভ্রামক-এর সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। 'I' যদি বর্তনীতে ক্রিয়াশীল প্রবাহমাত্রা হয় এবং 'a' রাশিটি বর্তনীর ক্ষেত্রফল নির্দেশ তাহ'লে প্রতিটি কক্ষপথের চৌম্বকভ্রামক হয়

$$m = Ia \qquad (4.1)$$

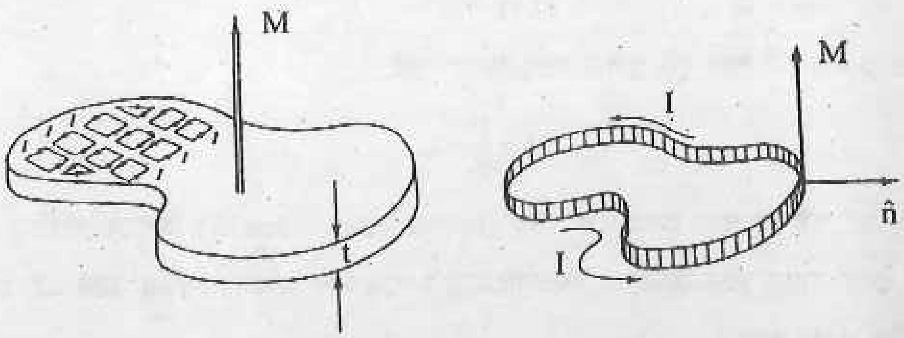
সাধারণতঃ এই কক্ষপথ বা দ্বিমেরুগুলি পদার্থর মধ্যে বিভিন্নদিকে অবিন্যস্ত (random) অবস্থায় থাকে যার ফলে এদের সম্মিলিত প্রভাব অনুভূত হয় না। বহিস্থ চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে এই বদ্ধ তড়িৎকুণ্ডলী বা দ্বিমেরুগুলি প্রযুক্ত বলের অভিমুখে সজ্জিত হতে থাকে। এর ফলে পদার্থটি চুম্বকত্ব প্রাপ্ত হয়। চুম্বকন মাত্রা বা চুম্বকন তীব্রতার দ্বারা এই চুম্বকত্ব পরিমাপ করা হয়। একক আয়তনে সৃষ্ট সহায়ক ক্ষেত্র বা চুম্বকন ক্ষেত্র বরাবর চৌম্বকভ্রামককে চুম্বকন মাত্রা (M) বলা হয়। পদার্থর 'V' আয়তনে যদি মোট চৌম্বকভ্রামক Σm_i হয় তাহলে চুম্বকন মাত্রা হয়

$$M = \frac{\sum m_i}{V} \qquad (4.2)$$

এখানে 'm_i' রাশিটি i তম চৌম্বক দ্বিমেরুর ভ্রামক।

4.3 চুম্বকিত পদার্থ ও তড়িৎবর্তনীর সমতা

এবার একটি চুম্বকিত পদার্থর একটি খণ্ড বিবেচনা করা যাক। এই টুকরোটিকে অনেকগুলি সম আকারের ক্ষুদ্র তারজালিতে (mesh) ভাগ করা যায়। আপনারা জেনেছেন চুম্বকত্বর উৎস তড়িৎপ্রবাহ। সুতরাং প্রতিটি ক্ষুদ্রতর জালির চুম্বকত্ব একই অভিমুখে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহ দিয়ে প্রকাশ করা যায়। 4.1(a) চিত্রে এই অবস্থাটি প্রদর্শিত হয়েছে। সুষম (uniform) চুম্বকনের ক্ষেত্রে এই প্রবাহমাত্রা (I)-এর মানও হবে



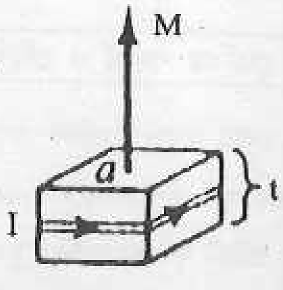
চিত্র 4.1(a) চিত্র 4.1(b)

অভিন্ন। চিত্রটি থেকে এও স্পষ্ট হয় যে পাশাপাশি কক্ষবর্তনী বা তারজালির প্রবাহমাত্রা সমান ও বিপরীতমুখী হওয়ায় ওরা পরস্পরকে নিষ্ক্রিয় করে দেয়। শুধুমাত্র বাইরের দিকে অবস্থিত তারজালির ক্ষেত্রে তড়িৎপ্রবাহ অন্তর্হিত হয় না এবং চুম্বকিত পদার্থর সীমারেখা বরাবর 'I' প্রবাহমাত্রা সক্রিয় থাকে। (চিত্র 4.1(b))। সুতরাং আমরা বলতে পারি সুষম চুম্বকনের ক্ষেত্রে একটি চুম্বকিত পদার্থ সম আকারের তড়িৎবর্তনীর মত কাজ করে। পরিসীমা বরাবর ক্রিয়াশীল এই প্রবাহমাত্রাকে আবর্তী তড়িৎপ্রবাহ (circulating current) বলে অভিহিত করা হয়। এই প্রবাহমাত্রার আর একটি বৈশিষ্ট্য এই যে এটি কোনও মুক্ত, গতিশীল ইলেকট্রন দ্বারা সৃষ্ট হয় না। পদার্থর বিভিন্ন অবস্থানে পরমাণুবদ্ধ, আবর্তনশীল ইলেকট্রনগুলি এই তড়িৎপ্রবাহ সম্পূর্ণ করে। যেহেতু পরিক্রমণশীল ইলেকট্রনগুলি পরমাণুতে আবদ্ধ পদার্থে মুক্ত বিচরণশীল নয়, সেইজন্য এইভাবে উৎপন্ন প্রবাহমাত্রাকে বদ্ধ তড়িৎপ্রবাহ হিসাবেও চিহ্নিত করা হয়। এই আবর্তী বদ্ধ তড়িৎপ্রবাহর সঙ্গে চুম্বকন মাত্রার সম্পর্কটিও সহজে নিরূপণ করা যায়।

4.4 চুম্বকন মাত্রা ও আবর্তী প্রবাহমাত্রার সম্পর্ক

চিত্র 4.2তে চুম্বকিত পদার্থের একটি ক্ষুদ্র অংশ প্রদর্শিত হয়েছে যার ক্ষেত্রফল 'a' এবং বেধ 't'। চুম্বকন মাত্রা 'M' এবং অংশটির চৌম্বকভ্রামক 'm' হলে 'M'-এর সংজ্ঞা অনুযায়ী

$$m = Mat \qquad (4.3)$$



চিত্র 4.2

যেহেতু চুম্বকিত পদার্থ সম আকারের তড়িৎবর্তনীর মত, সুতরাং বর্তনীতে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহর মান 'I' হলে ওই চৌম্বকভ্রামককে লেখা যাবে

$$m = Ia \qquad (4.4)$$

4.3 ও 4.4 সমীকরণ দুটি তুলনা করে আমরা পাই

$$M = \frac{I}{t} = k \qquad (4.5)$$

এই 'k' পৃষ্ঠ বা তল প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব (surface current density) হিসাবে পরিচিত এবং 4.5 সমীকরণে দেখা যাচ্ছে চুম্বকনমাত্রা ও তলপ্রবাহমাত্রা ঘনত্বর মান অভিন্ন। বিভিন্ন তলে এই প্রবাহমাত্রার অভিমুখ স্থির করার জন্য

$$\vec{k} = \vec{M} \times \hat{n} \qquad (4.6)$$

সমীকরণটি বিশেষ উপযোগী। '$\hat{n}$' এখানে যে কোনও তলের দিক নির্দেশকারী বহির্মুখী একক ভেক্টর। $\vec{M}$ ও $\hat{n}$ পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার জন্য উপর ও নীচতলে প্রবাহমাত্রার অস্তিত্ব থাকে না।

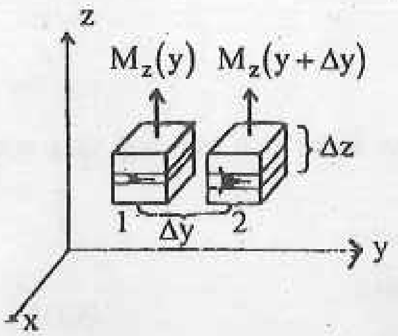
4.4.1 অসম চুম্বকনের ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব ও চুম্বকন মাত্রার সম্পর্ক

উপরের আলোচনাতে আমরা ধরে নিয়েছি যে কোনও চুম্বকিত পদার্থের মধ্যবর্তী অংশে প্রবাহমাত্রার অস্তিত্ব থাকে না, কারণ পরস্পর সংলগ্ন ক্ষুদ্রবর্তনীগুলিতে ক্রিয়াশীল তড়িৎপ্রবাহ পরস্পরকে নিশ্চিহ্ন করে দেয়। কিন্তু আপনারা নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন সুষম চুম্বকনের ক্ষেত্রেই এটা সম্ভব, নাহ'লে চুম্বকিত পদার্থের মধ্যবর্তী অংশেও প্রবাহমাত্রা সক্রিয় থাকবে। এখন অসম চুম্বকনের জন্য উৎপন্ন প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব ও চুম্বকন মাত্রার সম্পর্ক প্রতিষ্ঠা করা হবে। 4.3(a) চিত্রে চুম্বকিত বস্তুর পাশাপাশি অবস্থিত দুটি খণ্ড দেখানো হয়েছে। চুম্বকন সর্বত্র সমান নয়, সুতরাং খণ্ড দুটিতে চুম্বকন মাত্রার মানও বিভিন্ন। $M_z(y)$ এবং $M_z(y+\Delta y)$

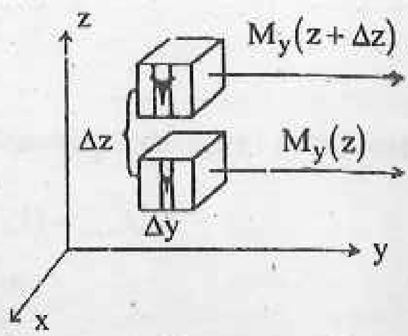
যথাক্রমে এই ক্ষুদ্র দুটি অংশের চুম্বকন মাত্রা নির্দেশ করে। চুম্বকন মাত্রা তলপ্রবাহমাত্রার সঙ্গে সরাসরি সম্পর্কিত (সমীকরণ 4.5)। ফলে দুটি অংশে প্রবাহমত্রার মানও হবে পৃথক। তীর চিহ্ন দিয়ে এই প্রবাহমাত্রা সূচিত হয়েছে। মনে করুন $I_x(1)$ এবং $I_x(2)$ যথাক্রমে টুকরো দুটির প্রবাহমাত্রা। 4.5 সমীকরণ এবং চিত্র 4.3(a) অনুসারে

$$I_x(1) = M_z(y)\Delta Z$$

এবং
$$I_x(2) = M_z(y+\Delta y)\Delta Z$$



চিত্র 4.3(a)



চিত্র 4.3(b)

খণ্ডদুটির সংযোগস্থলে $I_x(1)$ ঋণাত্মক x-অক্ষ বরাবর এবং $I_x(2)$ ধনাত্মক x-অক্ষ বরাবর ক্রিয়াশীল। যেহেতু $I_x(2)$-র মান $I_x(1)$ অপেক্ষা বেশি সুতরাং আপনারা নিশ্চয়ই সহজে বুঝতে পারছেন যে ধনাত্মক x-অক্ষ অভিমুখে তড়িৎপ্রবাহ সক্রিয় থাকবে। এই অবশিষ্ট প্রবাহমাত্রা হবে

$$\Delta I_x = I_x(2) - I_x(1)$$

অথবা
$$\Delta I_x = [M_z(y+\Delta y) - M_z(y)]\,\Delta z \qquad (4.7)$$

এখন $M_z(y+\Delta y) = M_z(y) + \dfrac{\partial M_z}{\partial y}\Delta y +$ পরিহারযোগ্য রাশিসমূহ

সুতরাং
$$\Delta I_x = \frac{\partial M_z}{\partial y}\Delta y \qquad (4.8)$$

আমরা জানি তড়িৎপ্রবাহ অভিমুখের লম্বভাবে স্থিত একক ক্ষেত্রফলে প্রবাহমাত্রাই ঘনত্ব 'J' (current density); সুতরাং y-অক্ষ বরাবর অসম চুম্বকনজনিত সৃষ্ট প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব হবে

$$(J_m)_{x1} = \frac{\Delta I_x}{\Delta y \Delta z} = \frac{\partial M_z}{\partial y} \qquad (4.9)$$

এই প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব চুম্বকত্বজাত, সেইজন্য 'J'-র সঙ্গে 'm' পাদচিহ্ন ব্যবহার করা হয়।

ওপরে বিবৃত ক্ষেত্রে y-অক্ষ বরাবর অসম চুম্বকন $(J_m)_{x1}$ এর উৎপত্তির জন্য দায়ী। 4.3(b) চিত্র থেকে প্রতীয়মান হয় যে z অক্ষতে চুম্বকন মাত্রার পার্থক্যের জন্য x-অক্ষতে তড়িৎপ্রবাহ অবশিষ্ট থাকবে। এক্ষেত্রে সংযোগস্থলের কোনও বিন্দুতে অবশিষ্ট প্রবাহমাত্রা ঋণাত্মক x বরাবর সক্রিয় থাকবে। অতএব

$$(J_m)_{x2} = \left\{\frac{My(z+\Delta z)-My(z)}{\Delta y\Delta z}\right\}\Delta y$$

$$= \frac{\partial M_y}{\partial z} \qquad (4.10)$$

[–x দিক বরাবর]

সুতরাং কোনও বিন্দুতে অসম চুম্বকনজনিত x-অক্ষ বরাবর মোট প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব হবে

$$(\vec{J}_m)_x = (\vec{J}_m)_{x1} + (\vec{J}_m)_{x2}$$

$$= \frac{\partial \vec{M}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{M}_y}{\partial z} \qquad (4.11)$$

$$= (\vec{\nabla}\times\vec{M})_x$$

অর্থাৎ $(\vec{J}_m)_x$ হল $(\vec{\nabla}\times\vec{M})_x$ ভেক্টরের x উপাংশ। একই প্রক্রিয়ায় y ও z অক্ষ বরাবর প্রবাহমাত্রা নির্ণয় করতে পারবেন এবং সবগুলি বিবেচনা করে লেখা যাবে

$$\vec{J}_m = \vec{\nabla}\times\vec{M} \qquad (4.12)$$

4.12 সমীকরণটিই চুম্বকন মাত্রা ও প্রবাহমাত্রা ঘনত্বর মধ্যে নির্ণেয় সম্পর্ক। সুষম চুম্বকন এর জন্য $\vec{\nabla}\times\vec{M}=0$ বা $\vec{J}_m=0$ অর্থাৎ প্রবাহমাত্রা এক্ষেত্রে শুধুমাত্র পরিসীমা বরাবর ক্রিয়াশীল থাকবে। পদার্থের মধ্যবর্তী অংশে তড়িৎপ্রবাহর অস্তিত্ব থাকবে না।

4.5 সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্র (Auxiliary Magnetic Field)

চুম্বকিত পদার্থে প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব ও চুম্বকন মাত্রার সম্পর্ক, উপরের অংশেই প্রতিষ্ঠা করেছি। এই প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব 'J_m' এর উৎস যে অসম চুম্বকন তাও আপনারা জেনেছেন। এখন ওই চুম্বকিত পদার্থটিতে তারের কুণ্ডলী জড়ানো হ'ল এবং ব্যাটারীর সাহায্যে I_f তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হল। এই প্রবাহমাত্রা I_f মুক্ত, পরিমাপযোগ্য এবং এর উৎস ব্যাটারী বা তড়িৎকোষ। সুতরাং মোট প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব যদি $\vec{J}$ হয় তাহলে

$$\vec{J} = \vec{J}_f + \vec{J}_m$$

এখানে $\vec{J}_f$ ও $\vec{J}_m$ যথাক্রমে মুক্ত প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব এবং বদ্ধ প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব। অ্যাম্পীয়ারের চক্রীয় উপপাদ্য (Ampere's Circuital Law) অনুযায়ী

$$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J} = \mu_0(\vec{J}_f + \vec{J}_m) \tag{4.13}$$

যেহেতু $$\vec{J}_m = \vec{\nabla}\times\vec{M}$$

সুতরাং $$\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\vec{J}_f + \mu_0\vec{\nabla}\times\vec{M}$$

অথবা $$\vec{\nabla}\times\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{\nabla}\times\vec{M} = \vec{J}_f$$

বা $$\vec{\nabla}\times\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) = \vec{J}_f \tag{4.14}$$

এই $\left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right)$ ভেক্টরটিকে $\vec{H}$ হিসাবে চিহ্নিত করা হয় এবং 4.14 সমীকরণটি দাঁড়ায়

$$\vec{\nabla}\times\vec{H} = \vec{J}_f \tag{4.15}$$

$\vec{H}$ ভেক্টরটি সহায়ক চৌম্বকক্ষেত্র বা চুম্বকন ক্ষেত্র নামে পরিচিত। কার্যক্ষেত্রে এর ভূমিকা খুবই গুরুত্বপূর্ণ কারণ এটি ব্যাটারীপ্রেরিত মুক্ত প্রবাহমাত্রার সঙ্গে সরাসরি সম্পর্কযুক্ত। 4.13 ও 4.15 সমীকরণ দুটি পর্যালোচনা করলে আমরা বুঝতে পারি চৌম্বক আবেশ $\vec{B}$ ভেক্টরটি মোট প্রবাহমাত্রার সঙ্গে সংশ্লিষ্ট, সহজে পরিমাপযোগ্য নয়। অপরপক্ষে $\vec{H}$ সরাসরি মুক্ত তড়িৎপ্রবাহের সঙ্গে যুক্ত হওয়ার কারণে সহজে পরিমাপযোগ্য।

4.15 সমীকরণে ষ্টোক্স সূত্র প্রয়োগ করে আমরা পাই

$$\int\left(\vec{\nabla}\times\vec{H}\right).\hat{n}ds = \oint\vec{H}.d\vec{\ell} = \int\vec{J}_f.\hat{n}ds = I_f \tag{4.16}$$

সমীকরণ 4.16 প্রমাণ করে যে একটি বদ্ধপথে $\vec{H}$ এর সমাকলন ব্যাটারী দ্বারা চালিত মুক্ত প্রবাহমাত্রার সমান হয়। $\vec{H}$ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এই সমীকরণটি বহুল ব্যবহৃত হয়। একটির পরিবর্তে N সংখ্যক কুণ্ডলী ব্যবহার করলে সমীকরণটির পরিমার্জিত রূপ হয়

$$\oint\vec{H}.d\vec{\ell} = NI \tag{4.17}$$

S.I. পদ্ধতিতে $\vec{H}$ এর একক অ্যাম্পীয়ার/মিটার।

আলোচনা থেকে আপনারা নিশ্চয়ই অনুধাবন করতে পেরেছেন যে সহায়ক চৌম্বকক্ষেত্র ($\vec{H}$) তে স্থাপিত কোনও চুম্বক পদার্থর ভেতরে মোট যে চৌম্বকক্ষেত্র উদ্ভূত হয় সেটাই চৌম্বক আবেশ ($\vec{B}$)।

4.14 সমীকরণের $\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ ভেক্টরটিই $\vec{H}$, অর্থাৎ $\dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} = \vec{H}$

সুতরাং,
$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \qquad (4.19)$$

এখানে 'μ_0' রাশিটি শূণ্য মাধ্যমের চৌম্বক ভেদ্যতা। 4.19 সমীকরণটিই $\vec{B}$, $\vec{H}$ এবং $\vec{M}$ এর মধ্যে নির্ণেয় সম্পর্ক।

4.6 রৈখিক চৌম্বক পদার্থ

বস্তুতঃ বেশিরভাগ পদার্থর ক্ষেত্রে সহায়ক চৌম্বকক্ষেত্র ($\vec{H}$) এবং চুম্বকন মাত্রা পরস্পর সমানুপাতিক। অর্থাৎ

$$\vec{M} \propto \vec{H} \quad \text{বা} \quad \vec{M} = \lambda_m \vec{H} \qquad (4.20)$$

এখানে λ_m একটি ঘাতবিহীন রাশি। একে চৌম্বক প্রবণতা বা চৌম্বক গ্রাহিতা (magnetic susceptibility) বলা হয়। যে সব পদার্থ (4.20) সমীকরণের শর্ত অনুসরণ করে তাদের রৈখিক চৌম্বক পদার্থ হিসাবে চিহ্নিত করা হয়। (4.19) ও (4.20) সমীকরণ দুটির সাহায্যে $\vec{B}$ ও $\vec{H}$ এর মধ্যে একটি সরল সম্পর্ক স্থাপন করা যায়।

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H} + \lambda_m \vec{H}) = \mu_0 \vec{H}(1 + \lambda_m) \qquad (4.21)$$

অথবা
$$\vec{B} = \mu \vec{H} \qquad (4.22)$$

এখানে
$$\mu = \mu_0(1+\lambda_m) \qquad (4.23)$$

'μ' রাশিটি পদার্থটির চৌম্বক ভেদ্যতা। একটি বিশেষ মাধ্যমে 'μ' এর মান নির্দিষ্ট এবং এটি 'μ_0'-র সমান ঘাতবিশিষ্ট। 4.23 সমীকরণ ব্যবহার করে মাধ্যমের আপেক্ষিক ভেদ্যতা 'μ_r' এর পরিচয় পাই, সেটি হল

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + \lambda_m \qquad (4.24)$$

'μ_r' অবশ্যই ঘাতহীন সংখ্যা। শূন্য মাধ্যমে $\lambda_m=0$, $\mu_r=1$, λ_m (চৌম্বক প্রবণতা) ও 'μ' এর মান চৌম্বক ধর্মের সাপেক্ষে পদার্থর শ্রেণী নির্ধারণ করে।

এতক্ষণ বেশ কয়েকটি বিষয় আমরা আলোচনা করলাম। এবার দুটি অনুশীলনী সমাধান করা চেষ্টা করা যাক।

অনুশীলনী 1 : 50 cm. দৈর্ঘ্য বিশিষ্ট একটি লৌহদণ্ডকে একটি লম্বা সলিনয়েডের মধ্যে অক্ষ বরাবর স্থাপন করা হ'ল। সলিনয়েডের পাকসংখ্যা 50 cm^{-1} এবং প্রবাহমাত্রা 1 Amp। লৌহদণ্ডর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল 20 mm^2 এবং লোহার আপেক্ষিক ভেদ্যতা 400 হলে দণ্ডটির চৌম্বকভ্রামক নির্ণয় করুন।

অনুশীলনী 2 : একটি লৌহদণ্ডকে H=600 Amp/metre চৌম্বকক্ষেত্রে স্থাপন করে চুম্বকিত করা হল। চুম্বকন সুষম হলে এবং দণ্ডমধ্যে চৌম্বক আবেশ 'B' এর মান 0.314 Tesla হলে নিম্নলিখিত রাশিগুলি নির্ণয় করুন—

(i) চুম্বকন মাত্রা (ii) আপেক্ষিক ভেদ্যতা এবং (iii) চৌম্বক প্রবণতা

4.7 পরাচৌম্বক, তিরশ্চৌম্বক ও অয়শ্চৌম্বক পদার্থ

বিশিষ্ট বিজ্ঞানী মাইকেল ফ্যারাডে উচ্চমানের চৌম্বকক্ষেত্রে বিভিন্ন পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করতে সক্ষম হন যে সমস্ত পদার্থর মধ্যেই কমবেশি চৌম্বকধর্ম বর্তমান। অনেক পদার্থর ক্ষেত্রে এই চৌম্বকধর্ম যথেষ্ট দুর্বল। λ_m, μ এর মান এবং অসম চৌম্বকক্ষেত্রে আচরণ অনুযায়ী দুর্বল চৌম্বকধর্মবিশিষ্ট যাবতীয় পদার্থকে মূলতঃ দুটি ভাগে বিভক্ত করা যায়। সেগুলি হল (i) পরাচৌম্বক (paramagnetic) পদার্থ এবং (ii) তিরশ্চৌম্বক (diamagnetic) পদার্থ। তাদের সাধারণ ধর্মগুলি এইরূপ

4.7.1 পরাচৌম্বক পদার্থ

(a) এরা চুম্বকদ্বারা সামান্য আকৃষ্ট হয়।

(b) অসম চৌম্বকক্ষেত্রে কম প্রাবল্য অঞ্চল থেকে অধিক প্রাবল্য অংশে সরে যায়।

(c) $\mu_r>1$ [μ_r '1' অপেক্ষা সামান্য বেশি]।

(d) λ_m ধনাত্মক কিন্তু নিম্নমানের।

(e) M ও H সমানুপাতিক।

(f) μ_r এবং λ_m এর মান নির্দিষ্ট, $\vec{H}$ এর উপর নির্ভরশীল নয়।

4.7.2 তিরশ্চৌম্বক পদার্থ

(a) এরা চুম্বকদ্বারা সামান্য ক্ষীণভাবে বিকর্ষিত হয়।

(b) অসম চৌম্বকক্ষেত্রে প্রবল থেকে দুর্বল অংশে সরে যায়।

(c) $\mu_r < 1$ [μ_r '1' অপেক্ষা সামান্য কম]

(d) λ_m ঋণাত্মক এবং নিম্নমানের।

(e) M ও H সমানুপাতিক।

(f) μ_r, λ_m তাপমাত্রা বা H এর সঙ্গে পরিবর্তন করে না।

কয়েকটি পরিচিত পদার্থের λ_m এর মান 4.1 সারণিতে প্রদর্শিত হল।

সারণি 4.1

	পদার্থ	λ_m
পরাচৌম্বক	অ্যালুমিনিয়াম	2.1×10^{-5}
পরাচৌম্বক	সোডিয়াম	0.84×10^{-5}
পরাচৌম্বক	অক্সিজেন	190×10^{-5}
তিরশ্চৌম্বক	তামা	-0.98×10^{-5}
তিরশ্চৌম্বক	রূপা	-2.4×10^{-5}
তিরশ্চৌম্বক	সোনা	-3.5×10^{-5}

আমরা আগেই বলেছি যে পরাচৌম্বকত্ব বা তিরশ্চৌম্বকত্বর মূল কারণ আমরা কঠিন পদার্থের তত্ত্ব পর্যায়ে বিশদ আলোচনা করব। কিন্তু একটা গুরুত্বপূর্ণ বিষয় আমাদের মনে রাখতে হবে যে তিরশ্চৌম্বকত্ব সমস্ত পদার্থের সহজাত ধর্ম। কিন্তু এই ধর্ম অতি দুর্বল বলে পরাচৌম্বক ও অয়শ্চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে এই ধর্মর বহিঃপ্রকাশ ঘটতে পারে না। পরাচৌম্বকত্ব বা অয়শ্চৌম্বকত্ব প্রবলতর বলে ওই ধর্মগুলিই পরিলক্ষিত হয়। তাই মনে রাখবেন তিরশ্চৌম্বকত্ব যাবতীয় পদার্থের মৌলিক ধর্ম।

4.7.3 অয়শ্চৌম্বক পদার্থ

লোহা, নিকেল, কোবাল্ট, ইস্পাত এবং কিছু সংকর ধাতুর চৌম্বকধর্ম অতি প্রবল। তাদের বৈশিষ্ট্যগুলি এইরকম।

(a) চৌম্বকক্ষেত্রে এইসব পদার্থ প্রবল আকর্ষণ অনুভব করে।

(b) $\mu_r >> 1$

(c) λ_m এর মান অতি উচ্চ ও ধনাত্মক।

(d) μ এবং λ_m তাপমাত্রা ও $\vec{H}$ এর ওপর যথেষ্ট নির্ভরশীল।

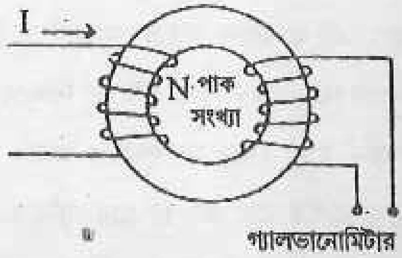
(e) $\vec{M}$ ও $\vec{H}$ অবশ্যই সমানুপাতিক নয়।

উদাহরণ হিসাবে নিকেলের λ_m ও μ_r এর মান যথাক্রমে 33×10^2 (500°K) এবং 300 পর্যন্ত হতে পারে।

উপরোক্ত ধর্মগুলি ছাড়া অয়শ্চৌম্বক পদার্থর একটি বিশেষ ধর্ম লক্ষ্য করা যায়। তা হল চুম্বকন চক্র বা হিস্টারিসিস। পরবর্তী অংশে এর সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা করব।

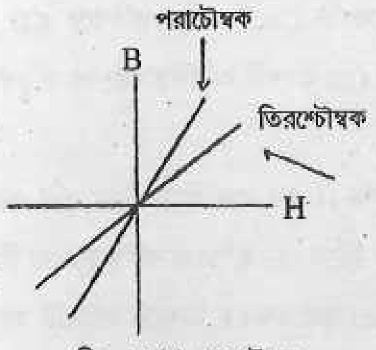
4.8 চুম্বক পদার্থর ক্ষেত্রে $\vec{B}$ ও $\vec{H}$ এর সম্পর্ক

চৌম্বক আবেশ ও সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে গাণিতিক সম্পর্ক $\vec{B}=\mu\vec{H}$ আমরা প্রতিষ্ঠা করেছি (সমীকরণ 4.22)। সহজ একটি পরীক্ষার সাহায্যে চুম্বকন মাত্রা (M) বা চৌম্বক আবেশ (B)-এর পরিবর্তন আমরা নির্ণয় করতে পারি। পরীক্ষালব্ধ B-এর মান H-এর সাপেক্ষে লেখচিত্রে অংকন করে বিভিন্ন পদার্থর B-H লেখ পাওয়া সম্ভব। 4.4 চিত্রে এই পরীক্ষা পদ্ধতির নমুনা দেওয়া হয়েছে। একটি টরয়েডের মধ্যে পরীক্ষাধীন চৌম্বক পদার্থ রাখা হয়েছে। দুটি কুণ্ডলী টরয়েড-এর ওপর জড়ানো আছে।



চিত্র 4.4

প্রাথমিক কুণ্ডলীর মাধ্যমে তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হয়। অপরটি গ্যালভানোমিটারের সঙ্গে যুক্ত থাকে এবং গৌণকুণ্ডলী হিসাবে কাজ করে। এই তড়িৎপ্রবাহই চুম্বকন ক্ষেত্র $\vec{H}$ সৃষ্টি করে এবং টরয়েড এর মধ্যস্থিত পদার্থে ফ্লাক্স সংযুক্ত হয়। প্রবাহমাত্রা হঠাৎ পরিবর্তন করে ফ্লাক্স পরিবর্তন ঘটানো হয়। এর জন্য সৃষ্ট আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল পরিমাপ করা সম্ভবপর এবং তার থেকে পদার্থর চৌম্বক আবেশ B নিরূপণ করা সম্ভব। এইভাবে কোনও বিশেষ পদার্থর বিভিন্ন $\vec{H}$ এবং সংশ্লিষ্ট $\vec{B}$ এর লেখচিত্র আমরা পেতে পারি। টরয়েড-এর মধ্যে বিভিন্ন পদার্থ স্থাপন করে একই পদ্ধতিতে পদার্থগুলির B-H লেখচিত্র পাওয়া যায়। পরাচৌম্বক ও তিরশ্চৌম্বক পদার্থর জন্য এই লেখচিত্রগুলি সরলরেখা হয় (চিত্র 4.5(a)) যা সমীকরণ 4.22-এর সঙ্গে সামঞ্জস্যপূর্ণ। সরলরেখার নতি থেকে λ_m এর মানও নির্ণয় করতে পারবেন।

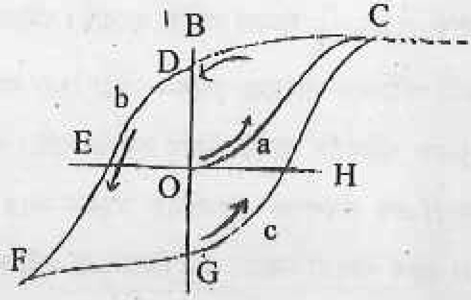


চিত্র 4.5(a): পরাচৌম্বক ও তিরশ্চৌম্বক পদার্থর B–H লেখচিত্র

4.8.1 চুম্বকন চক্র বা হিস্টারিসিস

বিভিন্ন পদার্থের চৌম্বকধর্ম বিশ্লেষণ করে আমরা জেনেছি যে অয়শ্চৌম্বক পদার্থের সঙ্গে অন্যান্য পদার্থের উল্লেখযোগ্য পার্থক্য বর্তমান এবং B-H লেখচিত্রের আকৃতিও সম্পূর্ণ আলাদা। চিত্র 4.5(b) থেকে এও স্পষ্ট যে M ও H পরস্পর সমানুপাতিক নয় এবং B-H লেখচিত্রের আকার একটি লুপ বা চক্রর মত। এবার B-H লুপ-এর বৈশিষ্ট্যগুলি নিম্নলিখিত বিবরণের সঙ্গে আপনারা মিলিয়ে নিন।

(i) প্রবাহমাত্রা I=0 হলে H=0, B=0 এবং M=0. সুতরাং O বিন্দুটি পদার্থটির অচুম্বকিত অবস্থা নির্দেশ করে। এই প্রারম্ভিক অবস্থা থেকে ধীরে ধীরে I বা H বৃদ্ধি করলে B-এর মান বৃদ্ধি পায়। C বিন্দুতে পৌঁছানোর পর চুম্বকন মাত্রা (M) সংপৃক্ততা অর্জন করে অর্থাৎ M আর বর্ধিত হয় না H এর বৃদ্ধির জন্য। যেহেতু $B=\mu_0(H+M)$। সুতরাং H বৃদ্ধির জন্য B খুবই সামান্য বৃদ্ধি পায়। লেখচিত্রের OaC অংশ এই পরিবর্তন চিহ্নিত করে।



চিত্র 4.5 (b) : অয়শ্চৌম্বক পদার্থের B–H লেখচিত্র

(ii) M সম্পৃক্ততা (saturation) লাভ করার পর প্রবাহমাত্রা কমিয়ে H ধীরে ধীরে হ্রাস করলে দেখা যায় B-H লেখটি CaO পথের পরিবর্তে CD পথ পরিক্রমণ করে। অর্থাৎ এখন H=0 হলেও B এর মান শূন্য হয় না। OD অংশটি অবশিষ্ট আবেশ বা চুম্বকত্ব (residual magnetisation) নির্দেশ করে।

(iii) এবার প্রবাহমাত্রার অভিমুখ পরিবর্তন করে বিপরীতমুখী H এর মান ধীরে ধীরে বৃদ্ধি করলে DEF অংশটি পাওয়া যায়। স্পষ্টতঃ চৌম্বকক্ষেত্রের প্রাবল্য বিপরীত দিকে OE হ'লে অবশিষ্ট চুম্বকত্ব বিনষ্ট হয়। প্রযুক্ত চৌম্বকক্ষেত্রের এই মানকে নিগ্রহ বল (co-ercive force) বলা হয়। F বিন্দুতে পদার্থটি আবার বিপরীত দিকে সম্পৃক্ততা অর্জন করে।

(iv) F বিন্দু থেকে H ধীরে ধীরে পরিবর্তিত হয়ে শূন্য মান স্পর্শ করে আবার প্রাথমিক অভিমুখে বর্ধিত হলে লেখচিত্রের FGKC অংশটি পাওয়া যায়। অর্থাৎ বস্তুটি আবার পূর্বের চুম্বকীয় অবস্থা C তে ফিরে আসে। প্রবাহমাত্রা বা H বারবার পরিবর্তন করলে CDEFGKC পথটিই পরিক্রমণ করে। কোনও সময়েই OaC লেখটি ফিরে পাওয়া যায় না। এই CDEFGKC বদ্ধ পথটিকে চুম্বকন চক্র বা হিস্টারিসিস

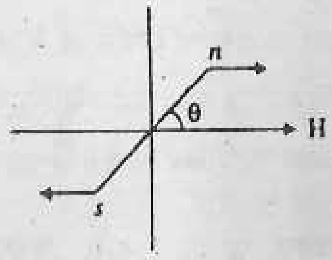
লুপ বলা হয়। এই চক্রটি বিশ্লেষণ করে দেখুন যে B সর্বদাই সহায়ক বা চুম্বকন ক্ষেত্র (H)-এর পশ্চাদবর্তী কখনই H-এর সমান বা অগ্রবর্তী হয় না। চুম্বকন মাত্রা (M) বা চৌম্বক আবেশ (B)-এর H-এর সাপেক্ষে এই পশ্চাদ্‌বর্তিতাকে হিস্টারিসিস বলা হয়। এই চক্রের আকৃতি চৌম্বক ধর্ম নিরূপণে বিশেষ উপযোগী।

4.8.2 হিস্টারিসিসের জন্য শক্তির অপচয়

কোনও অয়শ্চৌম্বক পদার্থকে চুম্বকন চক্রর মধ্য দিয়ে নিয়ে গেলে কিছু শক্তি ব্যয়িত হয়। এই শক্তি কিন্তু পুনরুদ্ধার করা যায় না এবং তাপশক্তি হিসাবে অপচয়িত হয়। ফলে পদার্থর তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায়। শক্তিক্ষয়ের কারণটি এভাবে ব্যাখ্যা করা সম্ভব।

চৌম্বকক্ষেত্রে কোনও চুম্বক পদার্থ রাখা হলে অণুচুম্বক বা চৌম্বক দ্বিমেরুগুলি চৌম্বকক্ষেত্র অভিমুখে বিন্যস্ত হওয়ার চেষ্টা করে। সমগ্র চুম্বকন চক্র, পরিক্রমণ করার সময় স্বভাবতই এই সজ্জা বারবার পরিবর্তিত হয়। ঘর্ষণ এবং অন্যান্য বাধার বিরুদ্ধে অণুর এই গতি তাপশক্তি উৎপন্ন করে যার ফলে পদার্থটি উত্তপ্ত হয়ে ওঠে। প্রতি চক্রের জন্য একক আয়তনে শক্তিক্ষয় যে পদার্থটির B-H লুপের ক্ষেত্রফল তা আপনারা এখন জানতে পারবেন।

H চৌম্বকক্ষেত্রে পদার্থটি স্থাপন করলে চৌম্বকদ্বিমেরুগুলি H অভিমুখী হওয়ার চেষ্টা করে। চুম্বকন প্রক্রিয়া চলাকালীন মনে করুন একটি দ্বিমেরু H এর সঙ্গে 'θ' কোণে আনত রয়েছে। 4.6 চিত্র এই অবস্থানটি নির্দেশ করে। প্রতিটি দ্বিমেরুর চৌম্বকভ্রামক 'm' হলে চৌম্বকক্ষেত্র 'H'-এর দিকে ভ্রামকের উপাংশ হবে $m\cos\theta$ এবং লম্ব অভিমুখে $m\sin\theta$. পদার্থর একক আয়তন বিবেচনা করলে H অভিমুখে মোট চৌম্বকভ্রামক হবে $\Sigma m\cos\theta$ এবং অভিলম্ব বরাবর $\Sigma m\sin\theta$। প্রযুক্ত চৌম্বকক্ষেত্রের লম্বদিকে কোনও চুম্বকত্ব উৎপন্ন হয় না সুতরাং $\Sigma m\sin\theta=0$ আপনারা জানেন একক আয়তনে সৃষ্ট চৌম্বকভ্রামকই চুম্বকন মাত্রা। সুতরাং



চিত্র 4.6

$$M = \Sigma m\cos\theta \qquad (4.25)$$

এবং
$$dM = -\Sigma m\sin\theta\, d\theta \qquad (4.26)$$

অর্থাৎ 'θ' র মান হ্রাস পাওয়ার অর্থ M-এর মান বৃদ্ধি হওয়া। 4.6 অবস্থানে দ্বিমেরুটির উপর দ্বন্দের ভ্রামক হয় $mB\sin\theta = \mu_0 mH\sin\theta$। H অভিমুখে $-d\theta$ কৌণিক সরণের জন্য প্রয়োজনীয় কার্য হবে

$$dW' = -\mu_0 mH\sin\theta d\theta$$

একক আয়তনে রক্ষিত চৌম্বকদ্বিমেরুগুলির জন্য প্রয়োজনীয় কার্য হবে

$$dW = \Sigma dW' = -\Sigma \mu_0 mH\sin\theta d\theta$$

4.26 সমীকরণ ব্যবহার করে আমরা পাই

$$dW = \mu_0 HdM \qquad (4.27)$$

একটি পূর্ণ চুম্বকন চক্রর জন্য একক আয়তনে প্রয়োজনীয় কার্য হবে

$$W = \oint dW = \mu_0 \oint HdM \qquad (4.28)$$

আপনারা জানেন $\quad B = \mu_0(H+M)$

সুতরাং $\quad dB = \mu_0(dH+dM)$

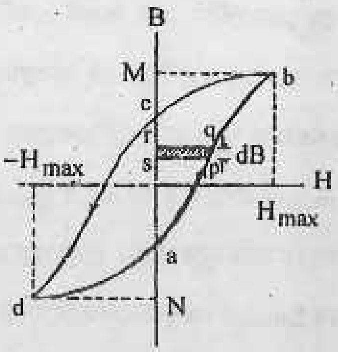
এবং $\quad \oint HdB = \mu_0 \oint HdH + \mu_0 \oint HdM$

বুঝতে নিশ্চয়ই অসুবিধা হবে না যে পূর্ণ চক্রে $\oint HdH = 0$

সুতরাং $\quad \oint HdB = \mu_0 \oint HdM = W \qquad (4.29)$

এখন $\oint HdB$ রাশিটির তাৎপর্য ব্যাখ্যা করা যাক।

পরীক্ষাধীন চৌম্বক পদার্থটির B-H লুপ abcda চিত্র 4.7তে প্রদর্শিত হয়েছে। এখন ab রেখাতে দুটি কাছাকাছি বিন্দু p ও q নেওয়া হ'ল যেখানে H-এর মান সমান এবং B-এর পরিবর্তন rs = dB। p থেকে q বিন্দু পর্যন্ত পরিক্রমণের জন্য প্রয়োজনীয় কার্য হবে HdB = ক্ষেত্রফল pqrs, সুতরাং বস্তুটিকেa থেকে b বিন্দুতে নেওয়ার জন্য একক আয়তনে কৃতকার্য $W_{ab} = \int_a^b HdB$ ক্ষেত্রফল abMa



চিত্র 4.7: B–H লেখ ও শক্তিক্ষয়ের সম্পর্ক নির্ণয়

মনে রাখবেন এই অংশে H ও dB উভয়েই ধনাত্মক। সুতরাং W_{ab}র মান ধনাত্মক। b থেকে c পথটি বিচুম্বকন (demagnetisation) নির্দেশ করে এবং এই সময় কার্য পুনরুদ্ধার হয়। এই কার্যর মান হবে

$$W_{bc} = \int_b^c HdB = \text{ক্ষেত্রফল bMcb}$$

এই অংশে H ধনাত্মক হলেও dB ঋণাত্মক। সুতরাং $\oint HdB$-র মান ঋণাত্মক। একইভাবে আমরা লিখতে পারি

$$\int_c^d HdB = \text{ক্ষেত্রফল cdNc}$$

এই পথে H, dB উভয়েই ঋণাত্মক এবং উহা বিপরীত অভিমুখে চুম্বকন নির্দেশ করে।

আবার d থেকে a পথে কার্য পুনরুদ্ধার হয় এবং

$$W_{dc} = \int_d^c HdB = \text{dNad ক্ষেত্রফল}$$

এই অংশে H ঋণাত্মক ফলে $\int_d^c HdB$-র মান ঋণাত্মক সুতরাং পূর্ণ চক্রের জন্য একক আয়তনে শক্তির মোট অপচয় হয়

$$W = \oint HdB = \int_a^b HdB + \int_b^c HdB + \int_c^d HdB + \int_d^a HdB$$

বা $\quad W = \text{abMa ক্ষেত্র} - \text{bMcb ক্ষেত্র} + \text{cdNc ক্ষেত্র} - \text{dNad ক্ষেত্র}$

$\quad = \text{abcda ক্ষেত্র}$

আপনার নিশ্চয়ই বুঝতে পারছেন abcda ক্ষেত্রই B-H লুপের ক্ষেত্রফল। সুতরাং পূর্ণ চুম্বকন চক্রে একক আয়তনে মোট শক্তিক্ষয় যে চৌম্বক উপাদানের B-H লুপের ক্ষেত্রফলের সমান তা এখানে প্রতিষ্ঠিত হ'ল। এবার 4.29 সমীকরণটির দিকে ফিরে তাকান। এখানে $W = \oint HdB = \mu_0 \oint HdM$। অর্থাৎ আমরা বলতে পারব প্রতি চক্রে একক আয়তনে মোট শক্তি অপচয় পদার্থের M-H লুপের ক্ষেত্রফল ও μ_0 রাশিটির গুণফল।

S.I. এককে এই ব্যয়িত শক্তির একক জুল। এক্ষেত্রে H এর একক অ্যাম্পীয়ার/মিটার এবং B-এর একক ওয়েবার/মিটার^2।

C.G.S. e.m.u. এককে H ও B এর মান যথাক্রমে ওরস্টেড এবং গাউস্। এক্ষেত্রে শক্তি অপচয়কে আর্গ/(সেমি)^3/চক্র এককের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। তখন শক্তি অপচয়ের সঙ্গে B-H বা M-H লুপের সম্পর্কটি এইরকম।

$$W = \text{একক আয়তনে চক্র প্রতি শক্তিক্ষয়} = \oint HdM = \frac{1}{4\pi}\oint HdB$$

অর্থাৎ এই এককে 'W' M-H লুপের ক্ষেত্রফলের সমান হয় এবং B-H লুপের ক্ষেত্রফলের $\frac{1}{4\pi}$ গুণ হয়।

4.8.3 স্টেইনমেজ্ সূত্র

কোনও অয়শ্চৌম্বক পদার্থের হিস্টারিসিস জনিত শক্তিক্ষয়ের একটি সরল সূত্র (empirical formula) বিজ্ঞানী স্টেইনমেজ্ উদ্ভাবন করেন। এই সূত্রটি হল

$$W = \eta B_{max}^{n} \quad [n = 1.4 - 1.8] \tag{4.30}$$

এখানে 'η' একটি ধ্রুবক যার মান 1.6 থেকে 1.7 এর মধ্যে থাকে। এই সূত্রটি সাধারণতঃ B<12,000 গাউস্ হ'লে প্রযোজ্য।

4.8.4 হিস্টারিসিস অপচয়ের ফলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ণয়

মনে করুন, $A \rightarrow$ B–H লুপের ক্ষেত্রফল

$n \rightarrow$ সেকেণ্ড প্রতি চুম্বকন চক্রর সংখ্যা

$m, \rho \rightarrow$ পদার্থটির ভর ও ঘনত্ব

$J \rightarrow$ জুল গুণাংক

$S \rightarrow$ উপাদানের আপেক্ষিক তাপ, $\theta \rightarrow$ তাপমাত্রার বৃদ্ধি

উপরে বর্ণিত রাশিগুলি থেকে আমরা লিখতে পারব সেকেণ্ড প্রতি শক্তির অপচয় পদার্থর আয়তন × চুম্বকন চক্র সংখ্যা × লুপের ক্ষেত্রফল বা শক্তিক্ষয় $= \frac{m}{\rho} nA$ জুল/সেকেণ্ড

$$\therefore \text{ উৎপন্ন তাপশক্তি } = \frac{mnA}{J\rho} \text{ ক্যালরি/সেকেণ্ড}$$

ক্যালরিমিতির নীতি অনুসারে $\quad ms\theta = \frac{mnA}{J\rho}$

সুতরাং $\quad \theta = \frac{nA}{Js\rho}$ °সেন্টিগ্রেড $\quad (4.31)$

এবার একটি সরল অনুশীলনীতে যা শিখলেন প্রয়োগ করে দেখুন।

অনুশীলনী 3. 10 kg. ভরের একটি লৌহখণ্ডকে প্রতি সেকেণ্ডে 50 বার চুম্বকন চক্রের মধ্য দিয়ে নিয়ে গেলে 30 মিনিটে হিস্টারিসিসের জন্য শক্তির অপচয় নির্ণয় করুন। লোহার ঘনত্ব 7800 kg/m^3 এবং B-H লুপের 1800 J/m^3।

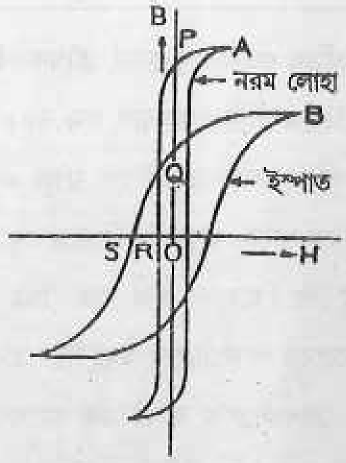
4.8.5 হিস্টারিসিস লুপের গুরুত্ব

বিভিন্ন চৌম্বক পদার্থর B-H লুপ এর আকৃতি বিশ্লেষণ করে ওই পদার্থর চৌম্বক ধর্ম সম্বন্ধে ধারণা করা যায় এবং তার সাহায্যে চুম্বক গঠনে বস্তুটির উপযোগিতা বিচার করা হয়। 4.8 চিত্রে কাচা লোহা ও ইস্পাতের হিস্টারিসিস লুপ বা B-H লুপ দেখানো হয়েছে। লুপ দুটি পর্যালোচনা করে আমরা নিম্নলিখিত সিদ্ধান্তে উপনীত হতে পারি।

(i) কাঁচা লোহার ধারণক্ষমতা (retentivity) ইস্পাতের তুলনায় বেশি।

(ii) ইস্পাতের নিগ্রাহিতা (coercivity) কাঁচা লোহা অপেক্ষা বেশী, অর্থাৎ অবশিষ্ট চুম্বকত্ব বিনাশের জন্য ইস্পাতের অধিক নিগ্রহ বল দরকার।

(iii) কাঁচা লোহার B-H লুপের ক্ষেত্রফল স্পষ্টতই ইস্পাতের তুলনায় অনেক কম। অর্থাৎ চক্রপ্রতি শক্তিক্ষয় কাঁচালোহার ক্ষেত্রে কম হয়।



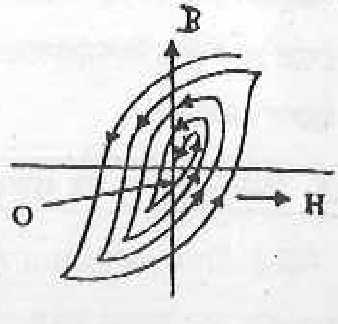
চিত্র 4.8 : নরম লোহা ও ইস্পাতের B–H লুপ

অস্থায়ী চুম্বক যেমন তড়িৎচুম্বক বা ট্রান্সফর্মার কোর নির্মাণে কাঁচা লোহা কেন ব্যবহার করা হয় তা নিশ্চয়ই আপনারা সহজেই বুঝতে পারছেন উপরের আলোচনা থেকে। কারণ অস্থায়ী চুম্বকে নিগ্রহবল ও লুপ ক্ষেত্রফল কম হওয়া প্রয়োজন। স্থায়ী চুম্বকের প্রধান বিচার্য ধর্ম হবে উচ্চ নিগ্রাহিতা। স্থায়ী চুম্বক যেহেতু কখনই চুম্বকন চক্র পরিক্রমণ করে না, সুতরাং চুম্বকন চক্র জনিত অপচয় বা B-H লুপের ক্ষেত্রফল বেশি হলেও তা অসুবিধার সৃষ্টি করে না। এইসব কারণে উচ্চ নিগ্রাহিতা সম্পন্ন ইস্পাত স্থায়ী চুম্বক গঠনে বিশেষ উপযোগী।

4.8.6 চুম্বকিত পদার্থর বিচুম্বকন

অচুম্বকিত অবস্থা থেকে শুরু করে লোহা জাতীয় অয়শ্চৌম্বক পদার্থকে বাহ্যিক চৌম্বকক্ষেত্রের

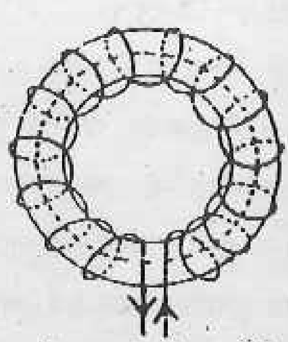
প্রভাবে চুম্বকিত করার পর ঐ ক্ষেত্র অপসারণ করলে ধারণক্ষমতার জন্য পদার্থের মধ্যে অবশিষ্ট চুম্বকত্ব থেকে যায়। এই চুম্বকত্ব লুপ্ত করার জন্য বস্তুটিকে ক্রমহ্রাসমান চৌম্বকক্ষেত্রে স্থাপন করে কয়েকটি চুম্বকন চক্রের মধ্যে দিয়ে নিয়ে যেতে হয়। কারণ এর ফলে B-H লুপের ক্ষেত্রফল ক্রমশঃ হ্রাস পায় এবং শেষে পদার্থটি অচুম্বকিত প্রাথমিক অবস্থায় ফিরে আসে। 4.9 চিত্রে এই বিচুম্বকন প্রক্রিয়াটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র 4.9 : বিচুম্বকন পদ্ধতি

4.9 চৌম্বক বর্তনী

তড়িৎ বর্তনীর তুলনায় চৌম্বকবর্তনী নামটির সঙ্গে আপনারা বোধহয় এখনও খুব পরিচিত হন নি, যদিও চৌম্বকবর্তনীর ব্যবহার কম নয়। চৌম্বক বর্তনী আমরা তাকেই বলব যেক্ষেত্রে চৌম্বক ফ্লাক্স একটি বদ্ধ বা প্রায়-বদ্ধ পথে বিন্যস্ত থাকে। উদাহরণ হিসাবে প্রথমে একটি তার জড়ানো বলয় বা রিং বিবেচনা করা যাক (চিত্র 4.10)। এই ঘনভাবে সংবদ্ধ তারের পাকগুলোর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা পাঠানো হয়। এক্ষেত্রে চৌম্বক ফ্লাক্স বা চৌম্বক আবেশ সম্পূর্ণভাবে বলয়ের মধ্যে আবদ্ধ থাকে যা উল্লিখিত চৌম্বক বর্তনীর শর্ত পূরণ করে।



চিত্র 4.10 : চৌম্বক বর্তনী

মনে করুন, $I \rightarrow$ বর্তনীতে প্রেরিত তড়িৎপ্রবাহ

$N \rightarrow$ পাকসংখ্যা

$l \rightarrow$ বর্তনীর দৈর্ঘ্য (এক্ষেত্রে বলয়ের গড় পরিসীমা)

$A \rightarrow$ কোর এর প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$\mu \rightarrow$ ব্যবহৃত চৌম্বক পদার্থের ভেদ্যতা

$H \rightarrow$ মুক্ত প্রবাহমাত্রা I এর সঙ্গে যুক্ত চৌম্বকক্ষেত্র বা সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্র।

সমীকরণ 4.17 অনুযায়ী

$$\oint \vec{H}.d\vec{\ell} = NI$$

এখানে পথ সমাকলনটি অবশ্য বলয়ের অক্ষ বরাবর হবে। তড়িৎবর্তনীর ক্ষেত্রে $\oint \vec{E}.d\vec{\ell}$ রাশিটিকে

তড়িৎচালক বল বা e.m.f. হিসেবে উল্লেখ করা হয়। সেইভাবে $\oint\vec{H}.d\vec{\ell}$ কে আমরা চুম্বকত্ব চালক বল (magnetomotive force) নামে অভিহিত করব। সুতরাং চুম্বকত্ব চালক বল

$$\oint\vec{H}.d\vec{\ell} = NI \qquad (4.32)$$

এই পথের প্রতিটি বিন্দুতে $H = \frac{B}{\mu}$ এবং 'ϕ' যদি চৌম্বক ফ্লাক্স হয় আপনারা জানেন $\phi = BA$

সুতরাং $\qquad H = \frac{\phi}{\mu A}$

4.32 সমীকরণটির পরিমার্জিত রূপ হয়

চুম্বকত্ব চালক বল

$$= \oint\vec{H}d\vec{\ell} = \phi\int\frac{d\ell}{\mu A} = NI \qquad (4.33)$$

বৃত্তীয় পথে 'ϕ' ধ্রুবক বলে সেটিকে সমাকলনের বাইরে রাখা হয়েছে। তড়িৎ বর্তনীতে ব্যবহৃত প্রাথমিক সমীকরণটি হল

তড়িৎচালক বল $= \oint\vec{E}d\vec{\ell}$ = প্রবাহমাত্রা×রোধ $= I\times R = I\rho\int\frac{d\ell}{A}$ $\qquad$ (4.34)

4.33 ও 4.34 সমীকরণ দুটি পর্যালোচনা করলে বোঝা যায়

(i) $\oint\vec{H}.d\vec{\ell}$ বা M.M.F. (magnetomotive force) তড়িৎচালক বল বা e.m.f. (electromotive force)-এর মত কাজ করে

(ii) চৌম্বক বর্তনীতে ফ্লাক্স 'ϕ' তড়িৎবর্তনীর প্রবাহমাত্রা 'I' এর ভূমিকা পালন করে।

(iii) চৌম্বকরোধ (reluctance) $\int\frac{d\ell}{\mu A}$ ও তড়িৎরোধ $\int\frac{\rho d\ell}{A}$ পরস্পর তুলনীয়।

চৌম্বকবর্তনীতে প্রযোজ্য সূত্রটি দাঁড়াল

চুম্বকত্ব চালক বল = ফ্লাক্স × চৌম্বকরোধ

অথবা $\qquad$ ফ্লাক্স $= \frac{\text{চুম্বকত্ব চালক বল}}{\text{চৌম্বকরোধ}} = \frac{NI}{\int\frac{d\ell}{\mu A}} = \frac{NI}{R}$ $\qquad$ (4.35)

'R' কে চৌম্বকরোধ হিসাবে চিহ্নিত করা হয়।

$$\therefore \quad R = \int \frac{d\ell}{\mu A} = \frac{\ell}{\mu A} \qquad (4.36)$$

যদি μ এবং A-র মান বর্তনীর সর্বত্র এক থাকে।

তড়িৎ ও চৌম্বক বর্তনীর সাদৃশ্যগুলি আমরা আলোচনা করলাম। ওদের পার্থক্যগুলিও উল্লেখ করা দরকার। যেমন

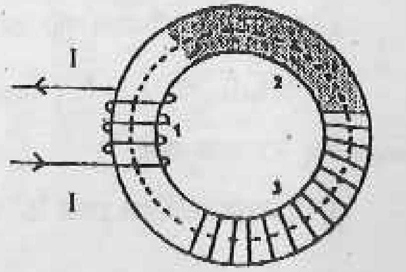
(i) তড়িৎবর্তনীতে রোধের জন্য তড়িৎশক্তি ক্ষয় হয়। কিন্তু চৌম্বকরোধ কোনওরকম শক্তি ক্ষয় করে না।

(ii) তড়িৎবর্তনীতে ইলেকট্রন কণার প্রবাহ প্রবাহমাত্রা সৃষ্টি করে। চৌম্বকবর্তনীর সঙ্গে কোনও ধরণের কণার প্রবাহ জড়িত নয়।

(iii) রোধাঙ্ক 'ρ' প্রবাহমাত্রার ওপর নির্ভর করে না কিন্তু চৌম্বকরোধ সংশ্লিষ্ট $\frac{1}{\mu}$ রাশিটি 'ϕ' এর ওপর নির্ভরশীল।

4.9.1 যৌগিক চৌম্বক বর্তনী

একটির বেশি চৌম্বক পদার্থ নিয়েও চৌম্বক বর্তনী গঠন করা সম্ভব। 4.11 চিত্রে তিনটি চৌম্বক পদার্থ ব্যবহৃত হয়েছে এমন একটি যৌগিক চৌম্বক বর্তনী দেখানো হয়েছে।



চিত্র 4.11 : যৌগিক চৌম্বক বর্তনী

মনে করুন,

$\ell_1, \ell_2, \ell_3 \rightarrow$ বর্তনীতে ব্যবহৃত পদার্থগুলির দৈর্ঘ্য

$A_1, A_2, A_3 \rightarrow$ ওদের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল

$\mu_1, \mu_2, \mu_3 \rightarrow$ মাধ্যমগুলির ভেদ্যতা

এই ব্যবস্থায় বর্তনীর সব অংশে একই ফ্লাক্স 'ϕ' জড়িত থাকে। সুতরাং চৌম্বকরোধগুলি শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত সেটা নিশ্চয়ই অনুধাবন করতে পারছেন। সমীকরণ 4.33 অনুসারে

$$NI = \oint \vec{H}.d\vec{\ell} = \int_1 \vec{H}.d\vec{\ell} + \int_2 \vec{H}.d\vec{\ell} + \int_3 \vec{H}.d\vec{\ell}$$

আমরা জানি ফ্লাক্স $\phi = B_iA_i = \mu_iA_iH_i$ সুতরাং

$$\oint \vec{H}.d\vec{\ell} = \phi\left[\frac{\ell_1}{\mu_1 A_1} + \frac{\ell_2}{\mu_2 A_2} + \frac{\ell_3}{\mu_3 A_3}\right]$$

যদি বর্তনীটি N সংখ্যক চৌম্বক পদার্থবিশিষ্ট হয় তাহল প্রযুক্ত সূত্রটি হবে চুম্বকত্ব চালক বল

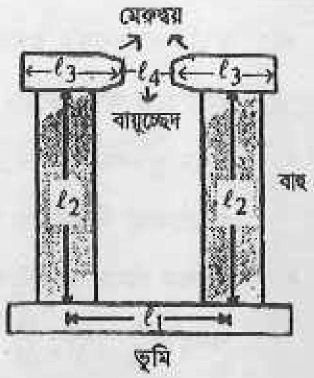
$$= NI = \phi \sum_{i=1}^{N} \frac{\ell_i}{\mu_i A_i} \tag{4.37}$$

অথবা চু.চা.বল $= NI = \phi[R_1 + R_2 + ... + R_N] = \phi R$

'R' এখানে বর্তনীর মোট চৌম্বক রোধ যা বর্তনীর বিভিন্ন অংশের রোধের সমষ্টি। 4.38 সমীকরণটির সঙ্গে তড়িৎবর্তনীতে প্রযুক্ত ওহ্‌ম সূত্রর তুলনা করা যায়।

4:9.2 চৌম্বক বর্তনী ও তড়িৎ চুম্বক

4.12 চিত্রে একটি তড়িৎ চুম্বকের নিদর্শন দেওয়া হয়েছে। তড়িৎ চুম্বকের মেরুদুটির মধ্যে বায়ুচ্ছেদ (air gap) থাকে যে অংশে চুম্বকভেদ্যতার (μ_0) মান কম হওয়ার জন্য চৌম্বকরোধ খুব বেশি হয়। ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 এবং ℓ_4 তড়িৎ চুম্বকের ভূমি (base), প্রতিটি বাহু (arm), মেরু অংশ (pole piece) ও বায়ুচ্ছেদের দৈর্ঘ্য নির্দেশ করে। a_1, a_2, a_3, a_4 এবং μ_1, μ_2, μ_3, μ_4 যথাক্রমে অংশগুলোর ক্ষেত্রফল এবং চৌম্বকভেদ্যতা হয় তাহলে তড়িৎ চুম্বকটির (যা একটি যৌগিক চৌম্বকবর্তনী মাত্র) মোট রোধ হবে



চিত্র 3.1: তড়িৎচুম্বকরূপী চৌম্বক বর্তনী

$$R = \frac{\ell_1}{\mu a_1} + \frac{\ell_2}{\mu a_2} + \frac{\ell_3}{\mu a_3} + \frac{\ell_4}{\mu a_4} = \sum_{i=1}^{4} \frac{\ell_i}{\mu_i a_i} \tag{4.39}$$

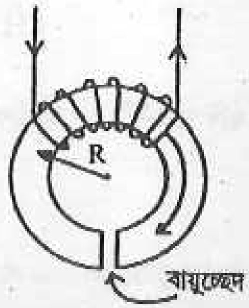
সুতরাং তড়িৎ চুম্বকের ক্ষেত্রে চৌম্বকবর্তনীর সূত্রটি হবে

$$NI = \oint \vec{H}.d\vec{\ell} = \phi\left[\frac{\ell_1}{\mu_1 a_1} + \frac{2\ell_2}{\mu_2 a_2} + \frac{2\ell_3}{\mu_3 a_3} + \frac{\ell_4}{\mu_4 a_4}\right] \tag{4.40}$$

যদি বায়ুচ্ছেদসম্পন্ন একটি টরয়েড বা বলয় (চিত্র 4.13) বিবেচনা করা হয় এবং বায়ু অংশের দৈর্ঘ্য ও ভেদ্যতা 'd' ও μ_0 হয় তাহলে 4.37 সমীকরণ অনুসারে বর্তনী সূত্রটি হবে

$$NI = \rho\left[\frac{\ell - d}{\mu A} + \frac{d}{\mu_0 A}\right] \tag{4.41}$$

এখানে বৃত্তীয় পরিসীমার মান 'ℓ' চৌম্বক পদার্থের ভেদ্যতা 'μ' এবং A দুটি অংশেরই ক্ষেত্রফল। একককটি সম্পূর্ণ করার আগে এই অনুশীলনীটি একটু চেষ্টা করে দেখুন।



চিত্র 4.13 : বায়ুচ্ছেদ বিশিষ্ট চৌম্বকবর্তনী

অনুশীলনী 4. 1 cm. বায়ুচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি লৌহবলয়ে তার কুণ্ডলী জড়ানো রয়েছে যার পাকসংখ্যা 500। বলয়টির গড় দৈর্ঘ্য 50 cm. এবং ভেদ্যতা 2500 μ_0 হলে বায়ু অংশের চৌম্বক আবেশ নির্ণয় করুন। বলয়ের অন্যান্য অংশের B ও H এর মান নির্ণয় করুন। বলয়ে প্রবাহিত তড়িৎপ্রবাহর মান 1 Amp.

4.10 সারাংশ

* চুম্বকিত পদার্থের চুম্বকত্ব চুম্বকনমাত্রা (M) এর সাহায্যে পরিমাপ করা হয়। পদার্থের একক আয়তনে সৃষ্ট চৌম্বক ভ্রামককেই চুম্বকন মাত্রা বলা হয়।
* সুষম চুম্বকনের ক্ষেত্রে চুম্বকিত পদার্থ সম আকৃতির তড়িৎবর্তনীর মত আচরণ করে এবং প্রবাহমাত্রা সীমারেখা বরাবর পরিক্রমণ করে।
* চুম্বকন অসম হলে চুম্বকিত পদার্থের মধ্যে বদ্ধ প্রবাহমাত্রার উৎপত্তি হয় এবং এই প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব $\vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$ হয়।
* $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0(\vec{J}_f + \vec{J}_m)$ যেখানে $\vec{J}_f$ ব্যাটরী প্রেরিত মুক্ত প্রবাহমাত্রার ঘনত্ব ও $\vec{J}_m$ চুম্বকনজনিত বদ্ধ প্রবাহমাত্রা ঘনত্ব।
* $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J}_f$ এবং $\oint \vec{H}.d\vec{\ell} = NI_f$ এখানে $\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$ সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্র যা শুধুমাত্র ব্যাটারী প্রেরিত মুক্ত প্রবাহমাত্রার (I_f) সঙ্গে সম্পর্কিত।
* পরাচৌম্বক ও তিরশ্চৌম্বক পদার্থের ক্ষেত্রে $\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M})$।
* অয়শ্চৌম্বক পদার্থের হিস্টারিসিস একটি বিশেষ ধর্ম। একক আয়তনে প্রতিটি চক্রে হিস্টারিসিস জনিত শক্তিক্ষয় পদার্থের B-H লুপের ক্ষেত্রফলের সমান (S.I. এককে)।
* B-H লুপের আকৃতি চুম্বক গঠনের জন্য উপাদান নির্বাচনে বিশেষ সহায়তা করে।
* মোটর, ডায়নামো, তড়িৎচুম্বক ইত্যাদি ক্ষেত্রে চৌম্বক বর্তনীর বহুল ব্যবহার হয়। চৌম্বক

বর্তনীতে সংযুক্ত ফ্লাক্স (ϕ) নির্দিষ্ট পথে সীমাবদ্ধ থাকে।

* চৌম্বক বর্তনীতে প্রযোজ্য সূত্রটি হল

চুম্বকত্ব চালক বল = ফ্লাক্স (ϕ) × চৌম্বক রোধ (R)

ℓ, A এবং μ যদি ব্যবহৃত চৌম্বক পদার্থের দৈর্ঘ্য, ক্ষেত্রফল এবং ভেদ্যতা নির্দেশ করে তাহ'লে

$$R = \frac{\ell}{\mu A}$$

4.11 সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. একটি দণ্ডের চৌম্বক ভ্রামক 2.5 Amp/m^2 এবং ভর 66 gm.। যদি ইস্পাতের ঘনত্ব 7700 kg/m^3 হয় তাহ'লে দণ্ডের চুম্বকন মাত্রা নির্ণয় করুন।
2. 50 Henry/metre প্রাবল্যের একটি চৌম্বকক্ষেত্রে .25 m^2 প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি লৌহদণ্ডে 25 weber ফ্লাক্স সৃষ্টি হয়। লোহার আপেক্ষিক ভেদ্যতা ও চৌম্বক প্রবণতা নির্ণয় করুন। (দেওয়া আছে শূণ্য মাধ্যমের ভেদ্যতা $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ Henry/metre)
3. একটি লৌহদণ্ডকে (ঘনত্ব = 7.7×10^3 Kg/m^3 এবং আপেক্ষিক তাপ = 470 Joule/kg) প্রতি সেকেণ্ডে 100 চক্রের একটি চুম্বকন চক্র পরিক্রমণ করানো হয়। যদি ঐ পদার্থের B-H লুপের ক্ষেত্রফল 5×10^3 Joule এর সমান হয় তবে প্রতি মিনিটে তাপমাত্রা বৃদ্ধি নির্ণয় করুন।
4. 4 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদ ও 20 cm. গড় ব্যাস বিশিষ্ট একটি লৌহবলয়কে সমদ্বিখণ্ডিত করা হল। অংশ দুটির মধ্যে দুই প্রান্তে .05 cm. বায়ুচ্ছেদ বর্তমান। চৌম্বক বর্তনীতে 4×10^{-4} Weber ফ্লাক্স সৃষ্টির জন্য কত Amp-turn চুম্বকত্ব চালক বলের প্রয়োজন? লোহার আপেক্ষিক ভেদ্যতা 1250।

4.12 উত্তরমালা

অনুশীলনী 1. সলিনয়েড কর্তৃক উৎপন্ন চৌম্বকক্ষেত্রের প্রাবল্য $H = nI$, 'n' যেখানে একক দৈর্ঘ্যে পাকসংখ্যা।

দেওয়া আছে $n = 50/cm = 5{,}000/metre$

$I = 1$ Amp.

$\mu_r = 400$

$$V \text{ (আয়তন)} = A\ell = 20\times10^{-6}\times0.5 = 10^{-5} m^3$$

সুতরাং $H = 5{,}000 \times 1 = 5{,}000$ Amp/metre

$$\mu_r = 1 + \lambda_m, \quad \lambda_m = 400 - 1 = 399$$

আবার $$\lambda_m = \frac{\text{চুম্বকন মাত্রা (M)}}{\text{সহায়ক চৌম্বক ক্ষেত্র (H)}}$$

সুতরাং চুম্বকন মাত্রা $= \lambda_m H = 399 \times 5000$ Am^{-1}

চৌম্বক ভ্রামক = চুম্বকন মাত্রা × আয়তন

$$= 399 \times 5000 \times 10^{-5} = 19.95 \text{ A-m}^2$$

2. দেওয়া আছে $B = 0.314$ Tesla

$H = 600$ Am^{-1}

সুতরাং $$\mu = \frac{B}{H} = \frac{0.314}{600}$$

$$\mu = \mu_0\mu_r, \quad \mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{0.314}{600\times4\pi\times10^{-7}}$$

আপেক্ষিক ভেদ্যতা $\mu_r = 4.164 \times 10^2 = 416.4$

আবার $\mu_r = 1 + \lambda_m$, চৌম্বক প্রবণতা $= \mu_r - 1 = 415.4$

চুম্বকন মাত্রা $M = \lambda_m H = 415.4 \times 600 = 2.49 \times 10^5$ A/metre.

3. লৌহখণ্ডটির আয়তন = ভর/ঘনত্ব $= \dfrac{10}{7800} m^3$

প্রতি সেকেণ্ডে প্রতি চক্রে একক আয়তনে শক্তিক্ষয় = B-H লুপের ক্ষেত্রফল = 1800 Joule

সুতরাং 30 মিনিটে পদার্থটিতে শক্তিক্ষয় $= \dfrac{1800\times30\times60\times10\times50}{7800}$

মোট শক্তিক্ষয় $= \dfrac{18\times18\times5\times10^4}{78} = 20.76 \times 10^4$ Joule

4. সমীকরণ 4.41 মনে করুন

একটু সরলীকরণ করে আমরা লিখতে পারি

$$\phi = BA = \frac{NI}{\dfrac{\ell-d}{\mu A} + \dfrac{d}{\mu_0 A}}$$

সুতরাং $$B=\frac{NI\mu}{\left[\ell+(\mu_r-1)d\right]}$$

দেওয়া আছে $N = 500,\ \ \ell = 50\ cm = 0.5\ metre$

$\mu = 2500\ \mu_0 = 2500\times4\,\pi\times10^{-7}$

$d = 1\ cm = .01\ metre,\ \ I = 1\ Amp.$

$$\therefore\ B=\frac{500\times1\times2500\times4\pi\times10^{-7}}{\left[.50+(2500-1).01\right]}$$

$$=\frac{.5\pi}{25.49}=.062\ Wb/m^2$$

বলয়ের মধ্যে ও বায়ুচ্ছেদ অংশের ক্ষেত্রফল এক সুতরাং চৌম্বক আবেশ-এর মান এক হবে। কিন্তু চৌম্বক ভেদ্যতা পৃথক হওয়ার জন্য H আলাদা হবে। বলয়ের মধ্যে H এর মান হবে

$$H=\frac{B}{\mu}=\frac{B}{\mu_r\mu_0}$$

$$\therefore\ H=\frac{.062}{2500\times4\pi\times10^{-7}}=19.73\ Am^{-1}$$

সর্বশেষ প্রশ্নাবলি

1. দণ্ডটির আয়তন = ভর/ঘনত্ব = $\frac{66}{7700}\times10^3 m^3$

চৌম্বক ভ্রামক = $2.5\ A/m^2$

চুম্বকন মাত্রা = $\frac{\text{চৌম্বক ভ্রামক}}{\text{আয়তন}} = 2.5\times\frac{7700}{66}\times10^3 = 2.92\times10^5$ A/metre

2. আপনারা জানেন $B=\frac{\phi}{A}$

এখানে $\phi = 25\ Wb,\ A = .25\ m^2,\ \ H = 50\ H/m$

সুতরাং $$B=\frac{25}{.25}=100\ Wb/m^2$$

আবার $B = \mu H,\ \ \mu=\frac{B}{H}=\frac{100}{50}=2$

আপেক্ষিক ভেদ্যতা $\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} = \frac{2}{4\pi \times 10^{-7}} = 1.59 \times 10^6$

চৌম্বক প্রবণতা $\lambda_m = \mu_r - 1 = 1589999 = 1.589999 \times 10^6$

3. প্রতি চক্রে একক আয়তনে প্রতি সেকেণ্ডে শক্তি অপচয়

$$= \text{B-H লুপের ক্ষেত্রফল} = 5\times10^3 \text{ Joule}$$

প্রতি মিনিটে 100 চক্রের জন্য শক্তিক্ষয় $= 5\times10^3\times100\times60 = 30\times10^6$ J

একক আয়তনে দণ্ডের ভর $= 7.7\times10^3$ kg.

দণ্ডের তাপমাত্রা বৃদ্ধি প্রতি মিনিটে $\theta°C$ হলে

$$7.7\times10^3\times470\times\theta = 30\times10^6$$

$$\theta = \frac{30\times10^6}{7.7\times10^3\times470} = 8.29°C$$

4. আবার 4.41 সমীকরণটি বিবেচনা করুন।

এখানে আমরা লিখব $NI = \phi\left[\frac{\ell}{\mu A} + \frac{d}{\mu_0 A}\right]$

অথবা $NI = \frac{\phi}{A\mu_0}\left[\frac{\ell}{\mu_r} + d\right]$

এখানে $d \rightarrow$ মোট বায়ুচ্ছেদের দৈর্ঘ্য $= 2\times.05$ cm $= .1\times10^{-2}$ m

$l \rightarrow$ লৌহ বলয়টির দৈর্ঘ্য $= \pi d = 20\pi\times10^{-2}$ m

$A \rightarrow$ পুরো বলয়টির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= 4\times10^{-4}$ m^2

$\mu_r = 1250$, $\phi = 4\times10^{-4}$ Weber

সুতরাং চুম্বকত্ব চালক বল $= NI = \frac{4\times10^{-4}}{4\times10^{-4}\times4\pi\times10^{-7}}\left[\frac{20\pi}{1250} + 0.1\right]\times10^{-2}$

$$= \frac{10^7}{4\pi}\times1.5\times10^{-3} = 1.196\times10^3 \text{ Amp/metre}$$

অর্থাৎ প্রয়োজনীয় বল $= 1.196\times10^3$ Amp/metre

একক 5A ☐ তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ

গঠন

5A.1 প্রস্তাবনা

আপনারা উচ্চমাধ্যমিক বা + 2 স্তরে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশের উপর মাইকেল ফ্যারাডে কর্তৃক সম্পাদিত কিছু পরীক্ষা নিরীক্ষা সম্পর্কে জেনেছেন। পরীক্ষাগুলি সম্পর্কে অতি সংক্ষেপে আপনাদের মনে করানো যেতে পারে : (1) বদ্ধ কুন্ডলীতে যুক্ত একটি গ্যালভানোমিটারে ক্ষণস্থায়ী তড়িৎপ্রবাহ চলে [কাঁটা বিক্ষেপ দেখায়] যদি ঐ কুণ্ডলীর দিকে বা তার থেকে দূরের দিকে একটি দণ্ড চুম্বককে গতিশীল করানো যায়। গ্যালভানোমিটার ততক্ষণই বিক্ষেপ দেখায় যতক্ষণ চুম্বকটি গতিশীল থাকে। এবং চুম্বকের বিপরীত গতির জন্য ও কুণ্ডলীর দিকের চুম্বক মেরুর পরিবর্তনের জন্য বিক্ষেপ বিপরীতমুখী হয়, অর্থাৎ ক্ষণস্থায়ী প্রবাহের অভিমুখ পরিবর্তিত হয়। (2) চুম্বকটিকে স্থির রেখে যদি কুণ্ডলীটিকে চুম্বকের দিকে বা চুম্বক থেকে দূরের দিকে গতিশীল করানো হয় তা হলেও গ্যালভানোমিটার কুণ্ডলীতে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ দেখায়। এক্ষেত্রেও

গতির অভিমুখ পরিবর্তনে বা চুম্বকের মেরুপরিবর্তনে তড়িৎ প্রবাহের অভিমুখের পরিবর্তন ঘটে। (৩) যদি কুণ্ডলীটির নিকট অন্য একটি তড়িৎ-উৎসযুক্ত কুণ্ডলী (বলা হয় মুখ্য কুণ্ডলী) রেখে তাতে তড়িৎ প্রবাহ পাঠানো হয় অথবা মুখ্য কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রার পরিবর্তন ঘটানো হয় তবে গ্যালভানোমিটার যুক্ত কুণ্ডলীতে (বলা হয় গৌণ কুণ্ডলী) ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ চলে। এক্ষেত্রে মুখ্য কুণ্ডলীতে প্রবাহ শুরু করলে অথবা প্রবাহ বন্ধ করলে গ্যালভানোমিটার বিপরীত বিক্ষেপ দেখায় অথবা যদি প্রবাহ ক্রমাগত বাড়ানো বা কমানো হয় তা হলেও উক্ত বিক্ষেপ বিপরীতমুখী ঘটে।

যে কারণে তড়িৎ-উৎসবিহীন কুণ্ডলীতে এইরূপ ক্ষণস্থায়ী তড়িৎপ্রবাহের সৃষ্টি হয় তাকে বলে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ। কেন এইরকম নামকরণ তাও আপনারা ঐ পাঠকালে জেনেছেন। আপনারা জেনেছেন যে কোন পরিবাহীতে বা কুণ্ডলীতে তড়িৎপ্রবাহ চললে ওকে ঘিরে একটা চৌম্বকক্ষেত্র উৎপন্ন হয়, যেমন চুম্বককে ঘিরে থাকে একটা চৌম্বকক্ষেত্র। অবশ্য এই দুই চৌম্বকক্ষেত্রের নিজস্ব বৈশিষ্ট্য আছে যে সম্পর্কে আপনারা দ্বিতীয় বা তৃতীয় এককে জেনেছেন। আপনারা আরও জানেন যে কোনও চৌম্বকক্ষেত্রকে বলরেখা বা ক্ষেত্ররেখা দ্বারা দেখা যায়। কোন চৌম্বক ক্ষেত্রে কোন কুণ্ডলী রাখলে ঐ কুণ্ডলীর মধ্য দিয়ে যত ক্ষেত্ররেখা যায় তাদের বলে সংশ্লিষ্ট চৌম্বক প্রবাহ (Magnetic Flux)। ফ্যারাডে লক্ষ্য করেন যে কুণ্ডলীর সংশ্লিষ্ট চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তন হলে তবেই কুণ্ডলীতে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহের সৃষ্টি হয়। কিন্তু ফ্যারাডের সূত্রটি রচিত হয় কুণ্ডলী স্থির এবং চুম্বককে গতিশীল করে চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তন ঘটানোকে যুক্ত করে। বিজ্ঞানী নয়মান (Neumann) এই সূত্রকে আরো বিস্তৃত করেন যেকোন প্রকার চৌম্বকপ্রবাহের ক্ষেত্রে। তাই ফ্যারাডের সূত্রটিকে নয়মান সূত্র বলা হয়।

উদ্দেশ্য

বর্তমান একককটি অধ্যয়ন ও মননের উদ্দেশ্য হচ্ছে :

(১) আপনাদের চৌম্বক প্রবাহ সম্বন্ধে ধারণা দেওয়া।

(২) ফ্যারাডে-নয়মান সূত্র ও লেনৎস্ সূত্র, তাদের প্রয়োগ, গুরুত্ব ও বিশেষত্ব সম্বন্ধে আপনাদের অবহিত করা।

(৩) গতীয় তড়িচ্চালক বল ও ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল সম্বন্ধে সম্যক অবহিত করা।

(৪) ফুকো বা ঘূর্ণি প্রবাহ ও এর গুরুত্ব পর্যালোচনা করা।

(৫) আবেশতা, স্বাবেশ কী; এদের পরিমাপ কীভাবে করা যায় তা জানানো ও বোঝানো।

(৬) নয়মান রাশিমালার ধারণা দেওয়া।

(৭) কীভাবে আবেশকগুলিকে শ্রেণী ও সমান্তরাল সাজে সাজিয়ে ভিন্ন ক্ষমতার আবেশক গঠিত হতে পারে।

(৮) যুগ্মন গুণাঙ্ক ও এর প্রয়োগ সম্বন্ধে ধারণা দেওয়া।

(৯) সর্বশেষে আপনাদের জানানো চৌম্বকক্ষেত্রে শক্তি বলতে কী বোঝায়—এর প্রয়োগের ক্ষেত্রগুলিই বা কী।

5A.2 চৌম্বক প্রবাহ (Magnetic Flux)

কোন প্রদত্ত ক্ষেত্র অতিক্রমকারী চৌম্বকপ্রবাহকে Φ দ্বারা সূচিত করা হয়। Φ হল কোন ক্ষেত্রকে লম্বভাবে অতিক্রমকারী $\vec{B}$-র ক্ষেত্ররেখার সংখ্যা। যদি S ক্ষেত্রকে $\vec{B}$ সব বিন্দুতে লম্বভাবে অতিক্রম করে এবং ক্ষেত্রের প্রতিটি বিন্দুতে $\vec{B}$-এর মান ধ্রুবক হয় তবে

$$\Phi = BS \qquad (5A.1)$$

চৌম্বক প্রবাহ Φ-এর একক হল ওয়েবার [বিজ্ঞানী Weber-এর নামানুসারে]। কিন্তু $\vec{B}$ যদি ক্ষেত্রের বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন হয়, তবে ক্ষেত্রের ওপর একটি অনুক্ষেত্র $d\vec{S}$ বিবেচনা করা যেতে পারে। এক্ষেত্রে লম্বভাবে $d\vec{S}$ অতিক্রমকারী $\vec{B}$-রেখার সংখ্যা হবে

$$d\Phi = \vec{B}.d\vec{S}$$

অতএব S অতিক্রমকারী চৌম্বক প্রবাহ হবে

$$\Phi = \int_S \vec{B}.d\vec{S} \qquad (5A.2)$$

যদি ক্ষেত্রতলটি বদ্ধ (closed) হয় তবে

$$\Phi = \oint_S \vec{B}.d\vec{S}$$

কিন্তু যেহেতু $\vec{B}$ ক্ষেত্রের ক্ষেত্ররেখা বদ্ধরেখা, তাই কোন বদ্ধ তলে যতগুলি $\vec{B}$-রেখা প্রবেশ করে ততগুলি $\vec{B}$-রেখা নির্গত হয়। তাই

$$\oint \vec{B}.d\vec{S} = 0 \qquad (5A.3)$$

এটিই হল $\vec{B}$ ক্ষেত্র সম্পর্কে গাউসের উপপাদ্যের স্বরূপ। অতএব এই উপপাদ্য থেকে বলা যায় যে $\vec{B}$ ক্ষেত্রের কোন উৎস অর্থাৎ চৌম্বক আধান নেই।

5A.3 ফ্যারাডে-নয়মান সূত্র এবং লেনৎস্-এর সূত্র

ফ্যারাডে তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে তথ্যাদি আবিষ্কার করেন নানা পরীক্ষার মাধ্যমে। গৌণ

কুণ্ডলীতে যে ক্ষণস্থায়ী তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন হয় তাকে আবিষ্ট তড়িৎপ্রবাহ বলে, একথা আপনারা জানেন। এবং আপনারা এ-ও জানেন যে কোন প্রবাহ উৎপন্ন হলে তার কারণ হিসেবে কোন তড়িচ্চালক বল অবশ্যই থাকবে। তাই এই আবিষ্ট প্রবাহের কারণ হল এই যে গৌণ কুণ্ডলীতে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয়। যেহেতু গৌণকুণ্ডলীতে কোন তড়িৎ-উৎস যুক্ত নেই, তাই ধরাই যায় যে এই আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল কোন উৎসজাত নয়। ফ্যারাডের সময়ে এই তড়িচ্চালক বলের কোন তত্ত্বগত ধারণা ছিল না। তিনি পরীক্ষা ও অভিজ্ঞতার ভিত্তিতে (empirically) যে সিদ্ধান্তে পৌঁছান, তা হল তড়িচ্চুম্বকীয় আবেশ সম্পর্কে ফ্যারাডে সূত্র। নয়মান তত্ত্বগতভাবে একই সিদ্ধান্তে উপনীত হন। তাই এই সূত্রকে নয়মান সূত্রও বলে।

ফ্যারাডে সূত্র—কোন বদ্ধ বর্তনীর মধ্য দিয়ে চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তন হলে ঐ বর্তনীতে একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয় যা বর্তনীর অতিক্রমকারী চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তনের হারের সমানুপাতী। কোন একসময় যদি বর্তনীতে সংশ্লিষ্ট চৌম্বকপ্রবাহ হয় Φ, তবে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল

$$\varepsilon \propto \frac{d\Phi}{dt}$$

কিন্তু বর্তনীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের একটা অভিমুখ থাকবে। কী হবে সেই অভিমুখ? অথবা কী হবে আবিষ্ট প্রবাহমাত্রার অভিমুখ? তত্ত্বগত ভাবে এই অভিমুখীতা সম্পর্কে সিদ্ধান্ত করা যায়। কিন্তু এ সম্বন্ধে একটা সহজ সমাধান উপস্থিত করেন বিজ্ঞানী লেনৎস্ (Lenz)। একেই বলে লেনৎসের সূত্র।

লেনৎস-এর সূত্র : কোন বর্তনীতে আবিষ্ট প্রবাহমাত্রার অভিমুখ এমন হবে যে তা আবেশী চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তনে বাধা দেবে।

অর্থাৎ সর্বদা এর বিপরীত হবে। তাই এই সূত্র থেকে লেখা যায়

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5A.4)$$

যেখানে আন্তর্জাতিক এককে (S.I.) অনুপাতের ধ্রুবক ধরা হয়েছে 1. ঋণাত্মক চিহ্ন $\frac{d\Phi}{dt}$ ও ε-এর বৈপরীত্য সূচক। সমীকরণ (5A.4)-কে বলে ফ্যারাডের সূত্রের সমাকল রূপ (Integral form)। আপনারা অবশ্যই লক্ষ্য করবেন যে আবিষ্ট প্রবাহ সৃষ্টি হয় চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তনের জন্য (বর্তনীতে)। লেনৎস্-সূত্রের আবিষ্ট প্রবাহ তাই চৌম্বকপ্রবাহকে নয়, চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তনকে বাধা দেয়। এখানে নিশ্চয়ই আপনাদের জাড্যের কথা মনে পড়ছে। যে ধর্মের জন্য বস্তু তার যান্ত্রিক অবস্থা পরিবর্তনে বাধা দেয় তাকে বলে বস্তুর জাড্য। যেমন বদ্ধ বর্তনীতে সংশ্লিষ্ট চৌম্বকপ্রবাহ বর্তনীর একটা বিশেষ অবস্থা (বলা যেতে পারে

তড়িচ্চুম্বকীয় অবস্থা) যা বর্তনী ধরে রাখতে যায়। আর সেইজন্য চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তনে (অর্থাৎ তড়িচ্চুম্বকীয় অবস্থার পরিবর্তনে) বর্তনীর আবিষ্ট প্রবাহ বাধা দেয়। অবশ্য সেই বাধাদানে সে সফল হয় না। আমরা কেবল এই প্রচেষ্টা থেকে আবিষ্ট প্রবাহের অভিমুখ জানতে পারি মাত্র।

5A.4 গতীয় তড়িচ্চালক বল ও ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল (Motional emf and Faraday emf)

আপনারা কোষের তড়িচ্চালক বল সম্পর্কে জেনেছেন অনুচ্ছেদ 1.5-এ। সেখানে ওহ্‌ম সূত্রের যে বিস্তৃত বিবরণটি আছে তা এরকম : কোন পরিবাহী তারের কোন অংশে যদি অন্য কোন তড়িৎ-উৎস [সরল ভোলতীয় কোষ, সঞ্চয়ক কোষ, ডায়নামো, তাপযুগ্ম, আলোক-তড়িৎ উৎস ইত্যাদি] না থাকে এবং যদি পরিবাহীটি স্থিতিশীল হয় তবে সেটির উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকলে ওটিতে প্রবাহিত প্রবাহমাত্রা পরিবাহীটির উল্লেখিত অংশের দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদের সমানুপাতী।

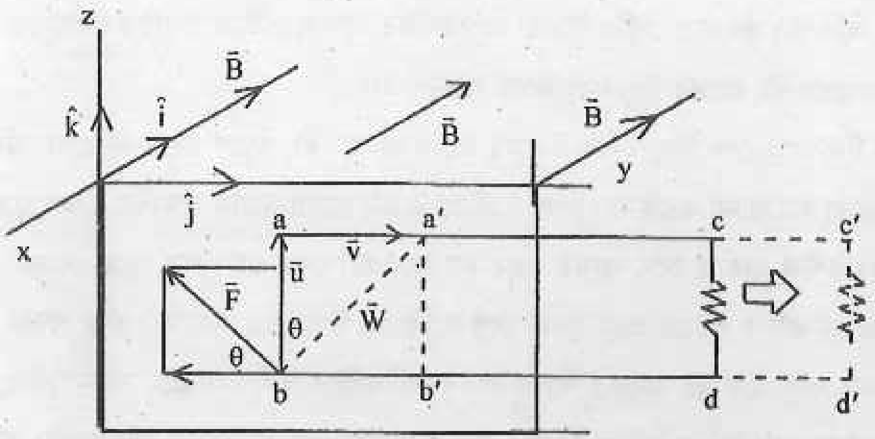
এই বিবৃতিতে বেশ কিছু তড়িৎ-উৎসের উল্লেখ আছে। এই অংশে সেসব উৎসের তড়িচ্চালক বল সম্পর্কে আমরা আলোচনা করছি না। কিন্তু সূত্রটিতে একটি শর্তের উল্লেখ লক্ষ্যণীয়। বলা হয়েছে পরিবাহী তারটিকে স্থিতিশীল থাকতে হবে, তবেই ওহ্‌ম সূত্র প্রযোজ্য। কেন এমন শর্ত জুড়ে দেওয়া হল? আমরা দেখব যে উচ্চমাধ্যমিক পর্যায়ে ওহ্‌ম সূত্রটি বেশ সংক্ষিপ্ত : উষ্ণতা ও অন্যান্য ভৌত অবস্থা অপরিবর্তিত থাকলে কোন পরিবাহীর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ পরিবাহীতে তড়িৎপ্রবাহের সমানুপাতী। এই অন্যান্য ভৌত অবস্থা তা হলে বিভিন্ন তড়িৎ উৎসের যুক্ত না হওয়া এবং পরিবাহীর গতিহীনতা। তড়িৎপ্রবাহ বা বিভবের মতো বৈদ্যুতিক রাশির সঙ্গে তড়িৎ-উৎসের সম্পর্ক নিয়ে কোন প্রশ্ন নেই। কিন্তু যান্ত্রিক গতির সঙ্গেও তা হলে তড়িৎপ্রবাহ বা বিভবের সম্পর্ক বর্তমান। অবশ্যই আপনারা শক্তির নিত্যতা সূত্র জানেন বলে এতে অবাক হওয়ার কিছু নেই। কিন্তু আপনারা এও জানেন, এক প্রকার শক্তি অন্য কোন প্রকার শক্তিতে নিজের খুশিমত পরিবর্তিত হতে পারে না। তার জন্য চাই উপযুক্ত ব্যবস্থা। পরিবাহী নড়াচড়া করলেই কি গতিশক্তি বৈদ্যুতিক শক্তিতে রূপান্তরিত হয়?

ফ্যারাডের পরীক্ষার সঙ্গে আপনাদের যে পরিচয় ঘটেছে তা থেকে আপনারা জানেন যে বদ্ধ বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তন হলে একটা আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল বর্তনীতে উৎপন্ন হয়। যেহেতু ওহ্‌ম সূত্রের পরিবাহীতে বিদ্যুৎ প্রবাহ চলছে, তাই সেটাও বদ্ধ বর্তনীর অংশ। অতএব ভাবা যেতে পারে পরিবাহীর অস্থিতিশীলতা বর্তনীতে একটা তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব ঘটাবে এবং এর ফলে ওহ্‌ম সূত্রের শর্ত লঙ্ঘিত হবে। কিন্তু প্রশ্ন হল এক্ষেত্রে বর্তনীর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট চৌম্বকক্ষেত্র তো থাকতে হবে। তবেই পরিবাহীর গতিশীলতা বর্তনীতে চৌম্বকপ্রবাহের পরিবর্তন ঘটাবে। আপনারা সকলেই জানেন আমাদের সমগ্র পরিবেশ

ভূ-চুম্বক ক্ষেত্রে নিমজ্জিত। আর এই জন্যই পরিবাহীর ওপর অস্থিতিশীলতার শর্ত চাপিয়ে দেওয়া হয়েছে ওহ্‌ম সূত্রে। অর্থাৎ চৌম্বকক্ষেত্রে পরিবাহীর গতিশীলতা এতে একটা তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব ঘটায়। একে বলে গতীয় তড়িচ্চালক বল। এই গতীয় তড়িচ্চালক বলই হল বিদ্যুৎ উৎপাদক (Electricity generator) বা ডায়নামো (Dynamo) কর্তৃক উৎপন্ন বিভবের উৎস।

গতীয় তড়িচ্চালক বল নির্ণয়

চিত্র 5A.1-এ একটি সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি বৈদ্যুতিক বর্তনীর একটা অংশ বর্তমান। চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{B}$, yz তলের অভিলম্ব $-\hat{i}$ অভিমুখে। বর্তনীটি আয়তাকার এবং একে $\hat{j}$ অভিমুখে $\vec{v}$ বেগে টানা



চিত্র 5A.1

হচ্ছে। অতএব বর্তনীর ab অংশে উপস্থিত আধান q একটি চৌম্বক বল অনুভব করবে : $q(\vec{v}\times\vec{B}) = qvB\hat{k}$ । কিন্তু এই বলের প্রভাবে আধান b থেকে a অভিমুখে অর্থাৎ $\hat{k}$ অভিমুখে যাবে। যদি $\hat{k}$ অভিমুখে আধান প্রবাহের বেগ হয় $\vec{u}$, তবে q-এর ওপর একটি অতিরিক্ত চৌম্বক বল $q(\vec{u}\times\vec{B}) = -\hat{J}uBq$ প্রযুক্ত হবে। অর্থাৎ বর্তনীকে $\vec{B}$ ক্ষেত্রে গতিশীল রাখতে তার ওপর প্রযুক্ত বল হবে

$$\vec{F}_p = \hat{J}uBq$$

এই বলই হল বহির্ধর্মী বল (extraneous force)। প্রতি একক আধানের ওপর এই বল কর্তৃক কৃতকার্য হল এক্ষেত্রে গতীয় তড়িচ্চালক বল। যদিও বর্তনীর সরণ aa′, কিন্তু আধানের ওপর যেহেতু লব্ধি বেগ $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, তাই সরণ ঘটবে b থেকে a′ অভিমুখে। অতএব গতীয় তড়িচ্চালক বল

$$\mathcal{E} = \int \frac{\vec{F}_p}{q} . d\vec{\ell} = \int uB\hat{J}.d\vec{\ell} \qquad (5A.5)$$

$$= uB\int d\ell \cos(90^\circ - \theta)$$

$$= nB\sin\theta \int_b^{a'} d\ell$$

$$= nB\sin\theta ba'$$

কিন্তু $ba = L$ (ধরি) $= ba' \cos\theta$

$$\therefore \ \mathcal{E} = uBL\tan\theta$$

আবার $\tan\theta = \frac{v}{u}$

$$\therefore \ \mathcal{E} = vBL \qquad (5A.6)$$

আমরা লক্ষ্য করতে পারি যে ac বা db অংশে তড়িৎ প্রবাহের জন্য কোন কার্য হয় না এবং cd অংশ চৌম্বকক্ষেত্রের বাইরে।

প্রসঙ্গত, আপনারা জেনেছেন $\vec{B}$ ক্ষেত্র পূর্ণ বর্তনী আবর্তন করে কোন কার্য করে না। কেননা $\vec{B}$-এর ক্ষেত্র-রেখা বদ্ধ। অথচ এই চৌম্বকক্ষেত্রই হল গতীয় তড়িচ্চালক বলের কারণ বা কার্ল (Curl) যেমন বিভবক্ষেত্রের [যেমন স্থির তড়িৎক্ষেত্রের] বেলায় ক্ষেত্রের উৎস বর্তমান থাকে। এই গতীয় তড়িচ্চালক বলের জন্য কার্য করে সেই যে বর্তনীকে গতিশীল রাখে।

এখন যদি বর্তনীটির সংশ্লিষ্ট চৌম্বকপ্রবাহ হয় Φ তবে

$$\Phi = \int \vec{B}.d\vec{S} \qquad (5A.7)$$

যেখানে $d\vec{S}$ হল $\vec{v}$ অভিমুখে dy সরণের জন্য উৎপন্ন ক্ষেত্র। এখানে $d\vec{S} = \hat{i}dS$ এবং $\vec{B} = -\hat{i}B$

$$\therefore \Phi = -BLy, \ S = Ly$$

$$\therefore \frac{d\Phi}{dt} = -BL\frac{dy}{dt} = -BLv \qquad (5A.8)$$

$$\therefore \ \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5A.9)$$

যা কিনা ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল। আবার সমীকরণ (5A.5) থেকে লেখা যায়

$$\mathcal{E} = \int \frac{\vec{F}_p}{q} . d\vec{\ell} = \int \vec{E}.d\vec{\ell}$$

যেহেতু সমাকলনটি সমগ্র বর্তনী জুড়ে নিষ্পন্ন হয় তাই

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}.d\vec{\ell} \tag{5A.10}$$

যেখানে $\vec{E}$, একক আধানের ওপর বল, যা কিনা পরিবাহীর আধানের ওপর উৎপন্ন হয় কেবলমাত্র চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তনের জন্য। যেহেতু $\int \vec{E}.d\vec{\ell}$ কেবলমাত্র b থেকে a এই অংশে পাওয়া যায়, তাই ভাবা যায় $\vec{E} = E\hat{k}$। লক্ষ্য করুন যে, যে-তারে তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হচ্ছে, তার অভিলম্বে বল $\vec{F}_p$. অতএব $\vec{F}_p$ দ্বারা তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হতে পারে না। আবার $\vec{F}$ কোন কার্য করে না, কারণ $\vec{F} \perp \overrightarrow{ba'}$, যা হল আধানের প্রকৃত গতিপথ।

$$\therefore \oint \vec{E}.d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt} = \mathcal{E} \tag{5A.11}$$

এটাই হল ফ্যারাডে সূত্রের সমাকল রূপ। সমীকরণ (5A.9) কে বলে গতীয় তড়িচ্চালক বলের প্রবাহ সূত্র (Flux Rule)। এখন (5A.11) ও (5A.7) থেকে

$$\oint \vec{E}.d\vec{\ell} = -\frac{d}{dt}\int \vec{B}.d\vec{S}$$

অথবা স্টোকসের সূত্র দ্বারা

$$\int \vec{\nabla} \times \vec{E}.d\vec{S} = -\int \frac{\delta \vec{B}}{\delta t}.d\vec{S}$$

$$\text{অথবা,} \quad \int \left(\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \right).d\vec{S} = 0$$

যেহেতু $d\vec{S}$ অনির্দিষ্ট, তাই

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} \tag{5A.12}$$

এটাই হল ফ্যারাডে সূত্রের অবকল রূপ।

সিদ্ধান্ত : (1) গতীয় তড়িচ্চালক বল এবং ফ্যারাডে তড়িচ্চালক বল কার্যত একই, যদিও দুই রকম প্রক্রিয়ায় দুটির জন্ম।

(2) গতীয় তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হচ্ছে চৌম্বক বলের প্রভাবে। এই বল হল লোরেন্‌ৎস্ বল এবং যার নতুন রূপ হল চৌম্বক প্রবাহ সূত্র (5A.9)।

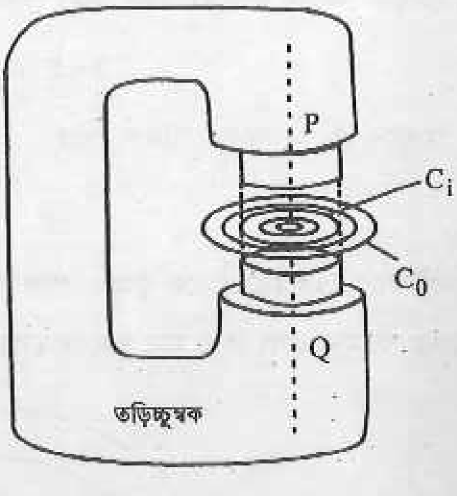
(3) যখন চুম্বক গতিশীল হয়, পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্র একটি তড়িৎ ক্ষেত্র আবিষ্ট করে যা ফ্যারাডের সূত্র অনুসরণ করে।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(1) চৌম্বক বল কোন কার্য করে না। উক্তিটি ব্যাখ্যা করুন।

5A.5 ফুকো বা ঘূর্ণি প্রবাহ (Foucault or Eddy Currents)

আপনারা জেনেছেন যে পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্র একটি তড়িৎক্ষেত্র স্থাপন করে। কেমন হবে এই তড়িৎক্ষেত্র? অবশ্যই এই তড়িৎক্ষেত্র চৌম্বকক্ষেত্রের স্থানিক রূপের উপর নির্ভর করবে। যেমন, যদি চৌম্বক ক্ষেত্রটি একটি বেলনাকার রূপ নেয় তবে তড়িৎক্ষেত্র হবে ওর সমাক্ষীয় বৃত্তাকার। এ সম্পর্কে সম্যক ধারণার জন্য আমরা একটা এমন তড়িচ্চুম্বক গ্রহণ করি যার মুখোমুখি মেরুদ্বয় (চিত্র 5A.2) P ও Q বেলনাকার। তড়িচ্চুম্বকে পরিবর্তী প্রবাহ পাঠালে P ও Q-র মধ্যবর্তী অঞ্চলে পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্র উৎপন্ন হবে যার ক্ষেত্ররেখাগুলি P ও Q-এর মত বেলনাকার অঞ্চল দখল করবে। চৌম্বকক্ষেত্র পরিবর্তনশীল হওয়ায় ঐ অঞ্চলে একটি তড়িৎক্ষেত্র আবিষ্ট হবে যার ক্ষেত্ররেখা হবে বেলনাকার চৌম্বকক্ষেত্রের সমাক্ষীয় বৃত্তসমূহ।



চিত্র 5A.2

এই আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্রের কোন একটি ক্ষেত্ররেখা C_i (যার ব্যাসার্ধ P বা Q মেরুর ব্যাসার্ধ থেকে কম) বিবেচনা করা যাক। এই রেখার ওপর যেকোন বিন্দুতে তড়িৎক্ষেত্র প্রাবল্য সমান [কারণ বৃত্তীয় প্রতিসাম্যের জন্য অন্য কোন রকম হতে পারে না] এবং অভিমুখ হবে C_i-র স্পর্শক। এই তড়িৎক্ষেত্রের কোন ব্যাসার্ধমুখী উপাংশ থাকতে পারে না। সেক্ষেত্রে অক্ষের ওপর একটি উৎস থাকা দরকার হবে। যেহেতু এই আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্র উৎসজাত নয়, চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তন হেতু এর উদ্ভব, তাই এটা হল কার্লক্ষেত্র। আর এজন্যই এর বক্ররেখা বদ্ধ। অতএব $\oint \vec{E}.d\vec{\ell} = 2\pi rE$

যদি কোন মুহূর্তে চৌম্বক প্রবাহ হয় Φ, তবে

$$\Phi = \pi r^2 B$$

যেখানে $B =$ চৌম্বকপ্রবাহ ঘনত্ব। অতএব C_i বরাবর তড়িচ্চালক বল

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}.d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\text{বা, } 2\pi rE = -\pi r^2 \frac{dB}{dt}$$

$$\therefore E = -\frac{r}{2}\frac{dB}{dt} \qquad (5A.13)$$

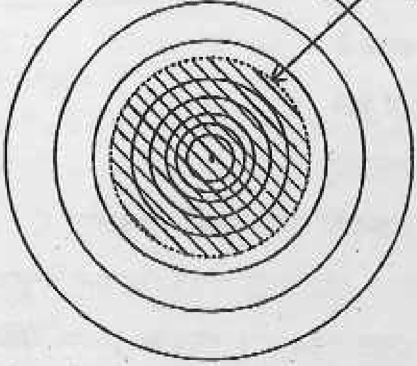
এই সমীকরণ থেকে বুঝতে পারা যায় যতক্ষণ C_i-এর ব্যাসার্ধ মেরুদ্বয়ের ব্যাসার্ধের দ্বারা সীমিত, ততক্ষণ আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্র ব্যাসার্ধের অনুপাতে বৃদ্ধি পায়। C_0 ক্ষেত্ররেখা মেরুদ্বয়ের ব্যাসার্ধের বাইরে, অর্থাৎ চৌম্বক ক্ষেত্রের বাইরে। একই ভাবে লেখা যায়

$$2\pi rE = -\frac{d\Phi_0}{dt}$$

যেখানে $\Phi_0 =$ সমস্ত চৌম্বক প্রবাহ।

$$\therefore E = -\frac{1}{2\pi r}\frac{d\Phi_0}{dt} \qquad (5A.14)$$

সমীকরণ (5A.14) থেকে বুঝতে পারা যায় যে পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্রের বাইরেও আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্র বর্তমান এবং তার মান দূরত্বের (ব্যাসার্ধের) সঙ্গে ব্যস্তানুপাতী। এই তড়িৎক্ষেত্রের দৃশ্যরূপ



চিত্র 5A.3 : আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্রের নকশা

নকশাটি হবে চিত্র (5A.3)-এর অনুরূপ। দাগ কেটে চৌম্বকক্ষেত্রের অধিকৃত অঞ্চল দেখানো হয়েছে। তড়িৎক্ষেত্রের বা চৌম্বকক্ষেত্রের কোন অভিমুখ দেখানো হয়নি, কারণ পরবর্তী প্রবাহ দ্বারা চৌম্বকক্ষেত্রটি উৎপন্ন, যা কেবল দিক নয় মানের হ্রাস এবং বৃদ্ধি ঘটায়। ফলে তড়িৎক্ষেত্র ও তার অভিমুখ পরিবর্তন করে।

তড়িৎক্ষেত্র যেভাবে আবিষ্ট হয়েছে যদি ঐসব অঞ্চলে আধান থাকে তবে সেসব আধানের ওপর

তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে একইরকম তড়িৎপ্রবাহ উৎপন্ন হবে। যেমন একটা পরিবাহী থাকলে তাতে একইরকম প্রবাহ চলবে।

ঘূর্ণি প্রবাহ :

যদি তড়িচ্চুম্বকের মেরুদুটির মধ্যে সমাক্ষীয়ভাবে একটি অনয়শ্চুম্বকীয় ধাতুর চাকতি অক্ষের লম্বভাবে স্থাপন করা হয় তবে আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্রের প্রভাবে ঐ চাকতিতে একই ধরণের প্রবাহ সৃষ্টি হবে যার প্রবাহ ঘনত্ব হবে

$$\bar{J} = \sigma\bar{E} \qquad (1.23)$$

(সমীকরণ 1.23 দ্রষ্টব্য)। যেহেতু $\bar{E}$ কোন না কোন বৃত্তীয় পথের স্পর্শক, তাই প্রবাহঘনত্ব এবং প্রবাহরেখাও হবে বৃত্তীয়। এই আবিষ্ট প্রবাহকে বলে ফুকো বা ঘূর্ণিপ্রবাহ। যেহেতু এই প্রবাহ উৎপন্ন হয় পরিবর্তী তড়িৎ প্রবাহ দ্বারা উৎপন্ন চৌম্বকক্ষেত্রের আবির্ভাবের ফলে; তাই এই ঘূর্ণিপ্রবাহও পরিবর্তী প্রবাহ। এই প্রবাহের জন্যই ট্রানস্‌ফরমারের নিরেট মজ্জায় (solid core) অথবা ডাইনামো এবং বৈদ্যুতিক মোটরের মজ্জায় প্রচুর তাপ উৎপন্ন হয়। এইজন্য মজ্জা নিরেট না করে বহুসংখ্যক পাতলা পাত ব্যবহার করা হয় যেখানে পাতগুলির মধ্যে পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের পাতলা স্তর দিয়ে ব্যবধান তৈরি করা হয়। কারণ উৎপন্ন জুল তাপ পাতের বেধের চতুর্থ ঘাতের সমানুপাতী। পাত অত্যন্ত পাতলা হওয়ায় উৎপন্ন তাপ তাই খুবই হ্রাস পায়।

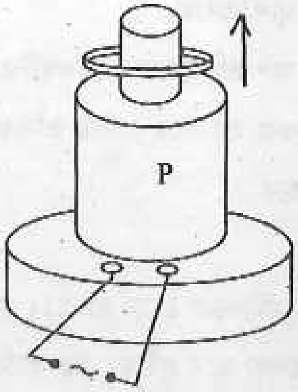
ঘূর্ণি প্রবাহের আরো ব্যবহার

(1) **ব্রেক**—ঘূর্ণি প্রবাহ নিজেই একটা চৌম্বকক্ষেত্র আবিষ্ট করে যা মূল চৌম্বকক্ষেত্রের (যার জন্য ঘূর্ণি প্রবাহ উৎপন্ন হয়) বিরোধিতা করে। যদি মূল চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তন আপেক্ষিক গতির জন্য ঘটে (অর্থাৎ চুম্বক ও যে অনয়শ্চুম্বক পরিবাহীতে ঘূর্ণিপ্রবাহ ঘটে তাদের মধ্যে আপেক্ষিক গতি) তবে দুই চৌম্বকক্ষেত্র পরস্পরের বিরোধিতা করায় এই আপেক্ষিক গতি তৎক্ষণাৎ বন্ধ হয়ে যায়। এই ধর্মকে কাজে লাগিয়ে ঘূর্ণি- প্রবাহ-ব্রেক কাজ করে।

(2) তাপ উৎপাদন—আপনারা জেনেছেন নিরেট মজ্জা বিশিষ্ট তড়িচ্চুম্বকীয় বৈদ্যুতিক-যন্ত্রের মজ্জায় ঘূর্ণি প্রবাহের দরুণ বিপুল তাপ উৎপন্ন হয়। ঘূর্ণিপ্রবাহ উৎপন্ন হয় কোন ধাতুপাতে। যেহেতু পরিবাহীটি একটি পাত, তাই তার রোধ খুবই কম। ফলে সামান্য আবিষ্ট তড়িৎক্ষেত্রই উচ্চমানের প্রবাহমাত্রা সৃষ্টি করে। আর এইজন্য জুল তাপ (I^2Rt) উৎপন্ন হয় উচ্চহারে। এই ধর্মকে কাজে লাগানো হয় আবেশী উত্তাপকে (Induction Heaters) বা কোন ধাতুর গলনে। যে সব সঙ্কর ধাতু উৎপাদনে জারণ পরিহার করা দরকার,

তেমন সঙ্কর ধাতু উৎপাদনে ঘূর্ণিপ্রবাহকে কাজে লাগানো হয়। অক্সিজেন যুক্ত আধারে সঙ্কর ধাতুর মূল উপাদানগুলিকে রেখে তাদের মধ্যে ঘূর্ণিপ্রবাহ উৎপাদন করে অভীষ্ট সঙ্কর ধাতু উৎপাদন সম্ভব।

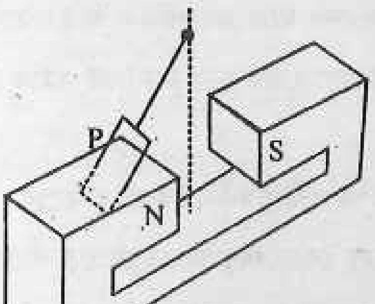
(3) গতিমাপক (Speedometers)—গাড়ির গতিবেগ নির্ধারণের জন্য ঘূর্ণিপ্রবাহের প্রয়োগ করা যায়। চৌম্বকক্ষেত্রে কোন অ্যালুমিনিয়ামের ড্রাম রেখে যদি গাড়ির গতির সমানুপাতে ঘোরানোর ব্যবস্থা করা যায় তবে ঐ ড্রামে ঘূর্ণিপ্রবাহ আবিষ্ট হবে। উৎপন্ন প্রবাহ আবার একটি চৌম্বকক্ষেত্র আবিষ্ট করবে। এই দুই ক্ষেত্র ড্রামের ওপর একটি ভ্রামক প্রয়োগ করবে। এই ভ্রামকের মান গতিবেগের একটি পরিমাণ।



চিত্র 5A.4

ঘূর্ণি প্রবাহের ব্যবহারিক নিদর্শন

আপনারা জেনেছেন পরিবর্তী প্রবাহচালিত তড়িচ্চুম্বকের চৌম্বকক্ষেত্রে রক্ষিত অনয়শ্চুম্বক-পদার্থের বেলনাকার পাতে পরিবর্তী ঘূর্ণি প্রবাহ আবিষ্ট হয়। এই পরিবর্তী ঘূর্ণিপ্রবাহ আবার নিজস্ব পরিবর্তী চৌম্বকক্ষেত্র আবিষ্ট করে। এই চৌম্বকক্ষেত্র তড়িচ্চুম্বকের মূল চৌম্বকক্ষেত্রের বিরোধিতা করে। যদি পাতটি চলনক্ষম হয় তবে মূল চৌম্বকক্ষেত্রের প্রভাবে পাতটি ক্ষেত্রের বাইরে নিক্ষিপ্ত হবে। এই সিদ্ধান্তটি নীচের পরীক্ষা থেকে প্রমাণ করা যায় (চিত্র 5A.4)। P তড়িচ্চুম্বকের মজ্জাটি কিছুটা বাইরে প্রক্ষিপ্ত। এই মজ্জাকে ঘিরে একটি বলয় থাকে যাকে উল্লেখিত পাতের থেকে সমকেন্দ্রিক ভাবে কেটে নেওয়া হয়েছে বলে ভাবা যেতে পারে। [এইরকম বহুসংখ্যক 0 থেকে r ব্যাসার্ধের বলয় দ্বারা r ব্যাসার্ধের গোলায় পাত গঠিত।] তড়িচ্চুম্বককে পরিবর্তী মেইনস-এর (Mains) সঙ্গে যুক্ত করলে বলয়টি ওপরের দিকে উৎক্ষিপ্ত হবে। ভারী বলয়ের ক্ষেত্রে ভেসে থাকবে। যদি বলয়টি কেটে একটা ফাঁক তৈরি করা হয় তখন এটি আর উৎক্ষিপ্ত হবে না। কেননা তখন বলয়ের মধ্যে ঘূর্ণিপ্রবাহ বন্ধ হয়ে যাবে।



চিত্র 5A.5

দ্বিতীয় পরীক্ষা : একটি ভারি ধাতুর পাত P (চিত্র 5A.5) একটি তড়িচ্চুম্বকের দুই মেরুর মধ্যে চৌম্বকক্ষেত্রের অভিলম্ব তলে দুলছে। যেই চুম্বকে অপরিবর্তী প্রবাহ প্রেরণ করা হয়, দোলায়িত অবস্থায় পাতটি সেই মুহূর্তে যেখানে থাকে সেখানে আটকে যায়। দেখা যায় পাতটি উত্তপ্ত হয়ে উঠেছে। গতিশীল থাকায় চৌম্বকক্ষেত্রে পাতে

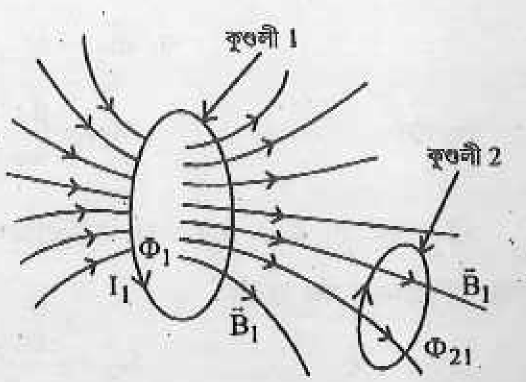
ঘূর্ণি প্রবাহ উৎপন্ন হয়। এই প্রবাহের উৎস দোলনের শক্তি। সেই শক্তি সবটা ঘূর্ণিপ্রবাহজাত মূল তাপে পরিণত হয়, তাই পাত উত্তপ্ত হয়। থেমে গেলে ঘূর্ণিপ্রবাহও বন্ধ হয়ে যায়।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(2) চৌম্বকক্ষেত্র স্থির রেখে কোন পরিবাহী চাকতিকে চৌম্বকক্ষেত্রের অভিমুখী অক্ষ সাপেক্ষে আবর্তন করলেও গতীয় তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয়। ব্যাখ্যা করুন।

5A.6 আবেশতা : পারস্পরিক আবেশ ও স্বাবেশ (Inductance : Mutual and Self Induction)

চিত্র (5A.6)-এ দুটি বদ্ধ কুণ্ডলী কাছাকাছি স্থিরাবস্থায় আছে : কুণ্ডলী 1 এবং কুণ্ডলী 2. যদি কুণ্ডলী 1-এ I_1 প্রবাহমাত্রা পাঠানো হয় তবে ঐ কুণ্ডলীকে ঘিরে $\vec{B}_1$ চৌম্বকক্ষেত্র উৎপন্ন হবে। ধরা যাক এর ফলে কুণ্ডলী 2-এর মধ্য দিয়ে Φ_{21} চৌম্বক প্রবাহ যাবে। বলা যেতে পারে Φ_{21} = কুণ্ডলী 1-এর চৌম্বকক্ষেত্র $\vec{B}_1$-এর জন্য কুণ্ডলী 2-এ শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ (flux linkage)।



চিত্র 5A.6

যদি I_1-এর পরিবর্তন ঘটানো হয় তবে $\vec{B}_1$ এবং Φ_1 ও Φ_{21} এরও পরিবর্তন ঘটে। এর ফলে কুণ্ডলী 2-তে একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। এই ঘটনাকে বলে পারস্পরিক আবেশ (Mutual Induction)।

আবার কুণ্ডলী 1-এ প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের ফলে Φ_1-এর পরিবর্তন ঘটে এবং এজন্য কুণ্ডলী 1-এও একটি আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয়। একে বলে স্বাবেশ এর তড়িচ্চালক বল এবং এই ঘটনাকে বলে স্বাবেশ (Self Induction)।

এই দুই ক্ষেত্রে উৎপন্ন তড়িচ্চালক বল চৌম্বক প্রবাহের পরিবর্তনে বাধা দেয় এবং ফ্যারাডের সূত্রানুযায়ী উৎপন্ন তড়িচ্চালক বল হবে $\quad \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$

বাস্তবক্ষেত্রে কেবলমাত্র এক পাকের কুণ্ডলী থাকে না এবং কুণ্ডলীর গঠন ও আকৃতি হয় প্রয়োজন মত বিভিন্ন ও জটিল। অতএব Φ_1 উৎপাদনের চৌম্বকক্ষেত্র $\vec{B}_1$ নির্ণয়ও জটিল এবং এজন্য Φ_{21} নির্ণয়ও জটিল, কেননা
$$\Phi_{21} = \int \vec{B}_1 . d\vec{S}_2$$

যেখানে কুণ্ডলী 2-এর তলে $d\vec{S}_2$ অনুক্ষেত্র। অবশ্য বায়ো-সাভার্ট (Biot-Savart) সূত্রানুযায়ী আপনারা জেনেছেন

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{\ell} \times \hat{r}}{r^2}$$

অর্থাৎ কুণ্ডলী 1-এর ক্ষেত্রে

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \oint \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}}{r^2}$$

এই সমীকরণে কুণ্ডলীর সম্পর্কে স্পষ্ট কিছুই বলা নেই। তাই ধরা যায় কুণ্ডলী সংক্রান্ত বৈশিষ্ট্যগুলি যদি অপরিবর্তিত থাকে তবে $\vec{B}_1$ কেবল I_1-এর উপর নির্ভর করবে। অর্থাৎ আমরা লিখতে পারি

$$\Phi_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi} \int_{S_2} \oint_{\ell_1} \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}.d\vec{S}_2}{r^2}$$

$$\text{বা, } \Phi_{21} = M_{21} I_1 \qquad (5A.15)$$

যেখানে
$$M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{S_2} \oint_{\ell_1} \frac{d\vec{\ell}_1 \times \hat{r}.d\vec{S}_2}{r^2} \qquad (5A.16)$$

M_{21} হল Φ_1 ও I_1-এর মধ্যে সমানুপাতের ধ্রুবক। অতঃপর ফ্যারাডে সূত্র থেকে কুণ্ডলী 2-এ আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{dI_1}{dt} \qquad (5A.17)$$

দেখা যাচ্ছে যে কুণ্ডলী 1-এ প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনের হারের সঙ্গে কুণ্ডলী 2-এ আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সম্পর্কযুক্ত। এই সম্পর্কের সমানুপাতিক হার M_{21}-কে বলে দুই কুণ্ডলীর মধ্যে পারস্পরিক আবেশ গুণাঙ্ক বা আবেশতা (Coefficient of Mutual Induction or Mutual Inductance)। এই প্রসঙ্গে আপনাদের একথা মনে রাখতে হবে যে দুই কুণ্ডলীর যে অবস্থান বিন্যাস (Configuration) তা অপরিবর্তিত থাকবে। অথবা বলা যেতে পারে যে কুণ্ডলী 1-এ প্রবাহমাত্রা এতটা ধীরে পরিবর্তিত হবে যেন ওদের অবস্থান-বিন্যাসকে প্রায় স্থির ভাবা যায়।

একই ভাবে বিবেচনা করলে কুণ্ডলী 1-এ প্রবাহ মাত্রা পরিবর্তন হেতু Φ_1-এর পরিবর্তনকে I_1-এর সমানুপাতী ভাবা যায় সে ক্ষেত্রে $\quad \Phi_1 = LI_1$

যেখানে L হল অনুপাতের ধ্রুবক। ফ্যারাডে সূত্রের সাহায্যে Φ_1-এর পরিবর্তন হেতু কুণ্ডলী 1-এ

আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল হবে

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_1}{dt} = -L\frac{dI_1}{dt} \qquad (5A.18)$$

যেহেতু একই কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের হারের সমানুপাতিক হার L, তাই L-কে বলে স্বাবেশাঙ্ক বা স্বাবেশতা (coefficient of self induction or self inductance)

দুই আবেশতার একক হেনরি (H)। এক সেকেণ্ডে এক অ্যাম্পিয়ার প্রবাহমাত্রা পরিবর্তনের জন্য যে কুণ্ডলীতে এক ভোল্ট তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় তার আবেশতা এক হেনরি।

সমীকরণ (5A.18) থেকে

$$L = \frac{d\Phi_1}{dI_1} = \frac{d\Phi}{dI} \text{ বা } L = \frac{\Phi}{I} \qquad (5A.19)$$

5A.7 নয়মান রাশিমালা (Neumann Formula)

পারস্পরিক আবেশতা M_{21} নির্ণয়ে ক্ষেত্রবিশেষে বেশ জটিলতা বর্তমান, একথা আগের অনুচ্ছেদেই আপনারা জেনেছেন। কিন্তু এবিষয়ে নয়মান একটি সহজ রাশিমালা নির্ণয় করেন। যেমন পূর্ব অনুচ্ছেদে আমরা জেনেছি কুণ্ডলী 1-এ প্রবাহের পরিবর্তনে কুণ্ডলী 2-এ যে চৌম্বকপ্রবাহ শৃঙ্খলিত হয় তা হল

$$\Phi_{21} = \int \vec{B}_1.d\vec{S}_2$$

কিন্তু একক 2-এ আপনারা জেনেছেন

$$\vec{B}_1 = \vec{\nabla} \times \vec{A}_1$$

যেখানে $\vec{A}_1$ হল $\vec{B}_1$ চৌম্বকক্ষেত্রের ভেক্টর বিভব (Vector Potential)। যেখানে আপনারা আরো জেনেছেন যে কোন কুণ্ডলীতে তড়িৎপ্রবাহের জন্য উৎপন্ন ভেক্টর বিভব হবে

$$\vec{A} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\oint \frac{d\vec{\ell}}{r}$$

$$\text{বা, } \vec{A}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\oint \frac{d\vec{\ell}_1}{r}$$

$$\text{অতএব} \qquad \Phi_{21} = \int_{S_2} \vec{\nabla} \times \vec{A}.d\vec{S}_2 = \oint_{\ell_2} \vec{A}_1.d\vec{\ell}_2$$

$$\text{বা, } \Phi_{21} = \frac{\mu_0 I_1}{4\pi}\oint_{\ell_2}\left(\oint_{\ell_1}\frac{d\vec{\ell}_1}{r}\right).d\vec{\ell}_2$$

কিন্তু আমরা জানি, $\Phi_{21} = M_{21}I_1$

$$\therefore M_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint\frac{d\bar{\ell}_1.d\bar{\ell}_2}{r} \qquad (5A.20)$$

এটাই হল নয়মান রাশিমালা। এই রাশিমালা থেকে দুটি বৈশিষ্ট্য সম্পর্কে আমরা জানতে পারি :

(1) সমীকরণ (5A.20)-এ যদি 1-এর স্থানে 2 এবং 2-এর স্থানে 1 লেখা যায় তবে

$$M_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint\frac{d\bar{\ell}_1.d\bar{\ell}_2}{r}$$

$$\therefore M_{12} = M_{21}$$

অর্থাৎ কুণ্ডলী 1 সাপেক্ষে কুণ্ডলী 2-এর পারস্পরিক আবেশতা এবং কুণ্ডলী 2 সাপেক্ষে কুণ্ডলী 1-এর আবেশতা পরস্পর সমান।

(2) (5A.19) সমীকরণে $d\bar{\ell}_1.d\bar{\ell}_2$ দ্বারা কুণ্ডলীদুটির আকার, আকৃতি এবং দুই কুণ্ডলীর পরস্পর সাপেক্ষে বিন্যাস (configuration) সূচিত হয় এবং $1/r$ দ্বারা পরস্পরের মধ্যে দূরত্বকে নির্দেশ করে। তাই বলা যায় পারস্পরিক আবেশতা কুণ্ডলীদুটির আকার, আকৃতি, বিন্যাস এবং পরস্পরের আপেক্ষিক অবস্থানের উপর নির্ভর করে।

সিদ্ধান্ত : দুটি কুণ্ডলীর আকার, আকৃতি, অবস্থান বিন্যাস এবং আপেক্ষিক অবস্থান যাই হোক না কেন, তাদের যে কোন একটিতে এই প্রবাহমাত্রার জন্য অপরটিতে সমান চৌম্বক প্রবাহ শৃঙ্খলিত হবে।

$$\therefore \Phi_{21} = M_{21}I = M_{12}I = \Phi_{12}$$

$$\therefore M_{21} = M_{12} = M$$

অতএব যেকোন দুটি কুণ্ডলীর একটিতে I প্রবাহমাত্রার জন্য অপরটিতে চৌম্বকপ্রবাহ

$$\Phi = MI$$

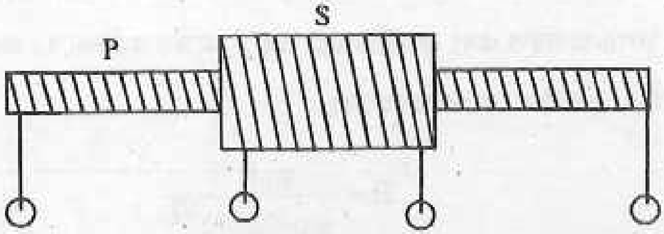
$$\therefore M = \frac{\Phi}{I} \qquad (5A.21)$$

যেখানে I যখন একটি কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা Φ তখন অন্য কুণ্ডলীর শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ। নয়মান রাশিমালাকে অনেক সময় বিনিময় উপপাদ্য (Reciprocity Theorem) বলে।

5A.8 স্বাবেশতা ও পারস্পরিক আবেশতা নির্ণয় (Determination of Self and Mutual Inductances)

(1) দুটি সমাক্ষীয় এবং উপরিপতিত সলিনয়েডের পারস্পরিক আবেশতা

চিত্র (5A.6)-এ দুটি সমাক্ষীয় সলিনয়েড দেখানো হয়েছে। P হল মুখ্য সলিনয়েড (Primary Solenoid) যা অনেক দীর্ঘ এবং S হল গৌণ সলিনয়েড (Secondary Solenoid) যার দৈর্ঘ্য ক্ষুদ্র। আপনারা একক 2-এ জেনেছেন দীর্ঘ সলিনয়েড-এর বাইরে চৌম্বকক্ষেত্র প্রায় নেই।



চিত্র 5A.6

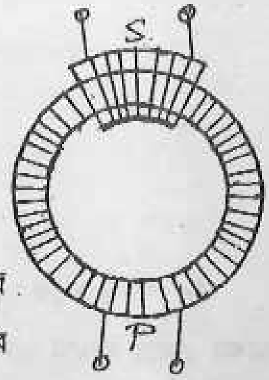
অতএব দীর্ঘকুণ্ডলীর অভ্যন্তরে মোট চৌম্বকপ্রবাহ এবং ক্ষুদ্র কুণ্ডলীর অভ্যন্তরে মোট চৌম্বক প্রবাহ সমান হবে $\therefore\ \Phi = B\alpha$

যেখানে দীর্ঘ কুণ্ডলীর অভ্যন্তরে প্রবাহ ঘনত্ব

$$B = \frac{\mu N_P I}{\ell_P}$$

এবং $\alpha =$ দীর্ঘকুণ্ডলীর প্রস্থচ্ছেদ

এই Φ, ক্ষুদ্র কুণ্ডলীর প্রতিটি পাকের সঙ্গে শৃঙ্খলিত। তাই যদি $N_S =$ ক্ষুদ্র কুণ্ডলীর পাকসংখ্যা হলে এতে শৃঙ্খলিত মোট চৌম্বক প্রবাহ হবে $N_S\Phi$, অতএব পারস্পরিক আবেশতা



চিত্র 5A.7 : টরয়েড

$$M = \frac{N_S\Phi}{I} = \frac{\mu N_P N_S \alpha}{\ell_P} \qquad (5A.22)$$

এখানে $N_P =$ মুখ্য কুণ্ডলীর মোট পাকসংখ্যা

$\ell_P =$ মুখ্য কুণ্ডলীর মোট দৈর্ঘ্য

$\mu =$ মজ্জার চৌম্বক ভেদ্যতা

যেহেতু $\frac{N_P}{\ell_P} = n_P =$ দীর্ঘ কুণ্ডলীর একক দৈর্ঘ্যে পাকসংখ্যা, তাই বলা যায় M, দীর্ঘকুণ্ডলীর বা গৌণ কুণ্ডলীর দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে না। এ জন্য টরয়েডের [Toroid—যদি কোন গোলাকার

প্রস্থচ্ছেদযুক্ত বলয়ের উপর তার পেঁচিয়ে সলিনয়েড গঠন করা হয়, তাকে বলে টরয়েড (চিত্র 5A.7)] ওপর জড়ানো ক্ষুদ্র সলিনয়েডের ক্ষেত্রেও একই M পাওয়া যাবে।

(2) সমাক্ষীয় কিন্তু ভিন্ন কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তাকার কুণ্ডলীর পারস্পরিক আবেশতা

ধরা যাক মুখ্য কুণ্ডলীর ব্যাসার্ধ R এবং গৌণ কুণ্ডলীর ব্যাসার্ধ r এবং $R \gg r$. উভয়ের কেন্দ্র z ব্যবধানে z-অক্ষের উপর অবস্থিত এবং কুণ্ডলীদ্বয়ের তল z-অক্ষের অভিলম্বে। অতএব মুখ্য কুণ্ডলীতে I প্রবাহমাত্রার জন্য গৌণ কুণ্ডলীর কেন্দ্রে প্রবাহঘনত্ব

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

যদি r ক্ষুদ্র হয় তবে গৌণকুণ্ডলীর অভ্যন্তরে সব বিন্দুতে প্রবাহঘনত্ব B ধরা যেতে পারে। অতএব গৌণ কুণ্ডলীর শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ

$$\Phi = B\alpha = \frac{\mu_0 \pi r^2 R^2 I}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}}$$

যেখানে $\alpha = \pi r^2$ = গৌণকুণ্ডলীর ক্ষেত্রফল

$$\therefore M = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \pi r^2 R^2}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} \qquad (5A.23)$$

যদি গৌণকুণ্ডলীর ব্যাসার্ধ r ক্ষুদ্র না হয় তবে B-এর মান ওর অভ্যন্তরে বিভিন্ন বিন্দুতে বিভিন্ন হবে। সেরকম ক্ষেত্রে নয়মান রাশিমালা দ্বারা M নির্ণয় করতে হবে।

(3) দীর্ঘ সলিনয়েডের স্বাবেশতা নির্ণয়

দীর্ঘ সলিনয়েডের অভ্যন্তরে I প্রবাহের জন্য প্রবাহ ঘনত্ব

$$B = \frac{\mu_0 N I}{\ell}$$

যেখানে N ও ℓ যথাক্রমে কুণ্ডলীর পাকসংখ্যা এবং দৈর্ঘ্য। μ_0 = বায়ুতে চৌম্বক ভেদ্যতা। অতএব প্রতিটি পাকের সঙ্গে শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ

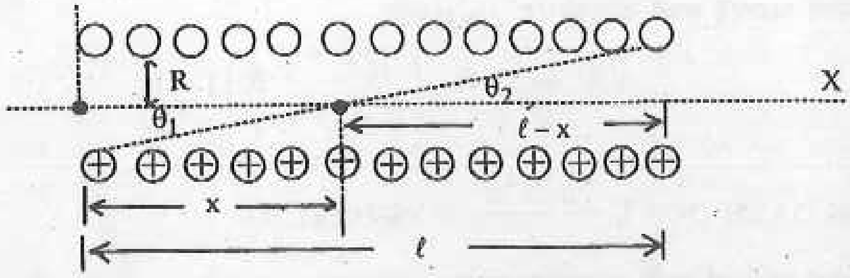
$$\Phi = B\alpha$$

এবং N পাকের সঙ্গে শৃঙ্খলিত মোট চৌম্বক প্রবাহ

$$N\Phi = BN\alpha = \frac{\mu_0 N^2 \alpha}{\ell} I$$

$$\therefore L = \frac{N\Phi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 \alpha}{\ell} \tag{5A.24}$$

যেখানে $\alpha =$ প্রতিটি পাকের প্রস্থচ্ছেদ। টরয়েডের ক্ষেত্রেও M-এর রাশিমালা একই হবে যদি উহার মজ্জা হয় বায়ুমাধ্যম। অন্যথায় μ_0 স্থলে মজ্জার ভেদ্যতা μ ব্যবহার করতে হবে।



চিত্র 5A.8

যদি সলিনয়েডের দৈর্ঘ্য বেশি না হয় তবে দেখানো যায় যে তার অভ্যন্তরে কোন বিন্দুতে [অক্ষের ওপর] প্রবাহ ঘনত্ব হবে

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\ell}\left[\cos\theta_1 + \cos\theta_2\right]$$

যদি সলিনয়েডের ব্যাসার্ধ R এবং দৈর্ঘ্য ℓ হয় (চিত্র 5A.8) তবে

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\ell}\left[\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{\ell - x}{\sqrt{R^2 + (\ell - x)^2}}\right]$$

যেখানে বিবেচিত বিন্দুটি বামপ্রান্ত থেকে x দূরে। যে কোন প্রস্থচ্ছেদগামী চৌম্বক প্রবাহ $= B\alpha$, যেখানে $\alpha =$ সলিনয়েডের প্রস্থচ্ছেদ এবং ধরা হল যে প্রস্থচ্ছেদের উপর সব বিন্দুতে প্রবাহঘনত্ব সমান। যদি আমরা সলিনয়েডের dx দৈর্ঘ্য বিবেচনা করি, তবে ঐ দৈর্ঘ্যে সলিনয়েডের পাকসংখ্যা $= \frac{N}{\ell} \times dx$, অতএব সলিনয়েডের এই পাকসংখ্যার সঙ্গে শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ হবে

$$d\Phi = B\alpha \frac{N}{\ell} dx$$

অতএব সমগ্র সলিনয়েডে শৃঙ্খলিত চৌম্বক প্রবাহ হবে

$$\Phi = \frac{\mu_0 N^2 \alpha I}{2\ell^2}\int_0^{\ell}\left(\frac{x}{\sqrt{R^2 + x^2}} + \frac{\ell - x}{\sqrt{R^2 + (\ell - x)^2}}\right)dx$$

$$= \frac{\mu_0 N^2 \alpha}{\ell^2}\left(\sqrt{R^2+x^2}-R\right) I$$

$$\therefore \quad L = \frac{\Phi}{I} = \left(\mu_0 N^2 \alpha\right)\frac{\sqrt{R^2+\ell^2}-R}{\ell^2} \qquad (5A.25)$$

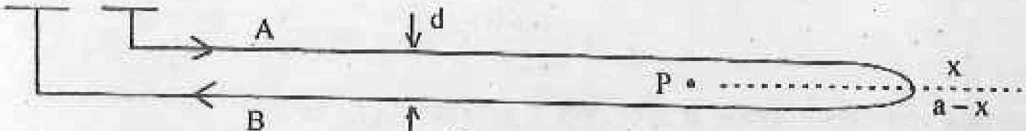
আপনারা অবশ্যই লক্ষ্য করবেন যে $\ell \gg R$ হলে

$$\frac{\sqrt{R^2+\ell^2}-R}{\ell^2} = \left(\sqrt{\frac{R^2}{\ell^2}+1}-\frac{R}{\ell}\right)\frac{1}{\ell} \approx \frac{1}{\ell}$$

অতএব (5A.25) থেকে $L = \frac{\mu_0 N^2 \alpha}{\ell}$, যা সমীকরণ (2.24)।

(4) পাশাপাশি পরিবাহী তারের স্বাবেশতা

A এবং B একই তার পাশাপাশি রাখা আর ওতে I প্রবাহ মূলতঃ দুই অংশে বিপরীত মুখী। যেহেতু দীর্ঘ তারে I প্রবাহের জন্য r দূরত্বে চৌম্বকক্ষেত্র বা চৌম্বক প্রবাহ ঘনত্ব (চিত্র 5A.9)



চিত্র 5A.9

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

তাই A তার থেকে x দূরত্বে এবং B তার থেকে a − x দূরত্বে P বিন্দুতে মোট প্রবাহঘনত্ব হবে

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\left[\frac{1}{x}+\frac{1}{a-x}\right]$$

A এবং B-এর মধ্যে ℓ দৈর্ঘ্য এবং dx বেধের অঞ্চলে চৌম্বক প্রবাহ হবে

$$d\Phi = B d\alpha = B\ell dx$$

$[d\alpha = \ell dx]$ অতএব ℓ দৈর্ঘ্যের A ও B মধ্যস্থ অঞ্চলে মোট চৌম্বক প্রবাহ

$$\Phi = \int_r^{a-r} B\ell dx$$

যেখানে r = তারের ব্যাসার্ধ, a = দুই তারের ব্যবধান

$$\Phi = \frac{\mu_0 \ell I}{2\pi} \int_r^{a-r} \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{a-x}\right] dx$$

$$= \frac{\mu_0 \ell I}{2\pi} \left[\ell n \frac{x}{x-a}\right]_r^{a-r}$$

$$= \frac{\mu_0 \ell I}{\pi} \ell n \left(\frac{a-r}{r}\right)$$

অতএব ℓ দৈর্ঘ্যের দুই সমান্তরাল তারের স্বাবেশতা

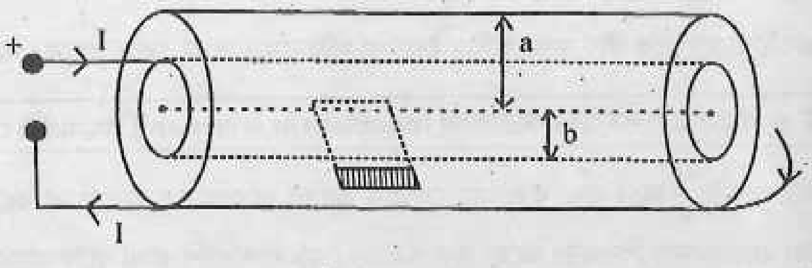
$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \ell}{\pi} \ell n \left(\frac{a-r}{r}\right) \tag{5A.26}$$

লক্ষ্য করুন যে $a \gg r$ এবং $\frac{a-r}{r} \approx \frac{a}{r}$ অতএব প্রতি একক দৈর্ঘ্যে স্বাবেশতা

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{\pi} \ell n \frac{a}{r} \tag{5A.27}$$

সমীকরণ (5A.27) থেকে দেখা যায় যে যদি তার দুটো খুবই কাছাকাছি থাকে তবে $a \approx r$ এবং $\frac{L}{\ell} = 0$, অর্থাৎ অত্যন্ত নিকটবর্তী সমান্তরাল তারের স্বাবেশতা শূন্য। এই জন্য রোধের জন্য তারগুলিকে দুটি সমান্তরাল তার হিসেবে রেখে প্যাঁচানো হয়, যাকে বলে অনাবেশক প্যাঁচানো (Non-inductive Winding)

(5) সমাক্ষীয় দুটি বেলনাকার পরিবাহীর স্বাবেশতা



দুটি সমাক্ষীয় বেলনাকার পরিবাহীতে এমনভাবে তড়িৎ সংযোগ দেওয়া হল যেন একটি দিয়ে তড়িৎপ্রবাহ যাবে অন্যটা দিয়ে উৎসে ফিরে আসবে। এমন পরিবাহীকে বলে সমাক্ষীয় কেবল্ তার। দুই পরিবাহীতে সমান প্রবাহমাত্রা বিপরীতমুখী বলে বাইরের কোন বিন্দুতে চৌম্বক প্রাবল্য সমান ও বিপরীত এবং লব্ধি চৌম্বক প্রাবল্য শূন্য। ধরা যাক ওদের ব্যাসার্ধ দুটি a আর b. ওদের বলয় অঞ্চলে কোন বিন্দুর

অক্ষ থেকে দূরত্ব r হবে $b < r < a$. এমন বিন্দুতে চৌম্বক প্রবাহঘনত্ব হবে

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

আপনারা নিশ্চয়ই লক্ষ্য করেছেন যে একটি দীর্ঘ তারের ক্ষেত্রে B-এর রাশিমালা যা এখানেও তাই। এর কারণ বাইরের বেলনাকার প্রবাহের দরুণ তার অভ্যন্তরে কোন চৌম্বক প্রবাহ নেই। এখানে কেবল এর অভ্যন্তরস্থ বেলনাকার পরিবাহীর জন্যই এই চৌম্বকপ্রবাহ। এখন দুই বেলনের অভ্যন্তরে ℓ দৈর্ঘ্যের এমন একটা ক্ষেত্র বিবেচনা করা যাক যার বেধ dr এবং যার দৈর্ঘ্য কেন্দ্র থেকে r এবং r + dr দূরত্বে। এর ক্ষেত্রফল $= \ell dr$. অতএব এই ক্ষেত্রগামী চৌম্বকপ্রবাহ

$$d\Phi = B\ell dr = \frac{\mu_0 I\ell}{2\pi}\frac{dr}{r}$$

অতএব দুই পরিবাহীর অভ্যন্তরে ℓ দৈর্ঘ্যের যেকোন ক্ষেত্রগামী মোট চৌম্বক প্রবাহ

$$\Phi = \frac{\mu_0 \ell I}{2\pi}\int_b^a \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 \ell I}{2\pi}\ell n\frac{a}{b}$$

অতএব ℓ দৈর্ঘ্যের স্বাবেশতা

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\ell n\frac{a}{b} \qquad (5A.28)$$

এবং প্রতি একক দৈর্ঘ্যের স্বাবেশতা

$$\frac{L}{\ell} = \frac{\mu_0}{2\pi}\ell n\frac{a}{b} \qquad (5A.29)$$

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(3) একটি টরয়েডকে দীর্ঘ তথা অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েড ভাবা যেতে পারে। ব্যাখ্যা করুন।

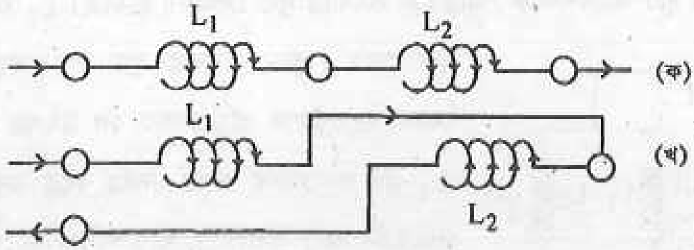
5A.9 শ্রেণী ও সমান্তরাল সমবায়ে আবেশক (Inductors in sreies and parallel combination)

দুটি আবেশককে দুভাবে যুক্ত করা যায় যেখানে তাদের পারস্পরিক আবেশতা আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলকে সহায়তা দেয় অথবা বিরুদ্ধতা করে। চিত্র 5A.10 (ক) পাশাপাশি রাখা দুটো আবেশককে শ্রেণীতে যুক্ত করা হয়েছে এমন ভাবে যে একই প্রবাহ দুয়ের মধ্যে যায় আর দুজনের উৎপন্ন চৌম্বক প্রবাহ সমমুখী হওয়ায় ওদের আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সমমুখী হয়।

ধরা যাক আবেশক দুটির আবেশতা L_1 এবং L_2 এবং ওদের এমনভাবে স্থাপন করা হল যেন ওদের পারস্পরিক আবেশতা হয় M.

L_1 ও L_2-এ স্বাবেশের জন্য উৎপন্ন তড়িচ্চালক বলদুটি

$$\mathcal{E}_1 = -L_1 \frac{dI}{dt} \text{ এবং } \mathcal{E}_2 = -L_2 \frac{dI}{dt}$$



চিত্র 5A.10 : শ্রেণীসমবায়ে আবেশক

যেহেতু একই প্রবাহ দুই আবেশকেই যায় তাই তাদের পারস্পরিক আবেশহেতু উৎপন্ন তড়িচ্চালকবল

$$\mathcal{E}_{12} = -M\frac{dI}{dt},\ \mathcal{E}_{21} = -M\frac{dI}{dt}$$

অতএব শ্রেণী সমবায়ের দুই প্রান্তের মধ্যে উৎপন্ন মোট তড়িচ্চালক বল

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_{12} + \mathcal{E}_{21} = -(L_1 + L_2 + 2M)\frac{dI}{dt} \qquad (ক)$$

যদি ঐ দুটো আবেশককে একটিমাত্র এমন আবেশক দিয়ে প্রতিস্থাপিত করা যায় যাতে একই হারে প্রবাহের পরিবর্তনে একই তড়িচ্চালক বল $\mathcal{E}$ আবিষ্ট হয় তবে একে বলা হবে তুল্য আবেশক এবং এর আবেশতাকে বলা হবে তুল্য আবেশতা L.

$$\therefore\ \mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \qquad (খ)$$

সমীকরণ (ক) ও (খ)-এর তুলনা দ্বারা লেখা যায়

$$L = L_1 + L_2 + 2M \qquad (5A.30)$$

যদি শ্রেণী বর্তনীটি চিত্র 5A.10 (খ)-এর অনুরূপ হয় তবে $\mathcal{E}_{12}$ এবং $\mathcal{E}_{21}$ যথাক্রমে $\mathcal{E}_1$ এবং $\mathcal{E}_2$-এর বিরুদ্ধে যাবে। অতএব প্রান্তদুটির মধ্যে আবিষ্ট মোট তড়িচ্চালক বল হবে

$$\mathcal{E} = (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_{12}) + (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_{21})$$
$$= \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_{12} - \mathcal{E}_{21}$$
$$= -(L_1 + L_2 + 2M)\frac{dI}{dt}$$

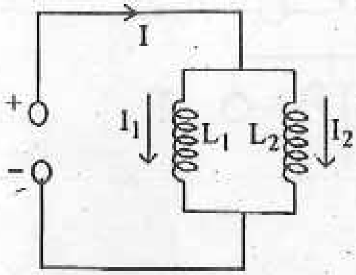
অতএব তুল্য আবেশতা হবে $L = L_1 + L_2 - 2M$ (5A.31)

যদি আবেশক কুণ্ডলীদুটিকে এমনভাবে স্থাপিত করা যায় যে তারা পরস্পরের ওপর কোন আবিষ্ট

তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন করে না, তবে $M = 0$. এমনক্ষেত্রে উভয়প্রকার বর্তনীতে তুল্য আবেশতা একই

$$L = L_1 + L_2 \qquad (5A.32)$$

চিত্র 5.11-এ দুটি আবেশককে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত দেখানো হয়েছে। L_1 ও L_2-এর মধ্য দিয়ে মূল প্রবাহ I দুভাগে বিভক্ত হয়ে যায়। ফলে দুটো কুণ্ডলীতেই যেমন স্বাবেশজাত তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয়, তেমনি L_1 ও L_2-এর অবস্থানের ওপর নির্ভর করে এক কুণ্ডলীর প্রবাহের পরিবর্তন অন্য কুণ্ডলীতে পারস্পরিক আবেশজাত তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন করে। এই তড়িচ্চালক বল দুই কুণ্ডলীতে প্রবাহের অভিমুখিতার ওপর নির্ভর করে স্বাবেশজাত তড়িচ্চালক বলের সহায়ক বা বিরুদ্ধ হয়। যদি দুটি কুণ্ডলীতে সহায়ক তড়িচ্চালক বল উৎপন্ন হয় তবে



চিত্র 5A.11: সমান্তরাল সমবায়ে L_1 ও L_2

$$\varepsilon_1 = -L_1\frac{dI_1}{dt} - M\frac{dI_2}{dt} \text{ এবং } \varepsilon_2 = -L_2\frac{dI_2}{dt} - M\frac{dI_1}{dt}$$

কিন্তু দুই কুণ্ডলীর প্রান্তদুটি সাধারণ বলে $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$

$$\therefore \quad L_1\frac{dI_1}{dt} + M\frac{dI_2}{dt} + \varepsilon = 0$$

$$M\frac{dI_1}{dt} + L_2\frac{dI_2}{dt} + \varepsilon = 0$$

বজ্রগুণন পদ্ধতিতে সমাধান করে পাই $\dfrac{\frac{dI_1}{dt}}{\varepsilon(M - L_2)} = \dfrac{\frac{dI_2}{dt}}{\varepsilon(M - L_1)} = \dfrac{1}{L_1L_2 - M^2}$

অথবা $\dfrac{dI_1}{dt} = \dfrac{(M - L_2)\varepsilon}{L_1L_2 - M^2}$ এবং $\dfrac{dI_2}{dt} = \dfrac{(M - L_1)\varepsilon}{L_1L_2 - M^2}$

কিন্তু $I = I_1 + I_2$ এবং $\dfrac{dI}{dt} = \dfrac{dI_1}{dt} + \dfrac{dI_2}{dt}$

$$\therefore \quad \frac{dI}{dt} = \left(\frac{2M - L_1 - L_2}{L_1L_2 - M^2}\right)\varepsilon \qquad (গ)$$

এখন এই দুটি আবেশকের বদলে L আবেশতা বিশিষ্ট একটিমাত্র আবেশকে যদি I প্রবাহ পাঠানোয় ε তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় তবে লেখা যায়

$$\mathcal{E} = -L\frac{dI}{dt} \qquad \text{(ঘ)}$$

সমীকরণ (গ) ও (ঘ) থেকে লেখা যায়

$$-\frac{\mathcal{E}}{L} = \left(\frac{2M - L_1 - L_2}{L_1L_2 - M^2}\right)\mathcal{E}$$

$$\text{বা, } L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M} \qquad (5A.33)$$

এটাই হল সমান্তরালভাবে যুক্ত দুই আবেশকের তুল্য আবেশতা। স্পষ্টতই, যদি স্বাবেশ ও পারস্পরিক আবেশ বিপরীত হয় তবে তুল্য আবেশতা হবে

$$L = \frac{L_1L_2 - M^2}{L_1 + L_2 + 2M} \qquad (5A.34)$$

যদি আবেশকদুটি পরস্পরকে আবিষ্ট করতে না পারে, তবে $M = 0$. তখন তুল্য আবেশতা হবে

$$\left.\begin{aligned} L &= \frac{L_1L_2}{L_1 + L_2} \\ \text{বা, } \frac{1}{L} &= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \end{aligned}\right\} \qquad (5A.35)$$

লক্ষ্য করা যেতে পারে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত রোধকের তুল্য রোধ-এর রাশিমালাটি সমীকরণ (5A.35)-এর অনুরূপ।

5A.10 যুগ্মন গুণাঙ্ক (Coupling Coefficient)

পারস্পরিক আবেশ পেতে হলে কমপক্ষে দুটি বিচ্ছিন্ন পরিবাহী দরকার যাদের একটিতে প্রবাহমাত্রার পরিবর্তন অন্যটিতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি করে। আরেকটি তড়িচ্চালক বলের জন্য কুণ্ডলী আবেশক বিশেষ কার্যকরী। এরকম দুটি কুণ্ডলীর ক্ষেত্রে বলা যায় গৌণ কুণ্ডলীতে আবেশ রেখার সংখ্যা বা চৌম্বক-প্রবাহ $\Phi_{21} \le \Phi_1$, যেখানে $\Phi_1 =$ মুখ্য কুণ্ডলীতে চৌম্বক প্রবাহ। অনুরূপে $\Phi_{12} \le \Phi_2$. কিন্তু Φ_{12} বা Φ_{21} যথাক্রমে Φ_2 বা Φ_1-এর ওপর নির্ভর করে। তাই লেখা যায়

$$\Phi_{12} = K_{12}\Phi_2$$

$$\Phi_{21} = K_{21}\Phi_1$$

কিন্তু $\Phi_{12} = MI_2$ এবং $\Phi_{21} = MI_1$

আবার $\Phi_2 = L_2I_2$ এবং $\Phi_1 = L_1I_1$

$$\therefore \ \Phi_{12} = K_{12}\Phi_2 = K_{12}L_2I_2 = MI_2$$

এবং $\Phi_{21} = K_{21}\Phi_1 = K_{21}L_1I_1 = MI_1$

$$\therefore \ M = K_{12}L_2 = K_{21}L_1$$

$$\text{বা, } M^2 = K_{12}K_{21}L_1L_2 = K^2L_1L_2$$

$$\text{যেখানে } K^2 = K_{12}K_{21}$$

$$\therefore \ M = K\sqrt{L_1L_2} \qquad (5A.36)$$

যেহেতু $0 \le K_{12} \le 1$ এবং $0 \le K_{21} \le 1$, $\therefore \ 0 \le K \le 1$

K-কে বলে আবেশক কুণ্ডলী দুটির যুগ্মন গুণাঙ্ক। K-এর মান আবেশক দুটির নিজস্ব গঠন, সজ্জাবিন্যাস এবং জ্যামিতিক বৈশিষ্ট্যের উপর নির্ভর করে।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(4) যুগ্মন গুণাঙ্ক শূন্য বা এক হতে পারে এমন আবেশক ব্যবস্থার বর্ণনা দিন।

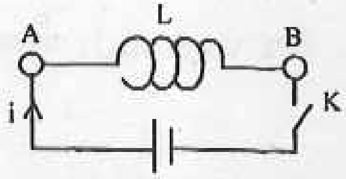
5A.11 চৌম্বকক্ষেত্রে শক্তি

আপনারা জানেন যে যখনই কোন আবেশকে তড়িৎ প্রবাহ পাঠানো হয় তখনই ওতে একটা বিপরীত তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয়। অতএব আবেশকযুক্ত বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ বজায় রাখতে হলে এই বিপরীত তড়িচ্চালক বলের বিরুদ্ধে কাজ করা দরকার। এবং ততক্ষণই এই কাজ করা হয় যতক্ষণ না প্রবাহমাত্রা শূন্য থেকে বেড়ে সর্বোচ্চ মানে পৌঁছায়। যখন প্রবাহ বন্ধ করা হয় তখনও প্রবাহ হ্রাসের বিরুদ্ধে বর্তনীতে একটা বিপরীত তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব হয় যা প্রবাহ হ্রাসকে বাধা দেয়। অতএব প্রবাহ হ্রাস করতে হলে এই বিপরীত বা উল্টা তড়িচ্চালক বলের বিরুদ্ধে কাজ করা দরকার হয়। প্রবাহের বৃদ্ধিকালের কৃতকার্য আবেশকের চৌম্বকশক্তি হিসাবে জমা থাকে যা হ্রাস কালে খরচ হয়। অথবা যেহেতু এই শক্তি চূড়ান্ত প্রবাহমাত্রার ওপর নির্ভর করে, তাই বলা যেতে পারে এই শক্তি বর্তনীর স্থিতিশক্তিরূপে কাজ করে। অর্থাৎ এই শক্তির একটা নির্দিষ্ট মান আছে এবং তা পুনরুদ্ধারযোগ্য। বিষয়টা বিকল্পভাবেও বিবেচনা করা যায়। চিত্র 5.12-এ বর্তনীতে A ও B বিন্দুর মধ্যে একটি আবেশক যুক্ত, যার আবেশতা L এবং বর্তনীর AB অংশের মোট রোধ R. অতএব প্রবাহ শুরুর পর কোন এক সময় প্রবাহমাত্রা যখন i ক্রমবর্ধমান, A ও B বিন্দুর মধ্যে ওহ্‌ম সূত্রানুযায়ী $V_A - V_B = iR - \mathcal{E}$

যেখানে L আবেশকে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল ε. যদি Δt সময়ে Δq আধানকে একবার বর্তনী পরিক্রমণ করানো হয় তবে AB অংশে ঐ সময়ে কৃত কার্য $\Delta q(V_A - V_B) = iR\Delta q - \varepsilon\Delta q$

কার্য করার হার, অতএব $(V_A - V_B)\dfrac{\Delta q}{\Delta t} = i^2R - \varepsilon i$

বা, $(V_A - V_B)\dfrac{\Delta q}{\Delta t} = i^2R + Li\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$



চিত্র 5A.12

যেহেতু আপনারা জানেন $\varepsilon = -L\dfrac{\delta i}{\delta t} = -L\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$. স্পষ্টত ডানদিকের প্রথম পদ জুল তাপ ব্যয়িত হওয়ার হার। অতএব উৎস কর্তৃক ব্যয়িত শক্তি $(V_A - V_B)\dfrac{\Delta q}{\Delta t}$-এর অপর অংশ $Li\dfrac{\Delta i}{\Delta t}$ অবশ্যই বর্তনীতেই সঞ্চিত থাকে। অতএব এই সঞ্চিত শক্তির হার কৃতকার্যের হারের সমান।

$$\therefore \frac{dW}{dt} = Li\frac{di}{dt}$$

বা, $$dW = Lidi$$

বা, $$W = \frac{1}{2}LI^2 \qquad (5A.37)$$

যেখানে $I =$ বর্তনীতে অর্জিত সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা। যদি সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা নির্দিষ্ট থাকে তবে নির্দিষ্ট বর্তনীর ক্ষেত্রে [অর্থাৎ L নির্দিষ্ট] সঞ্চিত এই শক্তিও নির্দিষ্ট।

প্রবাহ ঘনত্ব, চৌম্বকক্ষেত্র এবং চৌম্বক শক্তি

আপনারা জানেন চৌম্বকপ্রবাহ Φ ও চৌম্বকক্ষেত্র $\bar{B}$ হলে, $\Phi = \int \bar{B}.d\bar{S}$

কিন্তু $\bar{B} = \vec{\nabla} \times \bar{A}$, $\bar{A} =$ চৌম্বক ভেক্টর বিভব।

$$\therefore \Phi = \int\left(\bar{\nabla} \times \bar{A}\right).d\bar{S} = \oint \bar{A}.d\vec{\ell}$$

$$\therefore \Phi = LI = \oint \bar{A}.d\vec{\ell}$$

কৃতকার্য $$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2}I\oint \vec{A}.d\vec{\ell}$$

যদি তারের প্রস্থচ্ছেদ হয় a, তবে $J = \dfrac{1}{a}$ এবং যেহেতু J এবং $d\vec{\ell}$ সমমুখী;

$$W = \frac{1}{2}\int\left(\bar{A}.\bar{J}\right)ad\ell$$

বা, $$W = \frac{1}{2}\int_V\left(\bar{A}.\bar{J}\right)dV \qquad (5A.38)$$

অতএব বর্তনীর একক আয়তনে সঞ্চিত শক্তি, অর্থাৎ শক্তি ঘনত্ব

$$U = \frac{\vec{A}.\vec{J}}{2} \qquad (5A.39)$$

কিন্তু $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$, অতএব (5A.38) থেকে পাই

$$W = \frac{1}{2\mu_0} \int \vec{A}.\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) dV$$

কিন্তু $\vec{\nabla}.\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) = \vec{B}.\left(\vec{\nabla} \times \vec{A}\right) - \vec{A}.\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right)$

বা, $\vec{A}.\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right) = B^2 - \vec{\nabla}.\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) \quad \left(\because\ \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}\right)$

অতএব $$W = \frac{1}{2\mu_0}\left[\int_V B^2 dV - \int_V \vec{\nabla}.\left(\vec{A} \times \vec{B}\right) dV\right]$$

$$= \frac{1}{2\mu_0}\left[\int_V B^2 dV - \int_S \left(\vec{A} \times \vec{B}\right).d\vec{S}\right] \qquad (5A.40)$$

লক্ষ্য করুন, সমীকরণ (5A.39)-এ আয়তন V যেকোন আয়তন হতে পারে। যেহেতু $\vec{J}$-এর অস্তিত্ব কেবল বর্তনীতেই বর্তমান, তাই বর্তনী যে আয়তনে আছে তার সমাকলন বা সমস্ত অঞ্চলের সমাকলন একই ফল দেবে। কিন্তু সমীকরণ (5A.40)-তে প্রথম সমাকলন V-এর ওপর বলে V সমগ্র অঞ্চল অধিগ্রহণ করলেও কোথাও না কোথাও B বর্তমান থাকায় এই সমাকলন শূন্য নয়। কিন্তু V সমগ্র অঞ্চল দখল করলে V-কে আবদ্ধকারী তল S মূল বর্তনী থেকে বহুদূরে হবে, যেখানে B শূন্য। তাই দ্বিতীয় সমাকলন হবে শূন্য।

অতএব $$W = \frac{1}{2\mu_0} \int_{\text{সমগ্র অঞ্চল}} B^2 dV \qquad (5A.41)$$

অতএব এই রাশিমালা আমাদের জানায় যে শক্তি থাকে চৌম্বকক্ষেত্রে, যদিও (5.38) থেকে বলা যায় শক্তি থাকে প্রবাহমাত্রার অঞ্চলে। এই উভয় ধারণাই ক্ষেত্রবিশেষে প্রযোজ্য। (5A.41) থেকে চৌম্বকক্ষেত্রে শক্তি ঘনত্ব হবে

$$U = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{1}{2}\left(\vec{H}.\vec{B}\right) = \frac{1}{2}\mu_0 H^2 \qquad (5A.42)$$

মন্তব্য : যখন তড়িৎ প্রবাহ শুরু হয় তখন কুণ্ডলীতে কোন $\vec{B}$ ক্ষেত্র থাকে না, কিন্তু কোন $\vec{E}$ ক্ষেত্রও থাকে না। কিন্তু প্রবাহ চলার পর এবং বৃদ্ধিকালে $\vec{B}$ ক্ষেত্রের উদ্ভব ও বিকাশ হতে থাকে। এই বিকাশ কালে, যেহেতু $\vec{B}$-এর পরিবর্তন হয়, তাই, একটি $\vec{E}$ ক্ষেত্রও বর্তনীতে সৃষ্টি হয় যা কাজ করে। প্রবাহের বিকাশের শেষে $\vec{B}$-এর পরিবর্তন থাকে না বলে $\vec{E} = 0$ হয়। তাই বলা যায় $\vec{E}$-র কৃত.কার্য $\vec{B}$ ক্ষেত্রে বর্তমান থাকে।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(5) পশ্চাৎমুখী তড়িচ্চালক বলের বিরুদ্ধে কৃত কার্যের শক্তি কোথা থেকে পাওয়া যায়?

(6) নয়মান রাশিমালাকে বিনিময় উপপাদ্য বলা হয় কেন?

5A.12 সারসংক্ষেপ

- চৌম্বক প্রবাহ সম্পর্কে ধারণা : $\Phi = BS = \int \vec{B}.d\vec{S}$
- ফ্যারাডে-নয়মান সূত্র $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ এবং লেনৎস্-এর সূত্র।
- গতীয় তড়িচ্চালক বল $\varepsilon = VBL$

  এবং ফ্যারাডে সূত্রের সমাকল রূপ $\oint \vec{E}.d\vec{\ell} = -\dfrac{d\phi}{dt} = \varepsilon$ ও অবকলরূপ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\delta \vec{B}}{\delta t}$
- ফুকো বা ঘূর্ণি প্রবাহ : চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তন দ্বারা কোন পরিবাহী চাকতিতে সমকেন্দ্রিক প্রবাহ সৃষ্টি করা যায়।

  এবং ঘূর্ণি প্রবাহের ব্যবহারিক প্রয়োগ।
- আবেশতা : পারস্পরিক ও স্ব-আবেশ।

  স্বাবেশতা $L = \dfrac{\Phi}{I}$, পারস্পরিক আবেশতা $M = \dfrac{\Phi_2}{I_1} = \dfrac{\Phi_1}{I_2}$

  নয়মান রাশিমালা : $M_{21} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\oint\oint \dfrac{d\vec{\ell}_1.d\vec{\ell}_2}{r} = M_{12}$

  এবং বিভিন্ন প্রকার কুণ্ডলী ও পরিবাহীর পারস্পরিক আবেশতা ও স্বাবেশতা।

  আবেশকুণ্ডলীর বিভিন্ন সমবায় এবং দুটি কুণ্ডলীর যুগ্মন গুণাঙ্ক
- চৌম্বকক্ষেত্রে শক্তি : $W = \dfrac{1}{2}LI^2 = \dfrac{1}{2}\int \vec{A}.\vec{J}dV = \dfrac{1}{2\mu_0}\int B^2 dV$

  এবং শক্তি ঘনত্ব $u = \dfrac{H.\vec{B}}{2} = \dfrac{B^2}{2\mu_0} = \dfrac{\mu_0 H^2}{2}$

5A.13 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

(1) একটি ধাতব চাকতি একটি পরিবাহী অক্ষকে কেন্দ্র করে আবর্তিত হচ্ছে। যদি ঐ চাকতির তলের অভিলম্বে একটি সুষম চৌম্বকক্ষেত্র বর্তমান থাকে তবে চাকতিটির পরিসীমা ও অক্ষের মধ্যে তড়িচ্চালক বল নির্ণয় করুন। যদি অক্ষ ও পরিসীমাকে একটা পরিবাহী তার দ্বারা যুক্ত করা হয় তবে তাতে প্রবাহমাত্রা নির্ণয় করুন।

(2) একটি দীর্ঘ কেব্‌ল্‌তারের অভ্যন্তর পরিবাহীতে প্রবাহ প্রবেশ করে এবং বাইরের পরিবাহী দিয়ে প্রবাহ ফিরে আসে। একটি প্রদত্ত দৈর্ঘ্যে এই কেব্‌ল্‌-এর সঞ্চিত শক্তি নির্ণয় করুন আর স্বাবেশতা নির্ণয় করুন।

5A.14 প্রশ্নাবলির সমাধান

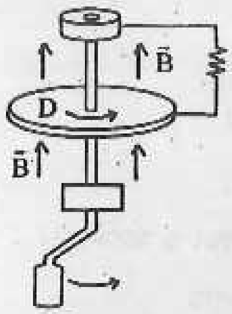
সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্নের উত্তর :

(1) চৌম্বক বল $\vec{F}_m = q(\vec{v} \times \vec{B})$

অতএব $\vec{F}_m$ কর্তৃক q-এর উপর কৃতকার্য $W = \int \vec{F}_m . d\vec{\ell}$

$d\vec{\ell}$ হল q-এর সরণ। কিন্তু এই সরণের অভিমুখ q-এর বেগ $\vec{v}$-এর অভিমুখী। আবার $\vec{F}_m$, $\vec{v}$-এর অভিলম্বে সক্রিয়। অতএব $\vec{F}_m$ এবং $d\vec{\ell}$ পরস্পর লম্ব। তাই $\vec{F}_m . d\vec{\ell} = 0$. এইজন্য চৌম্বক বল কখনই কার্য করে না।

(2) $\vec{B}$ একটি সুষম চৌম্বকক্ষেত্র। D একটি ধাতব পাত যাকে $\vec{B}$-এর সমান্তরাল অক্ষ সাপেক্ষে আবর্তন করানো হচ্ছে। এক্ষেত্রে $\vec{B}$ ধ্রুবক। তথাপি অক্ষদণ্ড ও পাতের পরিধির মধ্যে একটি তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয়। ফলে পরিধি ও অক্ষদণ্ডের সংযোগকারী পরিবাহীতে I প্রবাহ যাবে (চিত্র 5A.13)। এক্ষেত্রে পরিধির উপর পরিবাহীর স্পর্শবিন্দু চক্রের আবর্তনের ফলে সতত পরিবর্তনশীল। ফলে অক্ষদণ্ড ও স্পর্শবিন্দুর মধ্যেকার ব্যাসার্ধ বরাবর অবস্থিত আধানসমূহ $\vec{B}$-এর অভিলম্বে গতিশীল হওয়ায় ওরা লোরেনৎস্‌ বলের প্রভাবে একদিকে সরে গিয়ে পরিধি ও কেন্দ্রের মধ্যে একটি বিভব প্রভেদ তথা তড়িচ্চালক বলের উদ্ভব ঘটায়।



চিত্র 5A.13

(3) একটি সলিনয়েডের দুটি প্রান্ত মুখোমুখি করলে ওর অক্ষ একটা বৃত্ত পথ গঠন করবে এবং সলিনয়েডটা তখন হবে একটা টরয়েড। এই অবস্থায় সলিনয়েডের কোন প্রান্ত থাকে না বলে একে অসীম দৈর্ঘ্যের সলিনয়েড ভাবা যেতে পারে। অতএব এটা একটা দীর্ঘ সলিনয়েডের মতই আচরণ করবে।

(4) দুটি ক্ষুদ্র দৈর্ঘ্যের আবেশ কুণ্ডলীকে একের অভ্যন্তরে অন্যটা সমকেন্দ্রিকভাবে স্থাপন করা হল যেন একের সাপেক্ষে অন্য কুণ্ডলীটা ওদের কোন ব্যাসগামী অক্ষকে কেন্দ্র করে আবর্তিত হতে পারে। এই অবস্থায় যখন উভয় কুণ্ডলীর তল একই তলে অবস্থান করবে তখন অভ্যন্তরস্থ কুণ্ডলীতে প্রবাহমাত্রা যে

চৌম্বক প্রবাহ উৎপন্ন করবে তার সমস্তটাই দ্বিতীয় কুণ্ডলীর তল ভেদ করবে।

অতএব $\Phi_{21} = K_{21}\Phi_1$

কিন্তু এখন $\Phi_{21} = \Phi_1$, অতএব $K_{21} = 1$

এখন যদি দুজনের ব্যাসার্ধদুটো প্রায় সমান হয় তবে,

$\Phi_{12} = K_{12}\Phi_2 = \Phi_2$ হবে। কারণ বাহিরের কুণ্ডলীর চৌম্বক প্রবাহের সবটাই অভ্যন্তরস্থ কুণ্ডলীকে ভেদ করবে। অতএব, $K_{12} = 1$

$$\therefore\ K = \sqrt{K_{12}K_{21}} = 1$$

কিন্তু কুণ্ডলীর তলা দুটোকে যদি পরস্পরের লম্বভাবে বসানো হয় তবে একের উৎপন্ন চৌম্বক প্রবাহ অন্যের তল ভেদ করবে না। ফলে

$$\Phi_{21} = K_{21}\Phi_1 = 0 \text{ বা, } K_{21} = 0$$

$$\text{এবং}\quad \Phi_{12} = K_{12}\Phi_2 = 0 \text{ বা, } K_{12} = 0$$

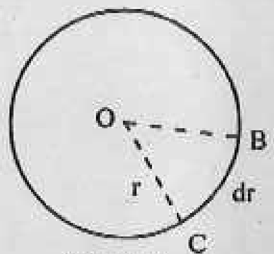
$$\therefore\ K = \sqrt{K_{12}K_{21}} = 0$$

চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর

(1) সমস্যাটি চিত্র 5A.14 দ্বারা ব্যাখ্যা করা যায়।

ধরা যাক C হল একটা পরিধিস্থ বিন্দু যেখানে পরিবাহী তারের এক প্রান্ত লাগানো আছে। dt সময়ে C বিন্দুর সরণ হবে dr. এই সময়ে OC ব্যাসার্ধ COB ক্ষেত্র রচনা করবে। এই ক্ষেত্র $d\alpha = \frac{1}{2}rdr$

অতিক্রমকারী চৌম্বক প্রবাহ $d\Phi = Bd\alpha = -\frac{1}{2}Brdr$



চিত্র 5A.14

অতএব O এবং C-এর মধ্যে তড়িচ্চালক বল

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{1}{2}Br\frac{dr}{dt} = -\frac{1}{2}Brv$$

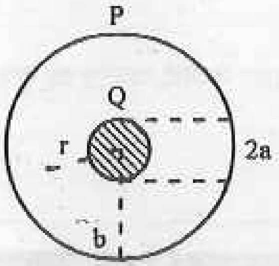
$$\mathcal{E} = -\frac{1}{2}Br^2\omega$$

এই বিশেষ ক্ষেত্রে চৌম্বক প্রবাহ সূত্র দ্বারা তড়িচ্চালক বলের অভিমুখ নির্ণয় করা যায় না।

প্রবাহমাত্রা $I = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{Br^2\omega}{2R}$

(2) কেব্‌ল্ তারের প্রস্থচ্ছেদে a = অভ্যন্তর তারের ব্যাসার্ধ, b = বাইরের বেলনাকার তারের ব্যাসার্ধ। a তারের মধ্যে যদি I প্রবাহ যায় তবে কেব্‌ল্-এর কেন্দ্র থেকে $a < r < b$ দূরত্বে চৌম্বকক্ষেত্র

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ যার অভিমুখ $\vec{B}$ ক্ষেত্র কেব্‌ল্‌-এর বহিরে অনুপস্থিত। এখন শক্তি ঘনত্ব $u = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_0}$. অতএব কেব্‌লের অভ্যন্তরে r ও r + dr ব্যাসার্ধের বলয়ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ℓ হলে ওর আয়তন হবে $dV = 2\pi r\ell dr$.



চিত্র 5A.15

অতএব ওতে শক্তি

$$dW = udV = \frac{1}{2\mu_0} \times \frac{\mu_0^2 I^2}{4\pi r^2} \times 2\pi r\ell dr = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi}\frac{dr}{r}$$

অতএব ℓ দৈর্ঘ্যে মোট শক্তি

$$W = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I^2 \ell}{4\pi}\ell n\frac{b}{a}$$

এখন যেহেতু $\qquad W = \frac{1}{2}LI^2$

$$\therefore \quad L = \frac{\mu_0 \ell}{2\pi}\ell n\frac{b}{a}.$$

অতিরিক্ত পাঠ :

(1) Introduction to Electrodynamics — David I. Griffiths.

(2) Electricity and Magnetism — D. Chattopadhyay and P. C. Rakhsit

গঠন

5B.1 প্রস্তাবনা

স্থায়ী প্রবাহ বলতে বোঝানো হয় যে প্রবাহমাত্রার মান স্থির এবং দিকও স্থির। এই অর্থে ক্ষণস্থায়ী প্রবাহ বলতে বুঝতে হবে প্রবাহমাত্রা শূন্য থেকে বৃদ্ধি পেয়ে একটা স্থির মান অর্জন করবে, অথবা, বর্তনী থেকে তড়িৎ উৎস বিচ্ছিন্ন করলে প্রবাহমাত্রা একটা সর্বোচ্চ মান থেকে ক্রমে হ্রাস পেয়ে একসময় শূন্য হবে। বর্তনীতে তড়িৎ উৎস যুক্ত করলে বা বিচ্ছিন্ন করলে ওর প্রবাহমাত্রা সময়ের সংগে যেভাবে পরিবর্তিত হয়, সেটাই হল এই এককের আলোচ্য।

একটা তড়িৎবর্তনীর উপাদান হল উৎস, আবেশক, ধারক এবং পরিবাহী তারের রোধ বা অতিরিক্ত রোধ। আপনারা এই উপাদানগুলো যে-রাশিগুলোর সংগে যুক্ত তাদের জানেন :

1. রোধ R, পরিবাহী তার ও বর্তনীর অন্যান্য উপাদানের রোধ। বর্তনীতে R-এর প্রতীকের সংগে আপনারা উচ্চ-মাধ্যমিক স্তরে পরিচিত।

2. ধারক ও ধারকত্ব C, প্রতীক আপনাদের পরিচিত।

3. আবেশক ও আবেশতা L, এর প্রতীকও আপনাদের পরিচিত।

উৎস বর্তনীতে যুক্ত হলে L, C, R কীভাবে প্রবাহকে নিয়ন্ত্রণ করে অর্থাৎ বর্তনী কীভাবে সাড়া দেয় সেটাই আপনারা এই এককে বিস্তারিতভাবে জানবেন। উল্লেখিত উপাদান নিয়ে যেসব বিভিন্ন বর্তনী গঠিত হয় তাদের বলা হয় : (1) L-R বর্তনী, (2) C-R বর্তনী এবং (3) L-C-R বর্তনী। আবার এইসব উপাদান

শ্রেণী সমবায়ে বা সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত থাকতে পারে। লক্ষ্য করুন, সর্বপ্রকার বর্তনীর সাধারণ উপাদান হল R. কারণ, সব বর্তনীতে সংযোগ তার ব্যবহার করা হয় যার রোধ বর্তমান।

উদ্দেশ্য

এই এককটি আলোচনা ও অধ্যয়নের উদ্দেশ্যগুলি নিচে রাখা হল :

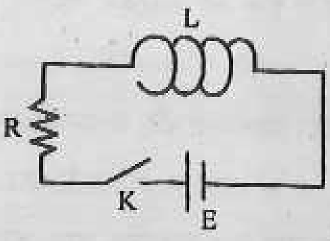
- এটি থেকে আমরা জানতে পারবো L-R শ্রেণীবর্তনী কী — আর এটি প্রয়োগ করে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি ও ক্ষয় সম্বন্ধে কীভাবে ধারণা জন্মায় তাও আপনারা জানবেন।
- R-C শ্রেণীবর্তনী সম্বন্ধেও আপনাদের ধারণা জন্মাবে আর জানতে পারবেন কীভাবে রোধের মধ্য দিয়ে ধারককে আহিত করা হয় আর কীভাবেই বা ধারকের পুঞ্জিত আধানের ক্ষরণ ঘটে।
- ধারকের উপরোক্ত ক্ষরণের দ্বারা কীভাবে উচ্চমানের রোধ নির্ণয় করা যায় — সে সম্বন্ধে আপনারা অবহিত হবেন।
- আবেশক, রোধক ও ধারকের শ্রেণীবর্তনী এবং তুল্য মানের সম্বন্ধে আপনাদের ধারণা জন্মাবে।

5B.2 L-R শ্রেণী বর্তনী : প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি ও ক্ষয়

[L-R Series Circuit : Growth and Decay of Current]

(ক) বর্তনীতে প্রবাহ বৃদ্ধি (growing current)

একে কেবলমাত্র আবেশ বর্তনীও বলা হয়। কিন্তু যেহেতু সব বর্তনীতেই রোধ বর্তমান, তাই কেবল আবেশকযুক্ত বর্তনীও L-R বর্তনী। সংযোগ তার ব্যতীত প্রয়োজনে অতিরিক্ত রোধও সমস্ত বর্তনীতেই অন্তর্ভুক্ত করা হয়। চিত্র 5B.1 এ R প্রকৃত অর্থে সংযোগ পরিবাহী তারের ও আবেশকের তারের রোধ এবং উৎসের আভ্যন্তরীণ রোধ ও অতিরিক্ত রোধ — এই সমস্ত রোধকে প্রতিস্থাপন করছে। এই বর্তনীতে কার্যফের বিভব সূত্র প্রয়োগ করলে লেখা যায়।



চিত্র 5B.1

$iR = E + \varepsilon$

যেখানে ε = i প্রবাহকালে আবেশকে আবিষ্ট বিপরীত তড়িচ্চালক বল,

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

$$\therefore \quad L\frac{di}{dt} = E - iR \tag{5B.1}$$

i প্রবাহকাল বলতে বুঝতে হবে যখন t=0, তখনও বর্তনীতে প্রবাহ শূন্য এবং i হল t = 0 ও t = ∞ এই সময়কালের মধ্যে যখন প্রবাহ পরিবর্তনশীল তখনকার প্রবাহমাত্রা। সমীকরণ (5B.1) কে সহজেই সমাধান করে আপনারা সময়ের সংগে প্রবাহমাত্রা i এর সম্পর্ক নির্ণয় করতে পারেন। যেমন

$$\frac{di}{E - iR} = \frac{dt}{L}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{-\frac{1}{R}d(E - iR)}{E - iR} = \frac{dt}{L}$$

সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$-\frac{1}{R}\,\ell n\,(E\text{-}iR) = \frac{t}{L} + C \tag{5B.1(ক)}$$

যেখানে C হল সমাকলন ধ্রুবক এবং যার মান সমস্যাটির সূচনাকালের শর্ত দিয়ে নির্ণয় করতে হবে। আপনারা আগেই জেনেছেন সূচনাকালে, অর্থাৎ যখন t=0 তখন i=0 অতএব

$$-\frac{1}{R}\,\ell n\, E = C$$

অতএব সমীকরণ 5B.1-এ এই মান ব্যবহার করলে পাওয়া যায়

$$\ell n\,(E - iR) = -\frac{Rt}{L} + \ell n\, E$$

$$\text{বা} \quad \ell n\frac{E - iR}{E} = -\frac{Rt}{L}$$

$$\therefore \quad \frac{E - iR}{E} = e^{\frac{-Rt}{L}}$$

$$\text{বা} \quad E - iR = Ee^{\frac{-Rt}{L}}$$

$$\therefore \quad i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \tag{5B.2}$$

যখন t = ∞ অর্থাৎ t যখন খুবই বেশি [কত বেশি?], তখন i-এর মান সর্বোচ্চ = I এবং $e^{-Rt/L} = 0$.

$$\therefore \quad I = \frac{E}{R}$$

$$\therefore \quad i = I\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad (5B.3)$$

সমীকরণ (5B.3) প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির সংগে সময়ের সম্পর্ক নির্ণয় করছে। অবশ্য এই সম্পর্কের মধ্যে বর্তনীর উপাদান L ও R এরও কিছু ভূমিকা আছে। এখানে L ও R হল বর্তনীর প্রাচল বা স্বাধীন ধ্রুবক (paraineders)। যখন L = Rt বা t = L/R, তখন

$$i = I(1 - e^{-1}) = I(1 - 0.368) \;\; = 0.632I$$

$t = \frac{L}{R}$ কে বলে বর্তনীর সময় ধ্রুবক। আপনারা নিশ্চয়ই লক্ষ্য করবেন যে বিভিন্ন বর্তনীতে L এবং R বিভিন্ন এবং L/R তাই বিভিন্ন হতেই পারে। অর্থাৎ বর্তনীভেদে সময় ধ্রুবক বিভিন্ন। আপনারা সমীকরণ (5B.3) লক্ষ্য করলে নিশ্চয়ই বুঝবেন i = I অর্থাৎ সর্বোচ্চ হবে যখন t হবে অসীম। তত্ত্বগতভাবে এ সিদ্ধান্ত সঠিক। কিন্তু বাস্তবে সময় ধ্রুবকের উপর নির্ভর করে প্রবাহমাত্রা, চরম প্রবাহমাত্রার 63.2% হবে যখন $t = \frac{L}{R}$ হবে। $\frac{L}{R}$-এর মান খুব ক্ষুদ্র হলে অতি অল্প সময়ে অর্থাৎ সেকেণ্ডের ভগ্নাংশ সময়েই সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 63.2% প্রবাহ অর্জন সম্ভব। আবার $\frac{L}{R}$ বেশি হলে বেশ কয়েক সেকেণ্ড সময় লাগবে এই মান অর্জন করতে।

আমরা তত্ত্বগতভাবে জেনেছি i = I হবে যখন t = ∞. কিন্তু I এর খুব নিকটবর্তী মান ধরা যাক I এর 98% মান অর্জন করতে প্রবাহমাত্রার কত সময় লাগবে? আমরা (5B.3) থেকে লিখতে পারি যখন i = 0.98I, তখন

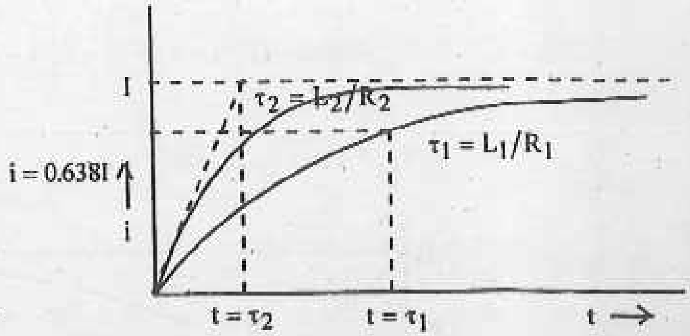
$$0.98I = I\left(I - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

$$\text{বা} \quad e^{\frac{-Rt}{L}} = 0.02$$

$$\therefore \quad \frac{Rt}{L} = 3.9$$

$$\text{বা} \quad t = 3.9\frac{L}{R} \approx 4\tau$$

যেখানে $\tau = \frac{L}{R}$ = বর্তনীর সময় ধ্রুবক। অর্থাৎ যে সময়ে i সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 63.8% হয় তার 4 গুণ সময়ে হবে সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 98%। যদি $\frac{L}{R}$ = 1 sec হয় তবে 4 সেকেণ্ডে প্রায় চূড়ান্ত প্রবাহমাত্রা পাওয়া যাবে। অতএব বর্তনীর সময় ধ্রুবক জানা থাকলে কত সময় পর প্রবাহের বৃদ্ধি থেমে যাবে সে সম্পর্কে আমরা একটা ধারণা সহজেই করতে পারি। চিত্র 5B.2-এ সময়ের সংগে প্রবাহমাত্রার লেখচিত্র দেখানো হল। দেখা যাচ্ছে ভিন্ন ভিন্ন সময়-ধ্রুবকের ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধির হার বিভিন্ন। যার সময়-ধ্রুবক বেশি তার প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি হয় কম। প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির হারের সংগে প্রবাহমাত্রারও সম্পর্ক বর্তমান। চিত্র 5B.2 থেকে স্পষ্টতই বলা যায় যে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি পেতে থাকলে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির হার, অর্থাৎ $\frac{di}{dt}$ হ্রাস পায়। এইজন্যই সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা অর্জন করতে দীর্ঘ সময় লাগে। (5B.3) থেকে



চিত্র 5B.2

$$\frac{di}{dt} = \frac{IR}{L} e^{-\frac{iRT}{L}}$$

$$\text{বা} \quad \frac{di}{dt} = \frac{IR}{L}\left(1 - \frac{i}{I}\right) = \frac{R}{L}(I - i) \qquad (5B.4)$$

অর্থাৎ i = 0 হলে $\frac{di}{dt} = \frac{RI}{L}$ সর্বোচ্চ, কিন্তু যখন $i \approx I$, $\frac{di}{dt} \approx 0$। দেখা যাচ্ছে যে i = 0 তে i-t লেখের স্পর্শক I রেখাকে $t = \tau$ সময়ে ছেদ করে। এই স্পর্শক রেখা কার্যত, বিরুদ্ধ তড়িচ্চালক বলের অনুপস্থিতিতে i-এর বৃদ্ধির লেখ। আমরা দেখি

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{চরম}} = \frac{RI}{L}$$

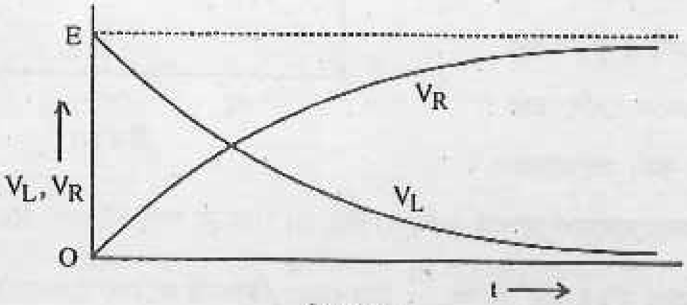
$$\text{বা} \quad \tau = \frac{L}{R} = \frac{I}{\left(\frac{di}{dt}\right)_{\text{চরম}}}$$

অর্থাৎ সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা ও প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির চরম হারকে বলে বর্তনীর সময় ধ্রুবক। এই চরম হার যদি 0.1 হয় তবে ঐ বর্তনীর সময় ধ্রুবক তার সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার সমান।

আরো লক্ষ্য করুন যে বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের সংগে সংগে রোধে এবং আবেশকে বিভব পতনেরও পরিবর্তন ঘটে। V_R ও V_L যদি কোন সময়ের বিভব পতন হয় যখন প্রবাহমাত্রা i, তা হ'লে

$$V_R = iR = IR\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) = E\left(1-e^{-\frac{Rt}{L}}\right) \qquad (5B.5)$$

$$V_L = E - V_R = Ee^{-\frac{RT}{L}} \qquad (5B.6)$$



চিত্র 5B.3

স্পষ্টতই V_R বনাম t ও V_L বনাম t এর লেখচিত্র হবে চিত্র 5B.3 এর অনুরূপ।

(খ) প্রবাহমাত্রা যখন ক্ষয়িষ্ণু (Decaying Current)

চিত্র 5B.1 অনুসারে বর্তনীতে তড়িচ্চালক বল যুক্ত করে কিছুটা সময় অপেক্ষা করলে চূড়ান্ত প্রবাহমাত্রা হবে I = E/R. এবার তড়িৎ উৎসের সংযোগ বিচ্ছিন্ন করলে প্রবাহমাত্রা শূন্য হওয়ার কথা। কিন্তু যে মুহূর্তে প্রবাহমাত্রা চরম হারে শূন্য হতে চাইবে তখনই বিরুদ্ধ আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের বাধায় সংগে সংগে শূন্য হতে পারবে না। এরকম অবস্থায় বর্তনীতে কার্যফের বিভব সূত্র হবে ($\because$ E=0)

$$iR = \mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$$

$$\text{বা} \quad \frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt$$

$$\therefore \log i = -\frac{Rt}{L} + C$$

C = সমাকলন ধ্রুবক, যার মান সূচনা শর্ত দ্বারা নির্ধারণযোগ্য। যখন t = 0, i = I.

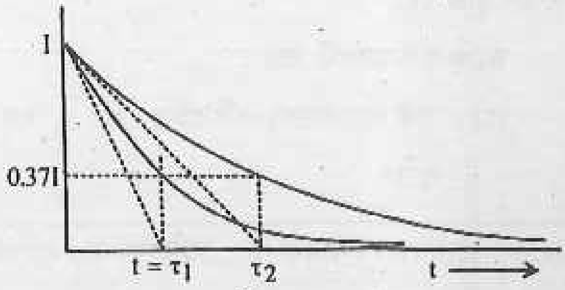
$$\therefore\ C = \log I$$

অর্থাৎ
$$\log i - \log I = -\frac{Rt}{L}$$

বা
$$i = Ie^{-\frac{Rt}{L}} \qquad (5B.7)$$

এটাই হল সময়ের সংগে কোন বর্তনীর ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহমাত্রার সম্পর্ক। যখন t = সময় ধ্রুবক $\frac{L}{R}$,

$i = Ie^{-1} = .368I \approx 0.37I$ অর্থাৎ $t = \frac{L}{R}$ সেকেণ্ড সময়ে প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 0.37 অংশ বা 37% হবে। এই সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রা অবশ্যই প্রাথমিক প্রবাহমাত্রা। চিত্র 5B.4, i বনাম t এর (ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহমাত্রা বনাম সময়) লেখচিত্র। আমরা লক্ষ্য করি



চিত্র 5B.4

$$\frac{di}{dt} = -\frac{RI}{L}e^{-\frac{Rt}{L}} = -\frac{R}{L}i \qquad (5B.8)$$

অর্থাৎ প্রবাহমাত্রার ক্ষয় হার i-এর ক্ষয়প্রাপ্তির সংগে হ্রাস পায় এবং সেইজন্য i শূন্য হতে সময় নেয়। আপনারা আরো লক্ষ্য করুন যখন প্রবাহমাত্রা সূচনা প্রবাহমাত্রার প্রায় এক তৃতীয়াংশ ($\approx$–0.37), তখন সময় হল L/R বা সময়-ধ্রুবকের সমান। এক্ষেত্রেও প্রবাহমাত্রার ক্ষয় হার প্রাচল L ও R এর উপর নির্ভর করে। R ও L-এ বিভব পতন হবে

$$V_R = iR = IRe^{-Rt/L} = Ee^{-\frac{Rt}{L}} \qquad (5B.9)$$

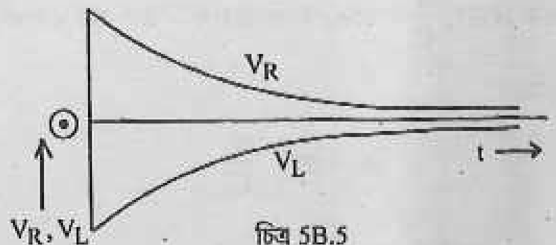
$$V_L = E - V_R$$

কিন্তু যেহেতু $t=0$ পরবর্তী সময়ে $E=0$, তাই

$$V_L = -V_R = -Ee^{-\frac{Rt}{L}} \qquad (5B.10)$$

V_R ও V_L এর লেখচিত্র চিত্র 5B.5-এ প্রদর্শিত হল।

আপনারা যখনই বাড়িতে বৈদ্যুতিক সংযোগ বিচ্ছিন্ন করার জন্য বোতাম (সুইচ—switch) বন্ধ



চিত্র 5B.5

করেন, তখন বোতামের স্থানে বৈদ্যুতিক স্ফুলিঙ্গ দেখতে পান। কেন এমন হয়? আপনারা (5B.8) সমীকরণ থেকে বলতে পারেন যখন সুইচ বন্ধ করা হয় তখন বর্তনীর মোট রোধ R হঠাৎ বিপুলভাবে বৃদ্ধি পায়, আর তাই $\frac{di}{dt}$ বিপুলভবে বৃদ্ধি পায়। মনে রাখতে হবে ঐ মুহূর্তে i=I এবং বিরুদ্ধ তড়িচ্চালক বল $\mathcal{E} = -L\frac{di}{dt}$ এইজন্য বিপুলভাবে বৃদ্ধি পায়। তাই বিদ্যুৎ সংযোগ বিচ্ছিন্ন করার সময় তড়িৎ ক্ষরণের দরুণ স্ফুলিঙ্গ সৃষ্টি হয়।

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন :

(1) যদি আবেশকের পরিবাহীর রোধ R_L হয় তবে তার দুই প্রান্তে যুক্ত ভোল্টমিটারের পাঠ কী হবে?

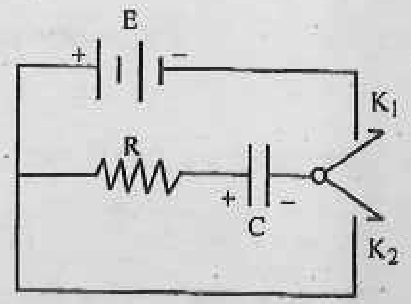
5B.3 রোধ (R) - ধারক (C) শ্রেণী বর্তনী : রোধের মধ্য দিয়ে ধারককে আহিত করণ ও ধারকের আধান ক্ষরণ [R-C series circuit : Charging and Discharging of a Capacitor Through a Resistance]

একটি বর্তনী বিবেচনা করা যাক (চিত্র 5B.6) যেখানে একটি তড়িৎ উৎস (তড়িচ্চালক বল E) ও একটি ধারক (ধারকত্ব C) বর্তমান। ধরা যাক R সমগ্র বর্তনীর মোট রোধ। বর্তনীটিতে দুটি চাবি K_1 ও K_2 বর্তমান। ধারককে আহিত করার সময় K_2 খোলা রেখে K_1 বন্ধ করতে হবে এবং ধারকের আধান ক্ষরণ করার সময় K_1 মুক্ত রেখে K_2 কে বন্ধ করতে হবে।

(ক) ধারকের আহিত করণ (Charging of Capacitor)

K_2 খোলা রেখে K_1 বন্ধ করলে উৎস থেকে তড়িৎ প্রবাহের ফলে ধারক C-এ আধান সঞ্চিত হতে থাকবে এবং তার বিভব বৃদ্ধি পেতে থাকবে। যখন C-এ আধান q, তখন ওর বিভব $\frac{q}{C}$। অতএব কার্যফের বিভব সূত্র থেকে লেখা যায়

$$iR = E - \frac{q}{C}$$



চিত্র 5B.6

যেহেতু $i = \frac{dq}{dt}$

$$\therefore \; R\frac{dq}{dt} = E - \frac{q}{C}$$

$$\text{বা} \quad \frac{dq}{E - \frac{q}{C}} = \frac{dt}{R}$$

সমাকলন করে পাওয়া যায়

$$-C\,\ell n\left(E - \frac{q}{C}\right) = \frac{t}{R} + C'$$

যেখানে C′ = সমাকলন ধ্রুবক এবং যার মান পাওয়া যাবে সূচনা শর্ত থেকে। শুরুতে, অর্থাৎ $t = 0$ তে $q = 0$. অতএব $C' = -C\ \ell n\ E$. অতঃপর লেখা যায়

$$\ell n\left(E - \frac{q}{C}\right) - \ell n\,E = -\frac{t}{CR}$$

$$\text{বা} \quad \ell n\left(\frac{E - \frac{q}{C}}{E}\right) = -\frac{t}{CR}$$

$$\therefore \; E - \frac{q}{C} = Ee^{-\frac{t}{CR}}$$

$$\text{বা} \quad q = EC\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

যখন $t = \infty$, ধারক সম্পূর্ণ আহিত হবে এবং তার আধান হবে Q। অতএব $Q = EC$

$$\therefore \; q = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right) \qquad (5B.11)$$

আগের অনুচ্ছেদের কথা মনে করলে আমরা সহজে চিহ্নিত করতে পারি যে ওই বর্তনীর সময় ধ্রুবক $t = \tau = CR$ এবং এই সময়ে আহিত আধানের পরিমাণ হবে

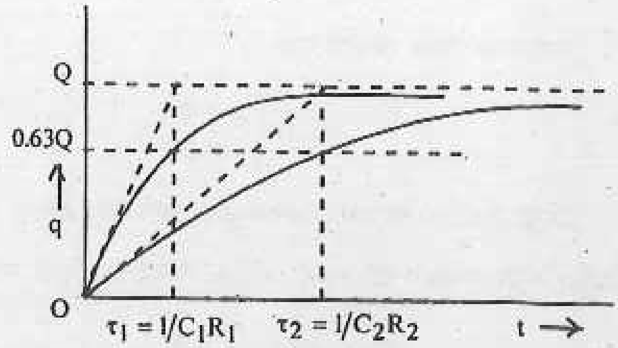
$$q = Q(1 - e^{-1}) = Q(1 - 0.368) = 0.63Q$$

অর্থাৎ সর্বোচ্চ আহিত আধানের 0.63 অংশ বা 63%। আগের মতই দেখানো যায় যে C কে সর্বোচ্চ আধানের 98% আহিত করতে সময় লাগবে $t \approx 4\tau$.

R-এর মধ্য দিয়ে তড়িৎ প্রবাহের মাত্রা

$$i = \frac{dq}{dt.} = \frac{a}{CR}e^{-\frac{t}{CR}} = Ie^{-\frac{t}{CR}} \qquad (5B.12)$$

স্পষ্টতই আহিতকরণের হার অর্থাৎ R এর মধ্য দিয়ে প্রবাহমাত্রা সময় বৃদ্ধির সংগে হ্রাস পাবে এবং অসীম সময় পর $\frac{dq}{dt} = 0$ হবে, অর্থাৎ প্রবাহ বন্ধ হবে। আহিত আধান (q) বনাম সময় (t) এর লেখচিত্র চিত্র 5B.7-এ দেখানো হল। যে বর্তনীর সময় ধ্রুবক $\tau = \frac{1}{CR}$ কম সেই বর্তনীর ধারক দ্রুতহারে আহিত হয়।



চিত্র 5B.7

আহিতকরণ কালে R-এ বিভব পতন V_R হলে, ধারকের বিভব হবে $V_C = E - V_R$

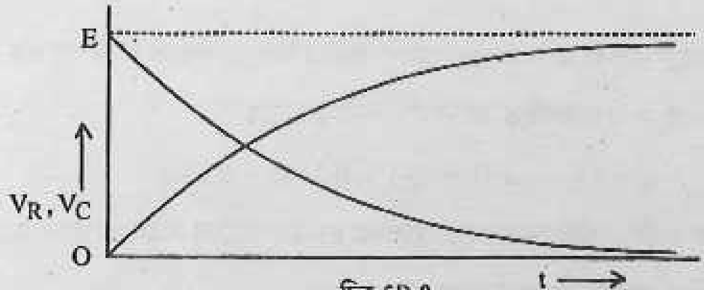
$$\therefore \; V_R = iR = \frac{Q}{C}e^{-\frac{t}{CR}}$$

$$V_C = E - \frac{Q}{C}e^{-\frac{t}{CR}} = \frac{Q}{C}\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

অথবা
$$V_R = Ee^{-\frac{t}{CR}} \qquad (5B.13)$$

$$V_C = E\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right) \qquad (5B.14)$$

সময়ের সংগে V_R ও V_C এর লেখচিত্র হবে চিত্র 5B.8 এর মত।



চিত্র 5B.8

(খ) ধারকের ক্ষরণ (Discharging of Capacitor)

চিত্র 5B.6 দেখুন। প্রথমে K_2 খোলা রেখে K_1 বন্ধ করতে হবে, যেমন আহিতকরণের সময় করা হয়েছে। এর ফলে কিছু সময় পর ধারক C পূর্ণরূপে Q আধানে আহিত হবে এবং C-এর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ হবে কোষের তড়িচ্চালক বল E-এর সমান, অর্থাৎ $Q = CE$. এরপর K_1 খোলা রাখতে হবে। এই অবস্থায় ধারক Q আধানকে অনন্তকাল ধরে রাখতে পারে যদি ধারকটি পরিবেশ থেকে সম্পূর্ণরূপে বৈদ্যুতিক সংযোগ বিচ্ছিন্ন থাকে, অর্থাৎ পারিপার্শ্বিকের থেকে ধারকটিকে যদি সম্পূর্ণ অন্তরিত থাকে এবং ওর ভিতরের মাধ্যম যদি হয় সম্পূর্ণ অন্তরক। কিন্তু এই অবস্থায় যদি চাবি K_2 বন্ধ করা হয় তবে ধারকের ধনাত্মক প্রান্ত থেকে প্রবাহ রোধের মধ্য দিয়ে বিপরীত প্রান্তে যাবে। এর ফলে দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ এবং প্রবাহমাত্রা হ্রাস পাবে। এই ক্ষরণকালের কোন এক সময় t-এ যদি ধারকের আধান থাকে q, তবে ওর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ $\frac{q}{C}$. বর্তনীতে যদি কার্শফের বিভব সূত্র প্রয়োগ করা হয় তবে

$$iR = E - \frac{q}{C}$$

যেখানে উৎস অনুপস্থিত থাকায় $E = 0$.

$$\therefore \quad R\frac{dq}{dt} = -\frac{q}{C}$$

$$\text{বা} \quad \frac{dq}{q} = -\frac{dt}{CR}$$

$$\text{বা} \quad \ell n\, q = -\frac{t}{CR} + C''$$

যেখানে C'' = সমাকলন ধ্রুবক এবং C'' সূচনা শর্ত থেকে নির্ণয় করা যায়। যখন $t = 0, q = Q$. অতএব $C'' = \ell n\, Q$

$$\therefore \quad \ell n\frac{q}{Q} = -\frac{t}{CR} \qquad (5B.15)$$

$$\text{বা} \quad q = Qe^{-\frac{t}{CR}} \qquad (5B.16)$$

দুই পক্ষকে C দিয়ে ভাগ করলে পাওয়া যায়

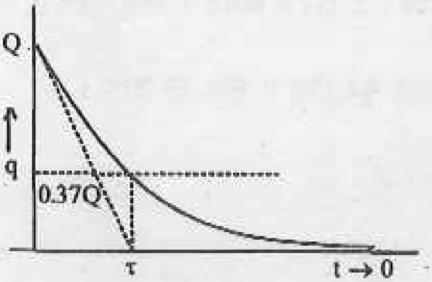
$$V_C = Ee^{-\frac{t}{CR}} \qquad (5B.17)$$

যেখানে V_C = t সেকেণ্ড আধান ক্ষরণের পর ধারকের দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ।

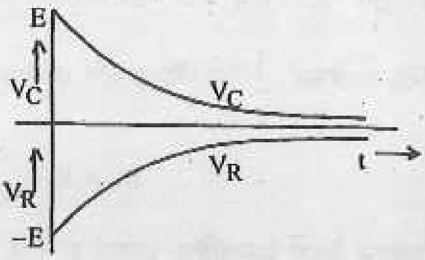
কিন্তু (5B.16) থেকে, $i = -\frac{Q}{CR}e^{-\frac{t}{CR}}$

$$\text{বা } V_R = iR = -Ee^{-\frac{t}{CR}} \qquad (5B.18)$$

সমীকরণ (5B.16) ও (5B.17) যথাক্রমে সময়ের সংগে ধারকের আধান ও বিভবের সম্পর্ক প্রদান করে এবং সমীকরণ (5B.18) রোধ R-এর দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য ও সময়ের সম্পর্ক নির্ণয় করে। লক্ষ্য করুন যে $V_R = V_C$. অর্থাৎ ধারক ও রোধের বিভব পরস্পরের বিপরীতে বর্তমান। সমীকরণ (5B.16) থেকে সময় ধ্রুবক $\tau = \frac{1}{CR}$ এই সময়ান্তে ধারকের আধান হবে $q = Qe^{-1} = 0.37Q$, অর্থাৎ মূল আধানের



চিত্র 5B.9



চিত্র 5B.10

37 শতাংশ। আগের মতই দেখানো যায় যে ধারক সম্পূর্ণরূপে অনাহিত বা ক্ষরিত হতে সময় নেবে 4τ বা $\frac{4}{CR}$ সেকেণ্ড। চিত্র 5B.9-এ আধান ক্ষরণের পর অবশিষ্ট আধান ও সময়ের লেখ দেখানো হল এবং চিত্র 5B.10-এ V_R ও V_C বনাম সময় লেখ দেখানো হল। C বা R জানা থাকলে τ এর মান থেকে অপরটি নির্ণয় করা যায়। এই পদ্ধতি প্রয়োগ করেই উচ্চমানের রোধ পরীক্ষাগারে নির্ণয় করা হয় (পরের অনুচ্ছেদ দ্রষ্টব্য)।

5B.3.1 ধারকের ক্ষরণ দ্বারা উচ্চরোধ নির্ণয়

সমীকরণ 5B.15 থেকে লেখা যায়

$$R = -\frac{t}{C\,\ell n\frac{q}{Q}} = \frac{t}{C\,\ell n\frac{Q}{q}}$$

কিন্তু (5B.17) থেকে যদি লেখা হয় $V_C = V$ এবং $E = V_0$, অর্থাৎ $t = 0$ তে C-এর বিভব, তবে

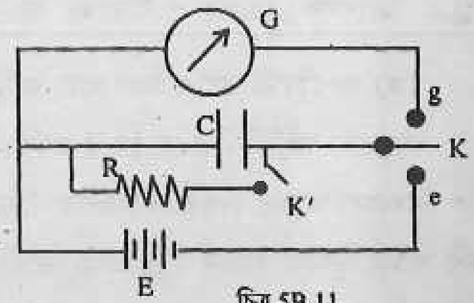
$$\frac{Q}{q}=\frac{V_0}{V}$$

$$\therefore\ R=-\frac{t}{C\,\ell n\dfrac{Q}{q}}=\frac{t}{C\,\ell n\dfrac{V_0}{V}} \qquad (5B.19)$$

স্থিরতড়িৎ ভোল্টমিটার (electrostatic voltmeter) দিয়ে V_0 ও V পরিমাপ করা যায়। অতএব C জানা থাকলে R নির্ণয় করা সম্ভব। আবার q এবং Q পরিমাপ করার জন্য গ্যালভ্যানোমিটার ব্যবহার করা চলে। যদি কোন লম্বিত কুণ্ডলি ব্যালিস্টিক গ্যালভ্যানোমিটারের মধ্য দিয়ে ধারকের আধান ক্ষরিত করা হয় (discharging of capacitor through ballistic galvanometre) তবে গ্যালভ্যানোমিটারের বিক্ষেপণ হবে ওর মধ্য দিয়ে ক্ষরিত আধানের সমানুপাতী। অতএব

$$R=-\frac{t}{C\,\ell n\dfrac{Q}{q}}=\frac{t}{C\,\ell n\dfrac{\theta_0}{\theta}} \qquad (5B.20)$$

যেখানে পরিপূর্ণ আহিত ধারকের আধান Q এবং আংশিক ক্ষরণের পর অবশিষ্ট আধান q এর গ্যালভ্যানোমিটারের মধ্য দিয়ে ক্ষরণ হলে যথাক্রমে বিক্ষেপণ হবে θ_0 এবং θ. θ_0 এবং θ পরিমাপ যোগ্য বলে R নির্ধারণ সম্ভব। সমীকরণ (5B.20) কেবলমাত্র তেমন ধারকের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য যে অন্য কোনভাবে আধান ক্ষরণ ঘটায় না। সাধারণভাবে এত নিখুঁত ধারক দুষ্প্রাপ্য। তাই যখন কোন উচ্চ রোধের মধ্য দিয়ে কিছু সময় ধরে ধারকের আধান ক্ষরণ ঘটানো হয় তখন ধারকের নিজের মধ্য দিয়েও কিছুটা আধান ক্ষরণ হয়। সেই জন্য পরীক্ষাটা দুই ধাপে করা হয়। প্রথমে ধারকের পরাবৈদ্যুতিক অন্তরকের রোধ নির্ণয় ও পরে উচ্চরোধ এবং ধারকের রোধের সমান্তরাল সমবায়ের রোধ নির্ণয়। কারণ উচ্চরোধের মধ্য দিয়ে কোন ধারকের আধান ক্ষরণ ঘটাতে হলে রোধটিকে ধারকের সংগে সমান্তরালভাবে যুক্ত করা হয় (চিত্র-5B.11)। যদি ধারকের রোধ হয় R_C এবং উচ্চ রোধ হয় R, তবে সমান্তরাল সমবায়ের রোধ হবে



চিত্র 5B.11

$$R_p=\frac{RR_C}{R+R_C} \qquad (5B.21)$$

এবং
$$R_p = \frac{t}{C\,\ell n \dfrac{\theta_0}{\theta_p}} \qquad (5B.22)$$

R এবং R_p নির্ণয় করে (5B.21) এর সাহায্যে উচ্চরোধ পাওয়া যায়। চাবি K কে e বিন্দুতে যুক্ত করে ধারক C কে সর্বোচ্চ Q আধানে আহিত করা হয়। তখন K′ খোলা রেখে উচ্চ রোধ R কে বিচ্ছিন্ন রাখা হয়। ধারক পূর্ণরূপে আহিত হলে K কে g বিন্দুর সংগে যুক্ত করা হয়। ফলে ধারকের আধান গ্যালভ্যানোমিটার G-র মধ্য দিয়ে ক্ষরিত হয় এবং গ্যালভ্যানোমিটারে θ_0 বিক্ষেপ হয়। এরপর C কে একইভাবে আহিত করে Kকে e ও g থেকে বিচ্ছিন্ন রাখা হয়। অতঃপর K′ R-র সংগে যুক্ত করে t সময় ধরে আধান ক্ষরণ ঘটানো হয়। এরপর K′ খোলা রেখে সংগে সংগে K কে g-র সংগে যুক্ত করে ধারকের বাকি আধান q কে গ্যালভ্যানোমিটারের মধ্য দিয়ে ক্ষরিত করলে θ_p বিক্ষেপ পাওয়া যায়। θ বিক্ষেপের জন্য K′ মুক্ত রেখে K কে কিছুক্ষণ e বা g থেকে বিচ্ছিন্ন রাখা হয়। ধরা যাক এক, দুই মিনিট পর K কে g-র সংগে যুক্ত করলে θ বিক্ষেপ পাওয়া যায়।

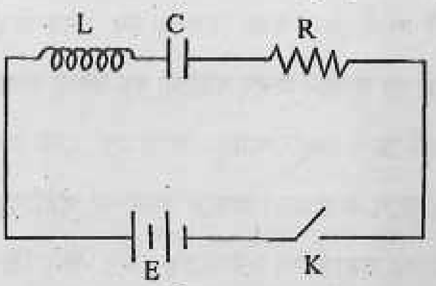
সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

(১) ধারকের আধান ক্ষরণ পদ্ধতিতে দুটি ধারকের ধারকত্বের তুলনা করবেন কীভাবে?

5B.4 আবেশক, রোধক ও ধারকের শ্রেণী বর্তনী

(ক) অপরিবর্তী তড়িৎ উৎস দ্বারা আহিত করণ (Charging by D. C. Source)

আলোচ্য বর্তনীটি চিত্র 5B.12-এ প্রদর্শিত। এই বর্তনী দ্বারা ধারকের আহিতকরণ সংক্রান্ত রাশিমালাটি বেশ চমকপ্রদ। আমরা দেখব যে বর্তনীর উপাদানগুলি বেশ সক্রিয় ভূমিকা পালন করে এবং নিজেদের মান অনুযায়ী আহিত আধান কখনও সময় সাপেক্ষে ঘাতলয়ে (exponentially) বৃদ্ধি পায় আবার কখনও বা দৌদুল্যমান (oscillatory).



চিত্র 5B.12

বর্তনীটিতে যদি কার্শফের বিভব সূত্র প্রয়োগ করা হয় তবে কোন এক সময় t-এ যখন প্রবাহমাত্রা হবে i তখন

$$iR = E - \frac{q}{C} - L\frac{di}{dt}$$

অর্থাৎ

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = E \qquad (5B.23)$$

যদি $i = \frac{dq}{dt}$ সমীকরণ (5B.23)-এ প্রয়োগ করা হয় তবে

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \qquad (5B.24)$$

যদি $Q = q - CE$ ধরা হয় তবে সমীকরণ (6.24) হবে

$$L\frac{d^2Q}{dt^2} + R\frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = 0 \qquad (5B.25)$$

সমীকরণটি সমঘাতী এবং রৈখিক এবং দ্বিতীয় ক্রমের (2nd order, linear, homogeneous eqn) এর সমাধান ধরা যেতে পারে

$$Q = Q'e^{mt}$$

(5B.25)-এ প্রয়োগ করলে পাওয়া যাবে

$$Lm^2 + Rm + \frac{1}{C} = 0$$

$$\therefore\ m = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} \qquad (5B.26)$$

$$= -\alpha \pm \beta$$

যেখানে $\alpha = \frac{R}{2L}$, $\beta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}}$

m-এর প্রতিটি মানই একটি করে সমাধান দেবে বলে সাধারণ সমাধান হবে

$$Q = Ae^{(-\alpha+\beta)t} + Be^{(-\alpha-\beta)t}$$

$$= e^{-\alpha t}\left[Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}\right]$$

$$\therefore\ q = CE + e^{-\alpha t}\left[Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}\right] \qquad (5B.27)$$

যখন $t = 0$, $q = 0$, অতএব

$$A + B = -CE \qquad (ক)$$

আবার সমীকরণ (5B.27) কে অবকলন করে পাই

$$i = \frac{dQ}{dt} = e^{-\alpha t}\left[(\beta-\alpha)Ae^{\beta t} - (\beta+\alpha)Be^{-\beta t}\right]$$

এবং যখন t = 0, i = 0, অতএব

$$(\beta-\alpha)A - (\beta+\alpha)B = 0 \qquad \text{(খ)}$$

(ক) ও (খ) এর মধ্যে সমাধান করে সহজেই পাওয়া যায়

$$A = -\left(\frac{\alpha+\beta}{2\beta}\right)CE \ \text{ এবং } \ B = \left(\frac{\alpha-\beta}{2\beta}\right)CE$$

অতএব (5B.27) থেকে লেখা যায়

$$q = CE\left[1 - \frac{e^{-\alpha t}}{2\beta}\left((\alpha+\beta)e^{\beta t} - (\alpha-\beta)e^{-\beta t}\right)\right] \qquad \text{(5B.28)}$$

q আধানের সংগে t সময়ের সম্পর্কটি β-এর উপর নির্ভর করে। কারণ $\alpha = R/2L$ সর্বদা বাস্তব, কিন্তু $\beta = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{C^2}}$ বাস্তবও হতে পারে আবার কাল্পনিকও হতে পারে। যদি বাস্তব হয় তবে

$$\frac{R^2}{4L^2} \rangle \frac{1}{CL} \text{ বা } R^2 \rangle 4\left(\frac{L}{C}\right) \text{ বা } R \rangle \sqrt{\frac{L}{C}}$$

এই অবস্থায় $\beta < \alpha$, কারণ $\alpha = \frac{R}{2L} \rangle \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{CL}} = \beta$. স্পষ্টতই সময়ের বৃদ্ধির সংগে $e^{-\alpha t}$ সংশ্লিষ্ট পদটি ক্রমশ হ্রাস পেতে থাকবে এবং একসময় q=CE হবে। [সমীকরণ (5B.28) থেকে এই সিদ্ধান্তটিকে পরীক্ষা করে দেখতে পারেন।] অতএব q সময়ের সংগে ঘাতলয়ে বৃদ্ধি পেয়ে সর্বোচ্চ মান CE অর্জন করবে (চিত্র 5B.13) এবং স্পষ্টতই ধারকটি এক্ষেত্রে অপর্যাবৃত্তভাবে আহিত হবে।

কিন্তু যদি $R \langle 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ হয় অর্থাৎ β যদি কাল্পনিক হয় তবে সমীকরণ (5B.28) থেকে আমরা সহজেই বুঝতে পারি যে q হবে দোদুল্যমান (oscillatory)। অতএব সমীকরণ (5B.25) এর সমাধানের জন্য প্রস্তাব করা যেতে পারে যে সমাধানটি হবে

$$Q = A_0 e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t + \in) \qquad \text{(5B.29)}$$

[লক্ষ্য করুন $\sin(\omega_0 t + \in)$ দোদুল্যমানতার জন্য এবং যেহেতু শেষ পর্যন্ত Q একটি স্থির মানে(=CE) পৌঁছাবে, তাই এই দোলগতির বিস্তার হ্রাস পেতে থাকবে, অর্থাৎ এই দোলাটি হবে অবমন্দিত (damped); আর এজন্যই $e^{-\gamma t}$, A_0 এর সংগে গুণ করা হয়েছে, যা নির্দেশ করে যে এক সময় বিস্তার $A_0e^{-\gamma t}$ শূন্য হবে

অর্থাৎ দোলন বন্ধ হবে।] সমীকরণ (5B.29) কে (5B.25) প্রয়োগ করে পাওয়া যায়

$$\left[\left(\gamma^2-\omega_0{}^2\right)L-R\gamma+\frac{1}{C}\right]\sin(\omega_0 t+\in)+\left[R\omega_0-2\gamma\omega_0 L\right]\cos(\omega_0 t+\in)=0$$

যেহেতু এটা একটি অভেদ। তাই t এর যেকোন মানের জন্য এটা সত্য হতে পারে যদি উভয় পদের সহগদুটি পৃথকভাবে শূন্য হয়। অর্থাৎ

$$\gamma=\frac{R}{2L}\ \text{এবং}\ \omega_0=\sqrt{\frac{1}{CL}-\frac{R^2}{4L^2}} \tag{5B.30}$$

অতএব (5B.24) এর সমাধান হল

$$q=CE+A_0e^{-\left(\frac{R}{2L}\right)t}\sin\left[\left(\sqrt{\frac{1}{CL}-\frac{R^2}{4L^2}}\right)t+\in\right] \tag{5B.31}$$

যেখানে স্বেচ্ছা ধ্রুবক (arbitrary constants) A_0 ও $\in$ সূচনা শর্ত থেকে নির্ণেয়। যখন $t=0$, $q=0$. অতএব

$$A_0 \sin\ \in\ = -CE$$

আবার $i=\dfrac{dq}{dt}=-A_0\gamma e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t+\in)+A_0\omega_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_0 t+\in)$

যখন $t=0$, $i=0$, অতএব

$$-A_0\gamma\sin\ \in\ +\ A_0\omega_0\cos\ \in\ =0$$

$$\text{বা}\quad \tan\in=\frac{\omega_0}{\gamma},\ \therefore\ \sin\in=\frac{\omega_0}{\sqrt{\omega_0{}^2+\gamma^2}}$$

$$\therefore\ A_0=-\frac{CE\sqrt{\omega_0{}^2+\gamma^2}}{\omega_0}$$

অতএব দেখা যায়

$$q=CE\left[1-\left(\frac{\sqrt{\omega_0{}^2+\gamma^2}}{\omega_0}\right)e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t+\in)\right] \tag{5B.32}$$

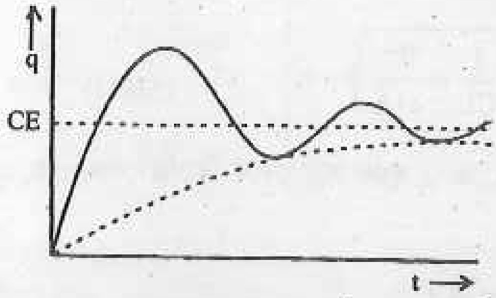
যেখানে

$$\left.\begin{aligned}&\omega_0=\sqrt{\frac{1}{CL}-\frac{R^2}{4L^2}};\ \gamma=\frac{R}{2L},\ \ \in=\tan^{-1}\frac{\omega_0}{\gamma}\\&\in_0=\tan^{-1}\frac{2L}{R}\sqrt{\frac{1}{CL}-\frac{R^2}{4L^2}}\end{aligned}\right\} \tag{5B.33}$$

এবং $$i=\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2+\gamma^2}}{\omega_0^2}\right)CEe^{-\gamma t}[\gamma\sin(\omega_0 t+\epsilon)-\omega_0\cos(\omega_0 t+\epsilon)]$$

$$=\left(\frac{\omega_0^2+\gamma^2}{\omega_0^2}\right)CEe^{-\gamma t}\sin\omega_0 t$$

$$=Ie^{-\gamma t}\sin\omega_0 t,\quad I=\left(\frac{\omega_0^2+\gamma^2}{\omega_0^2}\right)CE \qquad (5B.34)$$

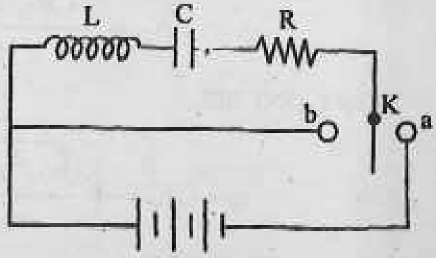


চিত্র 5B.13

ধারক C-এ আধান সঞ্চিত এক্ষেত্রে যেমন-ভাবে হয় তা চিত্র-5B.13 এ দেখানো হল। আধান দোদুল্যমানভাবে ধারকে সঞ্চিত হয় বলে কোন কোন সময় সর্বোচ্চ আধান থেকে q বেশি হতে পারে। q বেশি হলে ধারকের পরাবৈদ্যুতিক অন্তরক নষ্ট হয়ে যেতে পারে। এইজন্য C এবং L শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত বর্তনীকে উচ্চমানের তড়িচ্চালক বলযুক্ত উৎসের সংগে যুক্ত করার আগে উচ্চমানের রোধ শ্রেণীভুক্ত করা দরকার। এতে $\gamma=\frac{R}{2L}$ বৃদ্ধি পাওয়ায় অবমন্দন গুণক $e^{-\gamma t}$ ভীষণভাবে হ্রাস পায় এবং বিস্তার নিয়ন্ত্রণে থাকে।

(খ) ধারকের আধান ক্ষরণ (Discharging of Capacitor)

চিত্র 5B.14 এ চাবি K কে a বিন্দুতে যুক্ত করলে L-C-R শ্রেণী বর্তনীতে ধারক C আহিত হবে। পূর্ণ আহিত হওয়ার পর চাবি K কে b বিন্দুর সংগে সংযুক্ত করলে ধারক L ও R এর মধ্য দিয়ে ক্ষরিত হবে। আহিতকরণের সময় কার্যফের বিভব সূত্র হল



চিত্র 5B.14

$$iR=E-L\frac{di}{dt}-\frac{q}{C}$$

কিন্তু ক্ষরণের সময় বর্তনীতে থাকে না বলে $E=0$ এবং ওহ্‌ম সূত্রটি হবে

$$iR+L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}=0$$

বা $L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$ (5B.35)

যেখানে ক্ষরণকালের কোন এক সময় t-এ ধারকের আধান q. প্রস্তাবিত সমাধান আগের মত $q=Ae^{mt}$ ধরে (5B.35)-এ প্রয়োগ করে পাওয়া যাবে

$$q = e^{-\alpha t}(Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}) \qquad (5B.36)$$

যেখানে $\alpha=\frac{R}{2L}$, $\beta=\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{CL}}$ এবং সূচনা শর্ত থেকে লেখা যায় যখন t = 0, তখন ধারকের আধান সর্বোচ্চ = Q, অতএব

$$A + B = Q \qquad (ক)$$

আবার $i=\frac{dq}{dt}=-\alpha e^{-\alpha t}\left(Ae^{\beta t}+Be^{-\beta t}\right)+e^{-\alpha t}\left(ABe^{\beta t}-\beta Be^{-\beta t}\right)$

এবং যখন t = 0, i = 0

$$\therefore\ (\beta-\alpha)A-(\beta+\alpha)B=0 \qquad (খ)$$

(ক) ও (খ) এর সমাধান হল

$$A=\left(\frac{\alpha+\beta}{2\beta}\right)q_0,\ B=\left(-\frac{\alpha-\beta}{2\beta}\right)q_0$$

অতএব (5B.35) এর সমাধান (5B.36), এখন হবে

$$q=\frac{q_0}{2\beta}e^{-\alpha t}\left[(\alpha+\beta)e^{\beta t}-(\alpha-\beta)e^{-\beta t}\right] \qquad (5B.37)$$

স্পষ্টতই β বাস্তব হলে অর্থাৎ $\frac{R^2}{4L^2}\rangle\frac{1}{CL}$ হলে আধান q সময়ের সংগে ঘাতলয়ে (exponentially) হ্রাস পেয়ে এক সময় ধারকটি সম্পূর্ণ আধানহীন হয়ে পড়বে। (দ্রষ্টব্য—চূড়ান্ত প্রশ্নাবলী) কিন্তু যদি $\frac{R^2}{4L^2}\langle\frac{1}{CL}$ হয় অর্থাৎ যদি বর্তনীতে রোধ খুব নগণ্য হয় তবে কাল্পনিক এবং (5B.37) পর্যাবৃত্ত দোলনের সমীকরণ হবে। অতএব (5B.35) এর সমাধানের জন্য আমরা প্রস্তাব করতে পারি যে সমাধানটি হবে

$$q=A_0e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t+\in) \qquad (5B.38)$$

অতএব সূচনা শর্ত প্রয়োগ করে আমরা বলতে পারি t = 0 হলে q = G

বা, $Q = A_0\sin\in$

আবার $$i=\frac{dq}{dt}=-A_0\gamma e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t+\epsilon)+A_0\omega_0 e^{-\gamma t}\cos(\omega_0 t+\epsilon)$$

এবং আবার $t=0$ হলে $i=0$

তাহলে $$\omega_0\cos\epsilon-\gamma\sin\epsilon=0$$

বা $$\tan\epsilon=\frac{\omega_0}{\gamma}$$

এবং $$A_0=\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2+\gamma^2}}{\omega_0}\right)Q$$

অতএব $$q=\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2+\gamma^2}}{\omega_0}\right)Qe^{-\gamma t}\left[\omega_0\cos(\omega_0 t+\epsilon)-\gamma\sin(\omega_0 t+\epsilon)\right] \quad (6.39)$$

এবং প্রবাহমাত্রা হবে

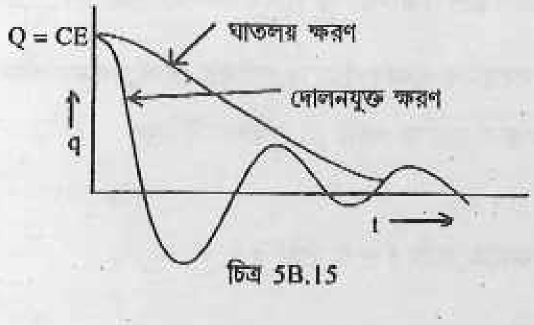
$$i=-\left(\frac{\sqrt{\omega_0^2+\gamma^2}}{\omega_0}\right)Qe^{-\gamma t}\left[\omega_0\cos(\omega_0 t+\epsilon)-\gamma\sin(\omega_0 t+\epsilon)\right]$$

$$=-\left(\frac{\omega_0^2+\gamma^2}{\omega_0}\right)Qe^{-\gamma t}\sin\omega_0 t$$

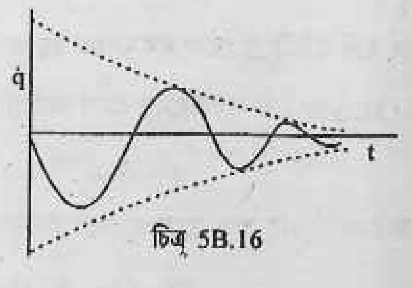
$$=Ie^{-\gamma t}\sin\omega_0 t \quad (6.40)$$

যেখানে $$I=-\left(\frac{\omega_0^2+\gamma^2}{\omega_0}\right)Q$$

চিত্র 6.15 ও 6.16-এ যথাক্রমে আধান ক্ষরণ ও প্রবাহমাত্রার সংগে সময়ের সম্পর্কটি দেখানো হয়েছে।



চিত্র 5B.15



চিত্র 5B.16

আহিতকরণ বা আধানক্ষরণ, উভয় ক্ষেত্রে L-C-R বর্তনীর স্বাভাবিক কম্পাঙ্ক হল

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}} \qquad (5B.41)$$

যদি R খুবই ক্ষুদ্র হয় তবে

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{CL}} \qquad (5B.42)$$

যখন $\beta = 0$, তখন আহিত করণ বা ক্ষরণ প্রক্রিয়া অবমন্দিতও নয়, আবার দোদুল্যময় নয়। এই অবস্থাকে বলে ক্রান্তিক অবনন্দন (critical damping)। এই অবস্থায় $R = 2\sqrt{L/C}$.

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

(3) সংকট বা ক্রান্তিক অবমন্দন অবস্থায় প্রবাহমাত্রার রাশিমালা নির্ণয় করুন।

5B.5 সারসংক্ষেপ

* আপনারা জেনেছেন ক্ষণস্থায়ী প্রবাহে L-R বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধি ও ক্ষয় কীভাবে ঘটে L-R বর্তনীতে তড়িচ্চালক বল যুক্ত হলে প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধি পায় এইভাবে

$$i = I\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

বর্তনীর সময় ধ্রুবক $\tau = \frac{L}{R}$. এই সময়ে বর্তনীতে প্রবাহমাত্রা

i = 0.631 বা I এর 63 শতাংশ

ক্ষয়িষ্ণু প্রবাহমাত্রার ক্ষেত্রে

$$i = Ie^{-\frac{RT}{L}}$$

সময় ধ্রুবক $\tau = \frac{L}{R}$ এবং এই সময়ে প্রবাহমাত্রা হ্রাস পেয়ে হয় সর্বোচ্চ প্রবাহমাত্রার 37 শতাংশ।

* C-R শ্রেণী বর্তনীতে ধারকে আহিত করণ ও ক্ষরণ তড়িচ্চালক বল যুক্ত হলে t সময় পর ধারকে সঞ্চিত আধান

$$q = Q\left(1 - e^{-\frac{t}{CR}}\right), \; Q = EC$$

সময় ধ্রুবক τ = CR এবং এই সময়ে, সঞ্চিত আধানের পরিমাণ সর্বোচ্চ আধানের 63 শতাংশ। একই সময়ে প্রবাহমাত্রা

$$i = Ie^{-t/CR}$$

ক্ষরণকালে t সময় পর অবশিষ্ট আধান

$$q = Qe^{-t/CR}$$

এবং প্রবাহমাত্রা $\qquad i = -Ie^{-t/CR}$

* আপনারা জেনেছেন ক্ষরণ পদ্ধতিতে উচ্চরোধ নির্ণয়ের পদ্ধতি।
* L-C-R শ্রেণী বর্তনীতে যখন ঘাতলয়ে (asymptotically) ধারকের আধান বৃদ্ধি হয় তখন t সময়ে সঞ্চিত আধান

$$q = CE\left[1 - \frac{e^{-\alpha t}}{2\beta}\left((\alpha+\beta)e^{\beta t} - (\alpha-\beta)e^{-\beta t}\right)\right]$$

যখন আধান সঞ্চয় ঘটে দোদুল্যমান ভাবে (oscillatory) তখন

$$q = CE\left[1 - \left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2}}{\omega_0}\right)e^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t + \in)\right]$$

যেখানে $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$, $\gamma = \frac{R}{2L}$ এবং $\in = \tan^{-1}\frac{\omega_0}{\gamma}$

এবং ঐ সময়ে প্রবাহমাত্রা হয়

$$i = Ie^{-\gamma t}\sin\omega_0 t$$

যেখানে $\qquad I = \left(\frac{\omega_0^2 + \gamma^2}{\omega_0}\right)CE$

যখন আধান ক্ষরণ হয় তখন t সময় পর অবশিষ্ট আধান

$$q = \left(\frac{\sqrt{\omega_0^2 + \gamma^2}}{\omega_0}\right)Qe^{-\gamma t}\sin(\omega_0 t + \in)$$

এবং প্রবাহমাত্রা হয়

$$i = Ie^{-\gamma t}\sin\omega_0 t$$

যেখানে $$I = -\left(\frac{\omega_0^2 + \gamma^2}{\omega_0}\right)Q$$

আহিতকরণ ও ক্ষরণ উভয় ক্ষেত্রে বর্তনীর স্বভাব কম্পাংক হবে

$$f = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

5B.6 চূড়ান্ত প্রশ্নাবলি

1. একটি দোলনীয় বর্তনী একটি স্থির মানের তড়িচ্চালক বলের উৎসের সংগে যুক্ত। দেখান যে, বর্তনীর ধারকে সর্বোচ্চ যে আধান সঞ্চিত হতে পারে, তা হ'ল

$$q_{\text{চরম}} = CE\left[1 - e^{-\frac{\pi\alpha}{\omega_0}}\right]$$

2. প্রশ্ন 1 এর বর্তনীতে যদি $R = 10\ \Omega$, $C = 0.1\ \mu f$ এবং $L = 10\ mH$ হয় তবে চূড়ান্ত আধান ও সর্বোচ্চ আধানের অনুপাত কত?

3. একটি ক্রান্তিক অবমন্দিত বর্তনীতে আধান যেভাবে ক্ষরিত হয় তার নিয়মটি হল :

$$q = q_0(1 + \alpha t)e^{-\alpha t}$$

প্রমাণ করুন।

4. যখন $1\ \mu f$ ধারককে আহিত করে 10 মিনিট অপেক্ষা করা হয় তখন তার 10 শতাংশ আধান ক্ষরণ হয়। কিন্তু যখন ধারকের দুই প্রান্তে একটি উচ্চমানের রোধ যুক্ত করা হয় তখন পূর্ণ আহিত ধারকটি 2 মিনিটে তার আধানের 50 শতাংশ ক্ষরণ ঘটায়। উচ্চমানের রোধটির মান নির্ণয় করুন।

5. যদি L-R শ্রেণী বর্তনীর রোধ উপেক্ষণীয় হয় তবে প্রমাণ করুন যে এই বর্তনীতে প্রবাহমাত্রার বৃদ্ধির সূত্রটি $i = \left(\frac{E}{L}\right)t$

5B.7 প্রশ্নাবলির সমাধান

সংক্ষিপ্ত উত্তরধর্মী প্রশ্ন

(1) ধরা যাক বর্তনীর মোট রোধ $R = R_{ex} + R_L$, যেখানে R_{ex} হল আবেশকের সংগে যুক্ত বাকী বর্তনীর রোধ। যখন আবেশকে বিপরীত তড়িচ্চালক বল ε_L, তখন বর্তনীতে কার্যফের বিভব সূত্র প্রয়োগ

করলে লেখা যায়

$$i(R_{ex} + R_L) = E - \mathcal{E}$$

$$\therefore\ E = iR_{ex} + (\mathcal{E} + iR_L)$$

iR_{ex} বর্তনীর অন্যান্য পাশে বিভব পতন। অতএব আবেশকে বিভব পতন $\mathcal{E} + iR_L$. এটাই ভোল্টমিটারের পাঠ।

2. দুটো ধারককে V বিভবে আহিত করা হল। অতএব দুজনের সঞ্চিত আধান $q_1 = C_1V$ এবং $q_2 = C_2V$. এই আধান যদি কোন ব্যালিস্টিক গ্যালভানোমিটারের মধ্য দিয়ে ক্ষরণ করা হয়, তবে ধরা যাক দুই ক্ষেত্রে গ্যালভ্যানোমিটারের বিক্ষেপ হল θ_1 এবং θ_2 যেহেতু গ্যালভানোমিটারের বিক্ষেপ উহাতে প্রবাহিত মোট আধানের সমানুপাতী, তাই

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{C_1V}{C_2V} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\therefore\ \frac{C_1}{C_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}$$

3. দেখানো যায় যে (চূড়ান্ত প্রশ্নাবলিও দ্রষ্টব্য) সংকট অবমন্দন বর্তনীতে যে ভাবে আধান সঞ্চয় ঘটে তা'হল

$$q = CE\left[1 - (1 + \alpha t)e^{-\alpha t}\right]$$

অতএব $$i = \frac{dq}{dt} = CE\left[\alpha(1 + \alpha t)e^{-\alpha t} - \alpha e^{-\alpha t}\right] = CE\alpha^2 te^{-\alpha t}$$

অর্থাৎ প্রবাহমাত্রা আধানের মত ঘাতলয়ে (exponentially) বৃদ্ধি পাবে।

চূড়ান্ত প্রশ্নাবলির উত্তর

1. কোন এক সময়ে দোলনী বর্তনীতে আধান

$$q = CE\left[1 - \frac{\sqrt{\omega_0{}^2 + r^2}}{\omega_0} e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \mathcal{E})\right]$$

যেখানে $$\tan \epsilon = \frac{\omega_0}{\alpha},\ \alpha = \frac{R}{2L},\ \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{CL} - \frac{R^2}{4L^2}}$$

এবং প্রবাহমাত্রা

$$i=\left(\frac{\omega_0^{\ 2}+\alpha^2}{\omega_0}\right)CEe^{-\alpha t}\sin\omega_0 t$$

যখন ধারকে আহিত আধান সর্বোচ্চ হবে তখন প্রবাহ বন্ধ হবে, অর্থাৎ যখন $i = 0$, $q = q_{চরম}$। যেহেতু বর্তনীটি দোলনীয় তাই বারবার $i = 0$ হবে এবং q চরম হবে। কিন্তু প্রথম যখন $i = 0$ হবে তখনকার q এর চরম মান হবে অন্য যেকোন চরম মান অপেক্ষা বেশী। অতএব প্রথম যখন $i = 0$,

$$\sin\omega_0 t = 0$$

অর্থাৎ $\qquad \omega_0 t = n\pi, \quad n = 1, 2, 3,......$

অতএব এক্ষেত্রে $\qquad t=\dfrac{\pi}{\omega_0}$

অতএব

$$q_{চরম}=CE\left[1-\frac{\sqrt{\omega_0^{\ 2}+\alpha^2}}{\omega_0}e^{-\frac{\alpha\pi}{\omega_0}}\sin(\pi+\in)\right]$$

$$=CE\left[1+\frac{\sqrt{\omega_0^{\ 2}+\alpha^2}}{\omega_0}e^{-\frac{\alpha\pi}{\omega_0}}\sin\in\right]$$

কিন্তু $\qquad \tan^2\in=\dfrac{\omega_0^{\ 2}}{\alpha^2} \qquad \therefore\ \sin^2\in=\dfrac{\omega_0^{\ 2}}{\omega_0^{\ 2}+\alpha^2}$

$$q_{চরম}=CE\left[1+e^{-\frac{\pi\alpha}{\omega_0}}\right]$$

2. চূড়ান্ত আধান $Q = CE$, অতএব

$$\frac{q_{চরম}}{Q}=1+e^{-\frac{\pi\alpha}{\omega_0}}$$

এখন $\qquad \dfrac{\alpha}{\omega_0}=\dfrac{R/2L}{\sqrt{\dfrac{1}{CL}-\dfrac{R^2}{4L^2}}}=\dfrac{\alpha}{\sqrt{\dfrac{1}{CL}-\alpha^2}}$

$$\alpha=\frac{R}{2L}=\frac{10}{2\times10\times10^{-3}}=500$$

$$\frac{1}{CL}=\frac{1}{0.1\times10^{-6}\times10\times10^{-3}}=10^9$$

$$\frac{\alpha}{\omega_0}=\frac{500}{\sqrt{10^9-25\times10^4}}=\frac{\alpha}{\sqrt{10^5-25}}=\frac{5}{316.2}$$

$$e^{-\pi\frac{\alpha}{\omega_0}}=0.952$$

$$\therefore \quad \frac{q_{চরম}}{Q}=1.952$$

3. L-C-R বর্তনীতে আধান ক্ষরণের স্বাধারণ রাশিমালা হল

$$q=\frac{q_0}{2\beta}e^{-\alpha t}\left[(\alpha+\beta)e^{\beta t}-(\alpha-\beta)e^{-\beta t}\right]$$

যেখানে $\alpha=\frac{R}{2L}$ এবং $\beta=\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{CL}}$

সমীকরণটি নতুন করে সাজিয়ে লেখা যায়

$$q=q_0e^{-\alpha t}\left\{\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{e^{\beta t}-e^{-\beta t}}{2}\right)+\left(\frac{e^{\beta t}+e^{-\beta t}}{2}\right)\right\}$$

$$=q_0e^{-\alpha t}\left\{\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta t}{1!}+\frac{\beta^3t^3}{3!}+\ldots\ldots\right)+\left(1+\frac{\beta^2t^2}{2!}+\frac{\beta^4t^4}{4!}+\ldots\ldots\right)\right\}$$

যেহেতু সংকট অবমন্দনে $\beta = 0$, তাই

$$q = q_0e^{-\alpha t}[\alpha t + 1] = q_0(1 + \alpha t)e^{-\alpha t}$$

4. কোন C-R বর্তনীতে আধান ক্ষরণের সমীকরণটি হল

$$q=Qe^{-\frac{t}{CR}}$$

$$\therefore \quad \frac{t}{CR}=-\ell n\frac{q}{Q}=\ell n\frac{Q}{q}$$

$$R=\frac{t}{C\,\ell n\frac{Q}{q}}$$

ধরা যাক R_p = ধারক ও উচ্চরোধ R_H এর সমান্তরাল সমবায়ের তুল্য রোধ।

অর্থাৎ $$\frac{1}{R_P}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R_H}$$

$$\therefore \quad \frac{1}{R_H} = \frac{1}{R_P} - \frac{1}{R} = \frac{R - R_P}{RR_P}$$

$$R_H = \frac{RR_P}{R - R_P}$$

এখন প্রথম ক্ষেত্রে $\quad \frac{Q}{q} = \frac{100}{90} = \frac{10}{9}$

এবং দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $\quad \frac{Q}{q} = \frac{100}{50} = 2$

$$\therefore \quad R = \frac{10 \times 60}{10^{-6} \ell n \frac{10}{9}} = \frac{6 \times 10^8}{\ell n \frac{10}{9}} = 5695 M\Omega$$

$$R_P = \frac{2 \times 60}{10^{-6} \ell n 2} = \frac{12 \times 10^7}{\ell n 2} = 173 M\Omega$$

$$\therefore \quad R_H = \frac{173 \times 5695}{5695 - 173} = 178 M\Omega$$

5. প্রবাহমাত্রা বৃদ্ধির সময় L-R শ্রেণী বর্তনীতে

$$i = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{Rt}{L}}\right)$$

$$= \frac{E}{R}\left[1 - \left(1 - \frac{Rt}{L} + \frac{R^2t^2}{2!L^2} + \ldots\ldots\right)\right]$$

$$= \frac{E}{R}\left[\frac{Rt}{L} - \frac{R^2t^2}{L^2 2!} + \frac{R^3t^3}{L^3 3!} \ldots\ldots\right]$$

যেহেতু R উপেক্ষণীয় তাই উর্ধ্বঘাতের R বিশিষ্ট পদগুলি বর্জনীয়।

$$\therefore \quad i = \left(\frac{E}{L}\right)t$$

অতিরিক্ত পাঠ্য :

1. **Principle of Electricity – Page and Adams**

2. **Electricity and Magnetism – Fewks and Yarwôod**

$$\frac{1}{R_s} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R} = \frac{R-R_1}{RR_1}$$

$$R_s = \frac{RR_1}{R-R_1}$$

[illegible]

3. [illegible]

[illegible]

Reference:

1. Principles of Electricity – Page and Adams
2. Electricity and Magnetism – Brooks and Poyntend

একক - 6 ☐ পর্যাবৃত্ত তড়িৎপ্রবাহ

গঠন

6.1 প্রস্তাবনা

সাধারণ কোর যুক্ত তড়িৎ বর্তনীতে যে তড়িচ্চালক বল ও তড়িৎ প্রবাহ ঘটে তা সাধারণত একমুখী। কিন্তু এই পর্যায় আমাদের আলোচনার বিষয় সম্পূর্ণ অন্য ধরনের তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহ। এই বল বা প্রবাহ পর্যাবৃত্ত, এবং এদের নির্দ্দিষ্ট সময়কাল ও কম্পাঙ্ক আছে। আমরা এই জাতীয় তড়িচ্চালক বল বা প্রবাহকে 'পরিবর্তী' বলে আপনাদেরকে পরিচিত করতে চাই। তাই পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল কোন বিশুদ্ধরোধ, আবেশ কুন্ডলী বা ধারকের প্রান্তে যুক্ত করলে বর্তনীতে প্রবাহ মাত্রা কিরকম হবে বা প্রবাহ মাত্রার বাধার স্বরূপ নির্ণয় এই এককের প্রাথমিক কাজ। এছাড়াও ওদের একাধিক উপাদান দ্বারা গঠিত বর্তনীতেও পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগের ফল আলোচনা করা হবে। কিন্তু এ সবের আগে জানা প্রয়োজন কিভাবে এই পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল উৎপাদন সম্ভব এবং যেহেতু এর মান সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয় এর পরিমাপক রাশি কিভাবে স্থির করা যায়।

পরিবর্তী তড়িৎ উৎসের সাথে যুক্ত বহির্বর্তনীতে শক্তি অপচয়ের হার সর্বাধিক হওয়ার শর্ত সংক্রান্ত আলোচনাও এই পরিচ্ছেদে করা হবে।

উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায়ে আমরা জানতে পারব

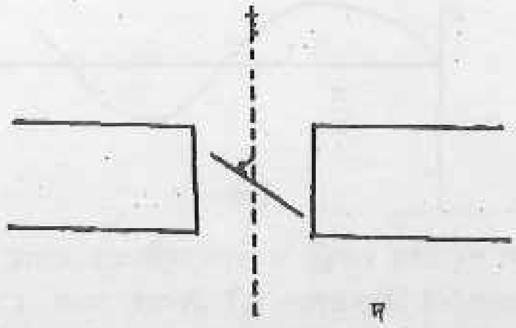
- পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের সৃষ্টির উপায়
- পরিবর্তী বিভব ও প্রবাহ-মাত্রা মাপার রাশি সকল—গড় মান ও গড় বর্গমূল মান।
- পরিবর্তী বর্তনী বিশ্লেষণে কারকের প্রয়োগ ও সার্বিক রোধ।
- বর্তনীতে রোধ, আবেশকুন্ডলী ও ধারকের উপস্থিতিতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের প্রয়োগে প্রবাহের স্বরূপ।
- শ্রেণী L-C-R বর্তনী ও তার অনুনাদের ধারণা।
- সমান্তরাল L-C-R বর্তনী ও তার অনুনাদের ধারণা।
- সমান্তরাল L-C-R বর্তনী ও তার অনুনাদ পর্যালোচনা,
- বহির্বর্তনীতে প্রাপ্ত সর্বোচ্চ শক্তির হারের শর্ত।

6.2 পরিবর্তী তড়িৎ উৎপাদনের সহজ উপায় ঃ

আমরা এই এককের আলোচনা সরল সাইনীয় পর্যাবৃত্ত তড়িৎচ্চালক বল এবং প্রবাহ নিয়ে আলোচনা করব। যদিও "পরিবর্তী" যে সময়ের সাথে পরিবর্তনশীলতাকেই বোঝায় এবং সেসব ক্ষেত্রে পরিবর্তী প্রবাহ বা তড়িৎচ্চালক বলের সময় নির্ভরতার লেখচিত্র জটিল হওয়াও সম্ভব।

একটি স্থির সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রে একটি তারের বধ কুন্ডলীকে সমকৌণিক গতিতে ঘোরালে পরিবর্তী তড়িৎ প্রবাহের সৃষ্টি হয়। এর ফলে ঐ বধ কুন্ডলীর সাথে জড়িত চৌম্বক বল রেখার সংখ্যা সময়ের সাথে বদলে যায়। ফলে তড়িৎ চুম্বকীয় আবেশের সূত্র অনুসারে একটি তড়িৎচ্চালক বল সৃষ্টি করে। তড়িৎ আবেশ সংক্রান্ত ফ্যারাডে ও লেঞ্জের মিলিত সূত্র অনুসারে এই তড়িচ্চালক বল $e = -\frac{dN}{dt}$ সূত্র হতে পাওয়া যায়, সেখানে N= যে কোন মুহূর্তে কুন্ডলীর সাথে জড়িত বল রেখার পরিমাণ।

মনে করা যাক ঘূর্ণনের শুরুতে তল চৌম্বক বল রেখাকে লম্ব ভাবে ছেদ করে এবং কুন্ডলী কাগজের তলের লম্ব অক্ষকে অক্ষ ধরে সমবেগে (ω = কৌণিক বেগে) ঘোরে। চিত্র (6.1a) ফলে 't' সময় পরে



চিত্র(6.1a)

কুন্ডলীর কৌণিক সরণ ωt হয়। সুষম চৌম্বক ক্ষেত্রে প্রাবল্য B ও বধ কুন্ডলীর ক্ষেত্রফল A হলে 't' সময় কুন্ডলীর সাথে তড়িৎ চৌম্বক বল রেখার সংখ্যা $N=AB\cos\omega t$. কুন্ডলীতে তারের পাক সংখ্যা 'n' হলে ঐ বলরেখার সংখ্যা হয় $N=nAB\cos\omega t$ এটির সময়ের সঙ্গে পরিবর্তিত হয়। ফলে তড়িৎ

$$e = -\frac{dn}{dt}$$

$$= -\frac{d}{dt}(nAB\cos\omega t)$$

$$= n\,AB\,\omega\sin\omega t$$

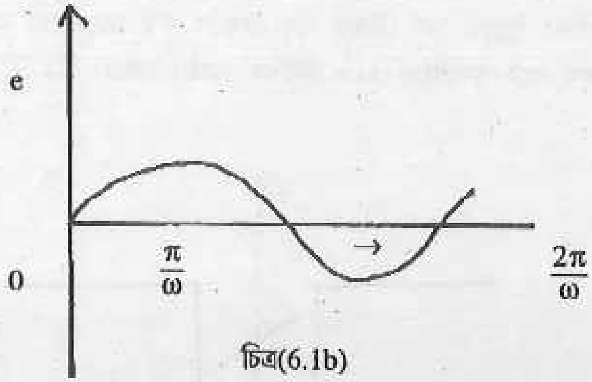
$$= Eo\sin\omega t$$

আবেশ সুত্রানুযায়ী এটাই উৎপন্ন পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের সরল সাইনীয় রূপ।

B ও W এর সুষম মানের জন্য এই সরল রূপ পাওয়া সম্ভব।

E_o= n AB w এই পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের সর্বোচ্চমান এবং এই কুন্ডলীর পাকসংখ্যা 'n', ক্ষেত্রফল

A, চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য B ও কুণ্ডলী ঘূর্ণনের কৌণিক বেগ ω এর উপর নির্ভর করে (6.1b) চিত্রে সময়ের সঙ্গে e-এর পরিবর্তন দেখানো হয়েছে। সরলদোল গতির সঙ্গে এর সামঞ্জস্য আছে। এই পর্যাবৃত্ত তড়িৎচ্চালক বলের পর্যায় কাল $T = \frac{2\pi}{\omega}$ এবং কম্পাঙ্ক $f = \frac{\omega}{2\pi}$। এই উৎপাদিত তড়িচ্চালক বলের মান পর্যায় ক্রমে 'T' সময়ান্তরে শূন্য থেকে $+E_0$ থেকে শূন্য, শূন্য থেকে আবার $-E_0$ এর $-E_0$ থেকে শূন্যে পৌঁছে একটি পর্যায় সম্পূর্ণ করছে।



চিত্র(6.1b)

যেহেতু তড়িচ্চালক বল পর্যায়ক্রমে একমুখী ও বিপরীতমুখী হয়ে চলেছে, তেমনি এই তড়িচ্চালক বলের প্রয়োগে কোন বদ্ধ বর্তনীতে সংশ্লিষ্ট বিদ্যুৎপ্রবাহও পরিবর্তী হবে। অর্থাৎ T অর্ধেক সময় একমুখী ও বাকী অর্ধেক বিপরীতমুখী। 'e' তড়িৎচ্চালক বল ও 'i' প্রবাহ মাত্রা প্রতি মুহূর্তে বদলায় বলে কোন উত্থানের মানকে ক্ষণিক তড়িৎচ্চালক বল ও 'ক্ষণিক প্রবাহ' বলে উল্লেখ করা হবে।

6.3 পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল অথবা প্রবাহের "গড় মান" ঃ

আমরা পূববর্তী আলোচনার দেখেছি যে পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রে পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রে তড়িৎচ্চালক বল (e) ও প্রবাহ মাত্র (i) সময়ের সাথে পরিবর্তিত হয়। সুতরাং একমুখী তড়িতের ক্ষেত্রে ওদের যেভাবে পরিমাপ করা হয়, এখানে তা করা অর্থহীন। সুতরাং এই তড়িচ্চালক বল ও প্রবাহের "ক্ষণিক" মানের পরিমাপ এর বদলে একটি গড় মানের চেষ্টা করা যেতে পারে যা সময়ের সাপেক্ষে স্থির থাকবে।

যেহেতু e= Eo sin ωt, পূর্ণ সময়কালের এর গড় মান হবে শূন্য। সেই কারণে প্রচলিত রীতি অনুযায়ী কেবল অর্ধেক সময়কালে ঐ চলরাশির গড় মান বার করা হবে। গণিতের নিয়ম অনুযায়ী f (ωt) এ চল রাশির গড় মান অর্ধ সময়কালে নিম্নরূপে নির্ণয় করা যায়।

$$\bar{f} = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} f(\omega t)dt}{\int_0^{\frac{T}{2}} dt}$$

এখন, $e = E_o \sin \omega t$ ধরলে

$$\bar{e} = \text{তড়িৎচ্চালক বলের গড় মান} = \frac{\int_0^{\frac{T}{2}} E_o \sin \omega t \, dt}{\int_0^{\frac{T}{2}} dt}$$

$$= \frac{\frac{E_o}{\omega}\left[-\cos \omega t\right]_o^{\frac{T}{2}}}{\frac{T}{2}} = \frac{\frac{E_o}{\omega}}{\frac{\pi}{\omega}}[1+1] \qquad \left[\because T = \frac{2\pi}{\omega}\right]$$

$$= \frac{2E_o}{\pi} = \cdot 637 \times \text{শীর্ষ মান} \qquad — 6.2$$

অনুরূপে প্রবাহ মাত্র 'i' এর ও গড় মান নির্ণয় সম্ভব।

6.4 বর্গ গড় মানের বর্গমূল (r. m. s value)

বাস্তবে গড় মান পরিমাপের জন্য কোন যন্ত্র তৈরী সম্ভব নয় কারণ সেক্ষেত্রে সেই যন্ত্র পরিবর্তী তড়িতের বর্তনীতে জুড়ে দিলে সে পূর্ণ চক্রের এক অর্ধাংশে গড় মান নির্ণয় করবে এবং বাকী অর্ধাংশে নিষ্ক্রিয় থাকবে। সুতরাং গাণিতিক ভাবে গড়মান নির্ণয় করলেও তার কোন বাস্তব মূল্য নেই।

কিন্তু পরোক্ষ প্রভাবের দ্বারা 'e' বা 'i' সদাপরিবর্তনশীল মান না মেপেও অপর একটি গড় মান নির্ণয় সম্ভব। আমরা তড়িতের জুল ক্রিয়া থেকে জানি বর্তনীতে প্রবাহের ফল উৎপন্ন তাপ i^2 বা e^2 সঙ্গে সমানুপাতী। সুতরাং 'i' বা 'e' এর মান ধনাত্মক বা ঋণাত্মক হলেও 'i^2' বা "e^2" সর্বদা ঋণাত্মক থাকে। সেক্ষেত্র 'i^2' বা 'e^2' সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল হলেও তার গড় পরিমাপ সম্ভব। সুতরাং আমরা 'e^2' বা 'i^2' এর গড় মান নির্ণয় করে তার বর্গমূল নির্ণয় করব এবং সেটাই পরিমাপ যোগ্য গড় বর্গমানের বর্গমূল।

সুতরাং গড় মান ন্নির্ণয়ের গাণিতিক সংজ্ঞানুযায়ী।

$$\overline{e^2} = \text{'e' এর বর্গের গড় মান} = \frac{\int_0^T e^2 dt}{\int_0^T dt} = \frac{\int_0^T E_0{}^2 \sin^2 \omega t \, dt}{T}$$

$$\overline{e^2} = \frac{Eo^2}{2T}\int_0^T (1-\cos 2\omega t) dt$$

$$= \frac{Eo^2}{2} \qquad \left[\because \int_0^T \cos 2\omega t \, dt = 0\right]$$

$$\therefore \; e_{r.m.s.} = \sqrt{\overline{e^2}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = 0 \cdot 707 \times \text{ শীর্ষমান} \qquad - (6.3)$$

বাস্তবে তড়িতের তাপক্রিয়া সংক্রান্ত জুলের সূত্র ব্যবহার করে কোন যন্ত্রে ঐ উৎপন্ন তাপের গড় মান নির্ণয় করে পরোক্ষে $e_{r.m.s}$ নির্ণয় করা যায়। $e_{r.ms.}$ এর তাৎপর্য্য হিসাবে লেখা যায় যে " কোন নির্দিষ্ট সময় $e_{r.ms.}$ মানের স্থির তড়িচ্চালক বলের ক্রিয়ায় যে তাপ উৎপন্ন হয়, 'e' পরিবর্তী তড়িৎচ্চালক বল ঐ বর্তনীতে ঐ সময় একই তাপ উৎপন্ন করে" এই কারণে গড়বর্গমানের বর্গমূলকে বাহ্য মান (virtual value) বলা হয়।

প্রশ্নঃ (ক) পরিবর্তী তড়িৎ কি বেশী বিপজ্জনক?

(খ) পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলের শীর্ষমান গড় মান ও গড় বর্গমানের বর্গমুলের মধ্যে সম্পর্কটি নির্ণয় করুন।

6.5 পরিবর্তী তড়িৎ বর্তণীতে শক্তির ক্ষয়ের হার

জুল সূত্র অনুসারে তড়িৎপ্রবাহজনিত উৎপন্ন তাপ প্রবাহমাত্রার বর্গের সমানুপাতী। পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে তড়িৎশক্তি অপচয়ের হার 'P' সময়ের সঙ্গে পাল্টে যায় এবং কোন মুহূর্তে শক্তিক্ষয়ের হার ঐ মুহূর্তে বিভব ও প্রবাহমাত্রা-র গুণফল হিসাবে প্রকাশ করা গেলেও গাণিতিক নিয়ম অনুসারে পাওয়া P-এর গড় মানই কার্যকর মান হিসাবে ধরা হবে। সেক্ষেত্রে P-এর গড় মান নির্ণয় সূত্র

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T vi \; dt$$

এখন $v = v_0 \sin wt$ এবং $i = I_0 \sin(\omega t + \alpha)$ যেখানে v ও i এর দশা পার্থক্য α

$$\text{এখন } \overline{P} = \frac{v_0 I_0}{T}\int_0^T \sin \omega t \sin(\omega t + \alpha)\, dt$$

$$= \frac{v_0 I_0}{2T}\int_0^T [\cos\alpha - \cos(2\omega t + \alpha)]\, dt$$

$$= \frac{v_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos\alpha \qquad \left[\because \int_0^T \cos(2\omega t + \alpha)\, dt = 0\right]$$

$$= V_{r.m.s} \times I_{r.m.s.} \cos\alpha \qquad \ldots\ldots \qquad (6.4)$$

এই গড় মান পরিমাপযোগ্য রাশি এবং এটি কেবলমাত্র বিভব ও প্রবাহমাত্রার বাহ্য মানের গুণফল

নয় ঐ গুণফলকে $\cos\alpha$ দিয়ে গুণের দ্বারা $\bar{P}$ পাওয়া যায়। ফলে $\cos\alpha$ কে ক্ষমতার গুণক বলে।

পরবর্তী কালে দেখা যাবে বিশুদ্ধ আবেশকুন্ডলী বা ধারকের প্রান্তে পরিবর্তী উৎস যুক্ত করলে বর্তনীতে প্রবাহ যাওয়া সত্ত্বেও কোন শক্তির ক্ষয় হয় না। কারণ ঐ সকল ক্ষেত্রে $\alpha = \pi/2$ । এই জাতীয় প্রবাহকে ক্ষয়হীন প্রবাহ বলা হয়।

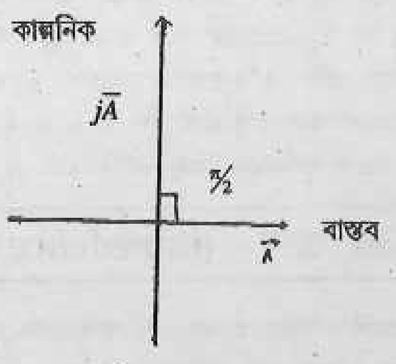
6.6 'j' কারকের প্রয়োগ ঃ

'j' এর ব্যবহার ও জ্যামিতিক অর্থ ঃ

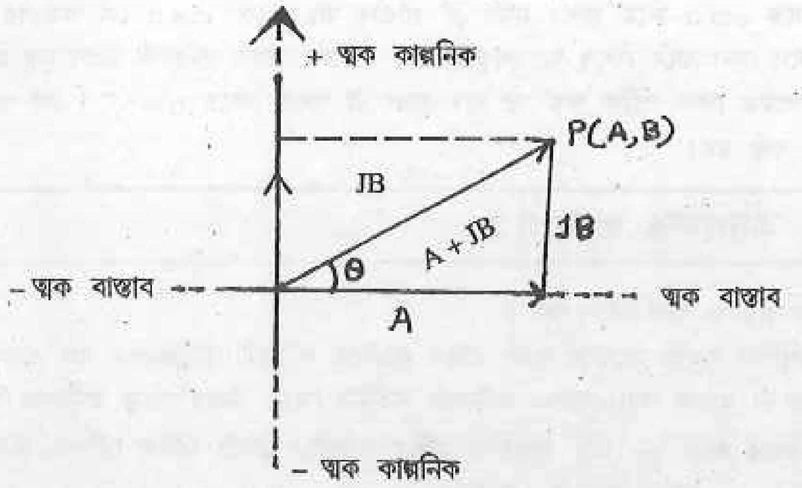
সাধারণ গাণিতিক পদ্ধতি প্রয়োগে সরল তড়িৎ বর্তনীতে পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল প্রয়োগে প্রবাহমাত্রা ও অন্যান্য বিশ্লেষণ সহজে করা গেলেও জটিলতর বর্তনীর ক্ষেত্রে বীজগাণিতিক জটিলতা বৃদ্ধি পায়। এই জটিলতা দূর করার জন্য $j = \sqrt{-1}$ কাল্পনিক রাশির ব্যবহারে একটি বিকল্প কৌশল নির্ণয় সম্ভব।

আমরা জানি কোন ভেক্টর রাশিকে একটি বিশুদ্ধ ধনাত্মক সংখ্যা দিয়ে গুণ করলে ঐ রাশির দিক বদলায় না। কিন্তু ওটির মান পাল্টিয়ে যায়। কিন্তু ঐ ভেক্টর রাশিকে -1 দ্বারা গুণ করলে ওর মান অপরিবর্তিত থাকলেও সেটি দিক পরিবর্তন 180^o হয়ে ভেক্টরটি বিপরীতমুখী হয়ে যায়। যেহেতু $-1 = \sqrt{-1}\times\sqrt{-1}$ সুতরাং আমরা দেখলাম $\sqrt{-1}$ -এর দুবার প্রয়োগে ভেক্টর রাশি 180^o ঘুরে যায়। অতএব $\sqrt{-1}$ এর একবার প্রয়োগে সেটি 90^o ঘুরবে। এখন $\sqrt{-1} = j$ কাল্পনিক হলেও ধনাত্মক, ফলে দ্বিমাত্রিক স্থানাঙ্ক জ্যামিতি নিয়ম মেনে এই ঘূর্ণন হবে বামাবর্তী।

একটি দ্বিমাত্রিক সমতলের কথা ভাবা যাক যার x-অক্ষ বরাবর বাস্তব সংখ্যা ও y অক্ষ বরাবর কাল্পনিক সংখ্যা নির্দেশিত হয়। $\vec{A}$ একটি ধনাত্মক এবং বাস্তব ভেক্টর রাশি x অক্ষ বরাবর নির্দেশিত হলে; $\vec{A}$ রাশিটি A এর সহিত লম্বভাবে থাকবে এবং $\vec{A}$ সাপেক্ষে 90^o বাম বামা বর্তে ঘুরবে চিত্র(6.2a)। সেক্ষেত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$ দুটি একইমুখী ভেক্টর রাশি হলে $\vec{A}$ ও $j\vec{B}$ এর যোগফল হতে প্রাপ্ত তৃতীয় একটি ভেক্টর রাশি কেমন হবে তা চিত্র (6.2b) তে দেখানো হয়েছে।



চিত্র(6.2a)



চিত্র(6.2b)

স্পষ্টতঃ $A+jB$ এর মান $X_0=\sqrt{A^2+B^2}$ এবং ইহা ধনাত্মক বাস্তব অক্ষের সঙ্গে $\varphi=\tan^{-1}\frac{B}{A}$ কোণে নত।

সুতরাং $A=X_0\cos\varphi$ ও $B=X_0\sin\varphi$ ধরলে A ও B বাস্তব রাশি দুটিকে X ও φ বাস্তব রাশি দিয়ে স্থানচ্যুত করা হ'ল এবং এর ফলে A + jB জটিল রাশিটির রূপ হয়

$$A+jB=X_0\cos\varphi+j\times\sin\varphi$$

$$=X_0(\cos\varphi+i\sin\varphi)=Xe^{i\varphi}$$

এখানে $X=\sqrt{A^2+B^2}$, A + jB এর মান

$e^{i\varphi}=$ ওটির দশা পদ

পর্যায়বৃত্ত প্রবাহের সাথে যুক্ত যে কোন রাশির ক্ষেত্রে তার মান ও দশা দুই-ই অতিপ্রয়োজনীয়। সেক্ষেত্রে $e=E_0\sin\omega t$ বা $E_0\cos\omega t$ কে $e=E_0e^{i\omega t}$ এর কাল্পনিক অংশ বা বাস্তব অংশ হিসাবে প্রকাশ করা যায়। সুতরাং জটিল রাশি সংক্রান্ত সমতলে 'e' বা 'i' এবং পরবর্তী কালে প্রাপ্ত অন্যান্য রাশিকে একটি ভেক্টর দ্বারা প্রকাশ করা যায় যার রূপ $X=A+jB=X_0e^{i\omega t}$ সেক্ষেত্রে X রাশিটি সময়ের সঙ্গে ω কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান কিন্তু ওটির মান X_0 অপরিবর্তিত থাকে।

6.7 সার্বিক বা ভেক্টর রোধ (impedence) ও পরিরোধ (Reactance)

পরিবাহীর দুই প্রান্তের তাৎক্ষণিক বিভব প্রভেদ v ও তাৎক্ষণিক তড়িৎ প্রবাহ মাত্রা i হলে, স্থির প্রবাহর ক্ষেত্রে যে ভাবে রোধের সংজ্ঞা দেওয়া হয়, পর্যাবৃত্ত তড়িৎয়ের ক্ষেত্রে যদি সে চেষ্টা করি, তাহলে বলতে পারি, তড়িৎ প্রবাহের দরুণ বর্তনী যে বাধন দেয় তাকেই সার্বিক বা ব্যপ্ত রোধ বা পরারোধ বলে।

ও i কে যদি জটিল রাশির সাহায্যে প্রকাশ করা হয়, সেক্ষেত্রে v ও i-এর অনুপাতের সাহায্যে এই রাশিটিকে প্রকাশ করা সম্ভব। ধরা যাক $v=v_0\, e^{j\omega t}$ ও $i=I_0\, e^{j(\omega t+\alpha)}$ [এখন থেকে তাৎক্ষণিক প্রবাহ মাত্রা ও তড়িচ্চালক বলকে ইংরেজী ছোট অক্ষর (i ও v বা e) দ্বারা প্রকাশ করা হবে] এখন সার্বিক করা বা ভেক্টর রোধের সংজ্ঞা দেওয়ার জন্য ওহম সূত্রের একটি সাধারণ রূপ ধরে নিতে পারি অর্থাৎ

$v=Zi$ (যেখানে Z রাশিটি বর্তনীর ভেক্টর বা সার্বিক রোধ। অতএব $Z=\frac{v}{i}=\frac{V_o}{I_o}e^{-j\alpha}$ Zর বাস্তব অংশ কে রোধ (R) ও কাল্পনিক অংশটি পরিরোধ (X) বলা হয়। সুতরাং সাধারণ ভাবে আমরা লিখতে পারি

$Z=R+jX$ এবং সমীকরণ (6.5) থেকে পাই $R=\frac{V_0}{I_0}\cos\alpha=|Z|\cos\alpha$

আগের পরিচ্ছেদে দেখেছি, বর্তনীর গড় তড়িৎশক্তির ব্যয়ের হার

$\overline{P}=V_{rms}I_{rms}\cos\alpha=I^2_{rms}|Z|\cos\alpha=I^2_{rms}R$

স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে প্রদত্ত জুলের সূত্রের সাথে তুলনা করে বলতে পারি Z এর বাস্তব অংশকেই বর্তনীর রোধ বলে চিহ্নিত করা উচিত।

6.8 তিনটি আদর্শ উপাদান দ্বারা গঠিত বর্তনীর বিশ্লেষণ ঃ

তড়িৎবর্তনীতে কার্যতঃ যে উপাদানগুলি অংশগ্রহণ করে তারা হল রোধ, আবেশকুন্ডলী ও ধারক।

(ক) বর্তনীতে শুধুমাত্র একটি বিশুদ্ধ রোধ যুক্ত আছে ঃ

পরিবাহীর দুই প্রান্তের পরিবর্তী বিভব প্রভেদ v ও পরিবর্তী প্রবাহ মাত্রা i হলে ওহম সূত্র অনুসারে $v=iR$, এখানে R পরিবাহীর রোধ, যেহেতু R একটি বাস্তব রাশি, সুতরাং v ও i সমদশায় থাকবে এবং তারা বাস্তব সংখ্যার অক্ষের ধনাত্মক দিক বরাবর দুটি রেখা দ্বারা নির্দেশিত হয়।

(খ) বর্তনীতে শুধুমাত্র একটি বিশুদ্ধ আবেশক যুক্ত আছে।

পর্যাবৃত্ত বিভব উৎস একটি বিশুদ্ধ আবেশকুন্ডলীর সাথে যুক্ত। আমরা জানি কোন আবেশকুন্ডলীর মধ্যে সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল তড়িৎপ্রবাহর জন্য বিপরীত তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়। কুন্ডলীর স্বাবেশাঙ্কের মান যদি L হয়। সেক্ষেত্রে উৎপন্ন তড়িৎচালক বল $-L\frac{di}{dt}$ এই তড়িৎচালক বল উৎসের তড়িৎচালক

চিত্র(6.3)

বল e-কে প্রশমিত করে এবং বর্তনীর বিভব সমীকরণ হয় $e-\frac{Ldi}{dt}=0$ বা $e=L\frac{di}{dt}$

জটিল রাশির প্রয়োগে সমীকরণটি সমাধান করা যাক। ধরলাম বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহের তাৎক্ষণিক মান $i = J_0e^{j\omega t}$ এই প্রবাহমাত্র বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় তড়িৎচালকবল

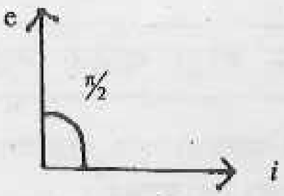
$$e=L\frac{di}{dt}=j\omega LI_0e^{j\omega t}=j\omega LI$$

সুতরাং বর্তনীর সার্বিক রোধ Z = JωL, একটি কাল্পনিক রাশি, আমরা জানি

$$e^{j\pi/2}=\cos\pi/2+j\sin\pi/2=j$$

অতএব $Z=\omega Le^{j\pi/2}$ উপরের সম্পর্কটি ব্যবহার করে পাই $E=\omega LI_0e^{j(\omega t+\pi/2)}$ বিভব –(6.6) প্রভেদ e-এর শীর্ষমান E_0 হলে আমরা বলতে পারি

$E_0\xi_0=\omega LI_0$ এবং i এর সাপেক্ষে উৎসবিভব $\pi/2$ দশা পার্থক্যে অগ্রগামী। (চিত্র 6.4) তে L ও e ভেক্টরের দশা পার্থক্য দেখান হল।



চিত্র(6.4)

বর্তনীর I ও e মধ্যে সম্পর্ক জানা থাকলে বিভিন্ন প্রয়োজনীয় রাশির মান নির্ণয় করা সম্ভব। বর্তনীর তড়িৎশক্তির ব্যয়ের হারের তাৎক্ষণিক মান

$$P(t)=e(t)i(t)=\frac{Eo^2}{\omega L}\cos\omega t\cos(\omega t-\pi/2)=\frac{Eo^2}{2\omega L}Sin\,2\omega t$$

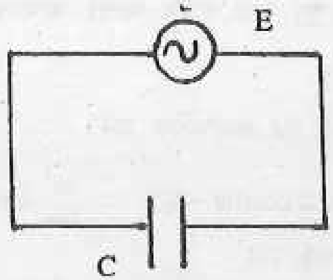
সময়ের সাথে গড় তড়িৎশক্তি ব্যয়ের হার $\bar{P}=\frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt$

অতএব $\bar{P}=\frac{Eo^2}{2\omega L}\frac{1}{T}\int_0^T\sin 2\omega t\,dt=0$

অর্থাৎ বর্তনীতে তড়িৎ প্রবাহ বজায় রাখার জন্য কোন তড়িৎ শক্তির ব্যয় হয় না। $\frac{T}{4}$ সময়ের ব্যবধানে পর্যায়ক্রমিক ভাবে উৎসের তড়িৎ চুম্বক শক্তি আবেশ কুন্ডুলীতে চৌম্বক শক্তি হিসাবে জমা হয় ও পুনরায় তড়িৎ-চুম্বকীয় শক্তি রূপে উৎসে ফিরে আসে, উৎস ও বর্তনীর মধ্যে শক্তির এই বিনিময় ক্ষয়হীন।

(গ) বর্তনীতে শুধুমাত্র বিশুদ্ধ ধারক যুক্ত একটি পর্যাবৃত্ত উৎস একটি ধারকের দুই প্রান্তের সাথে যুক্ত

যে কোন মুহূর্তে ধারকের কোন পাতে ধরা যাক্ q পরিমান আধান জমা হয়েছে। ধারকের দুই প্রান্তের বিভবপ্রভেদ বা উৎসবিভব e হলে $q = ce$ যেখানে ধারকের ধারকত্ব c.



চিত্র(6.5)

অতএব $\int Idt = cE$

ধরা যাক্ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা $i = I_0 e^{j\omega t}$

$\therefore e(t) = -i\dfrac{Ioe^{j\omega t}}{c\omega} + D$ যেখানে D সমকলনের ধ্রুবক। D এর মান শূন্য না হওয়ার অর্থাৎ উৎসটি সম্পূর্ণভাবে পর্যাবৃত্ত উৎস নয়। এর সাথে স্থির অংশ [D.C, component) বর্তমান। আবার স্থির প্রবাহ ধারকের মধ্যে দিয়ে যেতে পারে না। সুতরাং D র মান শূন্য ধরাই শ্রেয়।

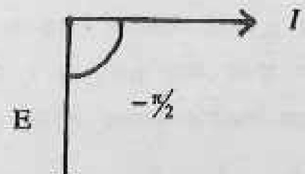
অতএব $e = \dfrac{-j}{\omega c} i$ এখন $e^{-j\pi/2} = \cos(-\pi/2) + j\sin(-\pi/2) = -j$

সুতরাং $e = \dfrac{i}{\omega e} e^{-i\pi/2}$ –(6.7)

অর্থাৎ বর্তনীর সার্বিকরোধ $Z = \dfrac{1}{\omega c} e^{-i\pi/2}$ অতএব ওটির মান

$|Z| = \dfrac{1}{\omega c}$ ও $e = \dfrac{Io}{\omega c} = e^{i(\omega t - \pi/2)}$ – (6.8)

eর শীর্ষমান Eo হলে $Eo = \dfrac{Io}{\omega c}$



চিত্র(6.6)

একত্রে i এর সাপেক্ষে $e\ \pi/2$ দশা পার্থক্যে পশ্চাৎগামী। (চিত্র 6.6) তে ie র দশা পার্থক্য দেখান হল। বস্তুতঃ আমরা প্রবাহমাত্রার শুধু মাত্র বাস্তব বা কাল্পনিক অংশ নিয়ে কাজ করি I র বাস্তব অংশ $I = Io \cos \omega t$ উপরের সম্পর্ক (6.8) র শুধু মাত্র বাস্তব অংশই আমাদের বিবেচ্য বিষয়।

অর্থাৎ $e(t) = \frac{Io}{\omega c}\cos(\omega t - \pi/2)$

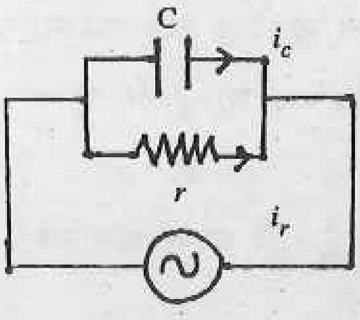
বর্ত্তনীর তড়িৎ শক্তির ব্যয়ের হার Pর তাৎক্ষণিক মান

$$P(t) = e(t)i(t) = \frac{Io^2}{\omega c}\cos\omega t\cos(\omega t - \pi/2) \quad = \frac{Io^2}{2\omega c}\sin 2\omega t$$

এখন সময়ের সাপেক্ষে P-এর গড় মান

$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_0^T P(t)dt = \frac{Io^2}{2\omega c}\frac{1}{T}\int_0^T \sin 2\omega t dt = 0$$

অর্থাৎ বর্ত্তনীর তড়িৎ প্রবাহের দরুণ শক্তির কোন অপচয় হয় না। $\frac{T}{4}$ সময়ের অন্তরে পর্যায়ক্রমিক ভাবে উৎসের তড়িৎ চুম্বকীয় শক্তি ধারকে স্থির তড়িৎশক্তি রূপে জমা হয় ও উৎসে পুনরায় ফিরে যায়। শক্তি র এই বিনিময় ক্ষয়হীন। ধারকের অশুদ্ধি ঃ বাস্তব ক্ষেত্রে কোন ধারকই বিশুদ্ধ ধারক নয়। ধারকের দুইপাতের অন্তবর্ত্তী মাধ্যমের পরিবাহিতা যতই কম হোক কার্যতঃ দুই পাতের সঞ্চিত আধান মাধ্যমের ভিতর দিয়ে



(চিত্র 6.7)

প্রবাহিত হয়, ফলে সময়ের সাথে ধারকের কোন প্রান্তের সঞ্চিত আধানের মান কমতে থাকে, এই ঘটনার গাণিতিক বিশ্লেষণের জন্য অনেক ক্ষেত্রেই আমরা বিশুদ্ধ ধারকের সাথে সমান্তরাল সমবায় একটি উচ্চ রোধ যুক্ত আছে এরকম কল্পনা করি (চিত্র 6.7) ঐ বর্তনীর ধারক বা রোধের মধ্যে তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i_c ও i_r হলে, বর্ত্তনীর (মোট তাৎক্ষণিক প্রবাহ মাত্রা $i = i_c + i_r$ আবার উৎসের পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল হলে $e = Zc - ic == Z_r I_r$। ধরা যাক বর্তনীর তুলাঙ্ক সার্বিক রোধ Z_{eq} অতএব $e = Zeq\, i$ বা

$\frac{E}{Zeq} = \frac{e}{Zc} + \frac{e}{Zeq}$ সুতরাং $\frac{1}{Zeq} = \frac{1}{Zc} + \frac{1}{Zq}$

এখন $Zc=\frac{-i}{\omega c}$ ও $Zr=r$ সুতরাং

$$\frac{1}{Zeq}=j\omega c+\frac{1}{r}$$

বা $Zeq=\frac{r}{1+jr\omega c}$

$$=\frac{r(1-ir\omega c)}{1+r^2\omega^2c^2}$$

$$=\frac{r}{\sqrt{1+\omega^2r^2c^2}}e^{-i\alpha} \qquad (6.9)$$

এখানে $\alpha=\tan^{-1}(r\omega c)$, i, ও e এর মধ্যে দশা পার্থক্য r-এর মান সাধারণত খুব বেশী হয় (মেগা ওহম্) ফলে α -এর মান $90°$ কাছাকাছি থাকে। অন্যথায় α -র মান খুব কমালে ধারকটির কার্যকারিতা নষ্ট হয়ে গেছে বলে ধরা হয়। সেক্ষেত্রে ধারকটি একটি রোধের মত কাজ করে।

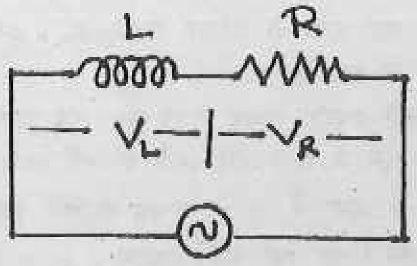
আদর্শ উপাদানসহ বর্ত্তনী তিনটির সম্পর্কে কতকগুলি গুরুত্ব পূর্ণ তথ্য সারণী বদ্ধ করা হল।

উপাদান	সার্বিক রোধ Z	iএর সাপেক্ষে v এর দশা পার্থক্য	তড়িৎশক্তি ক্ষয়ের গড়মান
আদর্শরোধ	R	i ও v সমদশায় থাকে	$I^2_{rms}R$
আদর্শ অংশ	j ωh	$\pi/2$, v অগ্রগামী	0
আদর্শ ধারক	$-\frac{j}{\omega c}$	$-\pi/2$, v পশ্চাৎবর্তী	0

6.9 আদর্শ উপাদানের সমন্বয়ে গঠিত বর্ত্তনী

(ক) L-R বর্ত্তনী :

একটি পর্যাবৃত্ত উৎসের সাথে একটি রোধ R ও আবেশ কুন্ডলী (যার স্বাবেশ গুণাঙ্কের মান L) শ্রেণী



চিত্র(6.8)

সমবায়ে যুক্ত, ধরা থাক বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা i এর প্রবাহ বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় বিভব $e = v_R + v_L$ যেখান v_R ও v_L যথাক্রমে রোধ ও আবেশ কুন্ডলীর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ। রোধ ও আবেশ কুন্ডলীর ক্ষেত্রে ভেক্টর বা সার্বিক রোধ $Z_R = R$ ও $Z_L = j^{\omega L}$

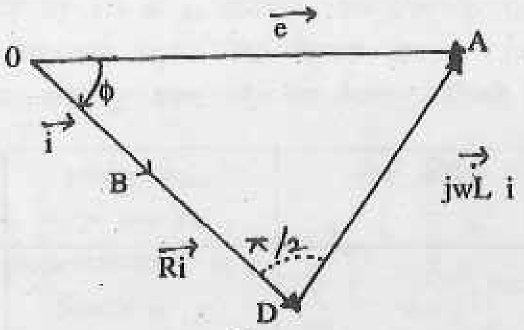
$\therefore$ $e = Z_R\, i + Z_L\, i\ (R + j^{\omega L})\, i$ .... –(6.11a)

অর্থাৎ বর্তনীর সার্বিক রোধ $Z_{eq} = R + J^{\omega L} = \left(R^2 + \omega^2 L^2\right)^{1/2} e^{j\alpha}$

যেখানে $\alpha = \frac{\omega L}{R}$ অতএব $i = \frac{e}{Zeq} = \frac{e\bar{e}^{i\alpha}}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ .... –(6.11b)

ধরা যাক বর্তনীর উৎসে বিভব $e = \text{Re}\, Eo\, e^{j\omega t}$

সংক্ষেপে $e = Eoe^{J\omega t}$ ধরলে



চিত্র(6.8a)

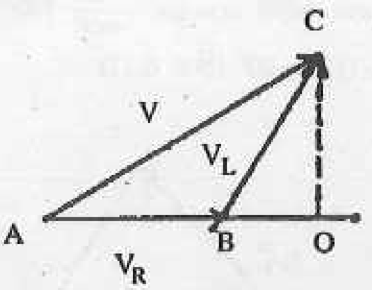
দিক চিত্র : 6.11 সমীকরণে তিনটি ভেক্টর রাশির পারস্পরিক সম্পর্ক দেখানো হয়েছে। এই সম্পর্কের চিত্র রূপকে দিকচিত্র বলা হয়। (চিত্র 6.8a)। এই চিত্রে $\vec{OA}$ e-এর দিক নির্দেশ করে এবং $\vec{OB}$ প্রবাহ মাত্র i এর দিক নির্দেশ করে। এখানে α = e ও i মধ্যবর্তী কোণ $= \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ এবং i পশ্চাদবর্তী। এখন i ও iR এর দিক একই হবে এবং চিত্রে $\vec{OD} = iR$. i এর অভিমুখ থেকে বামাবর্তে 90° ঘুরলে $\vec{DA}$ বরাবর ji এর অভিমুখ পাওয়া যায় এবং ঐ বরাবর DA=$j\omega L\ i$ এবং $\angle ODA = 90^\circ$ হলে এই চিত্র (6.8b) L–R বর্তনীর দিকচিত্র বা দশাচিত্র বলে।

প্রসঙ্গত রোধহীন আবেশকুন্ডলী বাস্তবে পাওয়া সম্ভব নয়। খুব সামান্য হলেও ওটির একটি ক্ষুদ্রমানের রোধ থাকে। এই রোধকে R_L ধরলে R–L বর্তনীর মোট কার্যকরী রোধ $R_{eff} = R + R_L$। যদিও R_L খুবই ক্ষুদ্র সেক্ষেত্রে বর্তনী উৎসবিভব $\bar{e}$, এবং $\bar{v}_r$ ও $\bar{v}_L$ । এর কার্যকরী মান পৃথকভাবে পরিমাপ করে ভেক্টর চিত্রের সাহায্যে R_L ও i এর মান নির্ণয় করা যায়। এখানে v, v_L ও v_R এর মান ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা নির্দেশিত হলে (চিত্র 6.9) ABC ত্রিভুজে

AB বর্ধিতাংশের উপর CO লম্ব টানলে $AO = R_{eff} i$

$AB = Ri$ সুতরাং $R_L = \frac{BO}{AB}.R$

এবং $\omega L_{eff} = \frac{Co}{AB}R.$

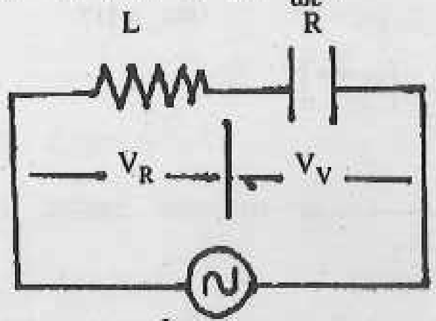


চিত্র(6.9)

(খ) রোধ ও ধারকের শ্রেণী সমবায়।

একটি রোধ R ও ধারক (ধারকত্বের মান c) শ্রেণী সমবায়ে পর্যাবৃত্ত তড়িৎ উৎসের সাথে যুক্ত। বর্তনীর তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রা 'i' থাকার দরুণ উৎসের পরিবর্তী তড়িচ্চালক বল $e = v_r + v_c$ পৃথক পৃথক ভাবে রোধ ও ধারকের জন্য ভেক্টর বা সার্বিক রোধ $Z_R = R$ ও $Z_c = -\frac{j}{\omega c}$

$\therefore$ অতএব e এবং i এর মধ্যে সম্পর্ক $e = (R - \frac{J}{\omega c})$ — (6.13)



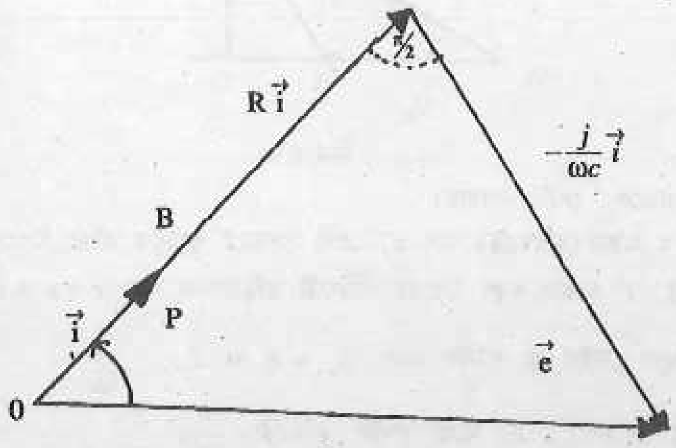
চিত্র(6.10)

সুতরাং বর্তনীর ভেক্টর পরারোধ $Z = R - \frac{j}{\omega c} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 c^2}}\ e^{-j\alpha}$

যেখানে $\alpha = \tan^{-1} \frac{1}{\omega c R}$

অতএব $i = \frac{e}{z} = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 c^2}}} e^{-i\alpha}$

ধরা যাক বর্তনীর বিভদ প্রভেদ $e = E_0 \cos\omega t = E_0\left(e^{j\omega t}\right)$ বাস্তব অংশ। বা সংক্ষেপে $e = E_0\, e^{j\omega t}$ দিকচিত্রঃ 6.10 সমীকরণের তিনটি ভেক্টর রাশির সম্পর্কে L–R বর্তনীর দিকচিত্র আলোচনার মতো দেখানো যায়। এই চিত্রে $\overrightarrow{OA}$ অভিমুখে $\overrightarrow{e}$ এবং সেটির $\alpha = \tan^{-1}\dfrac{1}{\omega cR}$ অগ্রগামী কোণে $\overrightarrow{OD}$ = Ri নির্দেশিত। এখানে DA = $-j/_{\omega c}\ i$ যেখানে $\angle ODA = 90^\circ$ (চিত্র 6.11)



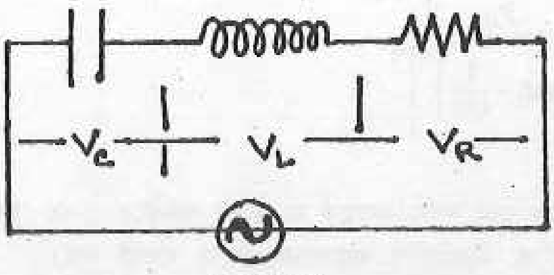
(চিত্র 6.11)

$$\text{সুতরাং} \quad = \frac{Eo}{\sqrt{R^2 + 1/_{(\omega c)^2}}}\left[e^{j(\omega t-\alpha)}\right] \qquad (6.14)$$

সুতরাং $I = \dfrac{Eo}{\sqrt{R^2 + \dfrac{1}{(\omega c)^2}}}\cos(\omega t - \alpha)$ এখানে প্রবাহমাত্র 'i' প্রযুক্ত তড়িচ্চালক বলের সাপেক্ষে $\alpha = \tan^{-1} 1/_{\omega cR}$ দশাকোণে পশ্চাদবর্তী (6.11A) চিত্র 'i' ও e এর মধ্যে দশা পার্থক্য দেখানো হয়েছে।

6.10 L-C-R বর্তনীঃ

L-C-R শ্রেণী সমবায় আবেশকুন্ডলী, ধারক ও রোধ শ্রেণী সমবায় পর্যাবৃত্ত উৎসের সাথে যুক্ত, উৎসর বিভব $E = V_R + V_L + V_c$ বর্তনীর আবেশকুন্ডলীর স্বাবেশ L ও ধারকের ধারকত্বর মান c হলে পৃথক পৃথক ভাবে রোধ, আবেশক ও ধারকের জন্য ভেক্টর বা সার্বিক রোধ Z_R+ R, $Z_L = j^{\omega L}$ ও $Z_c = -\dfrac{j}{\omega c}$



চিত্র(6.12)

সুতরাং বর্তনীর উৎসের তড়িচ্চালক বল ও তাৎক্ষণিক প্রবাহমাত্রার সম্পর্ক

$$e = (R + i\omega L - \frac{j}{\omega c})\, i = \{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega c})\} i \quad \text{........} \quad (6.15)$$

এতএব এক্ষেত্রে বর্তনীর রোধ R ও পরিরোধ

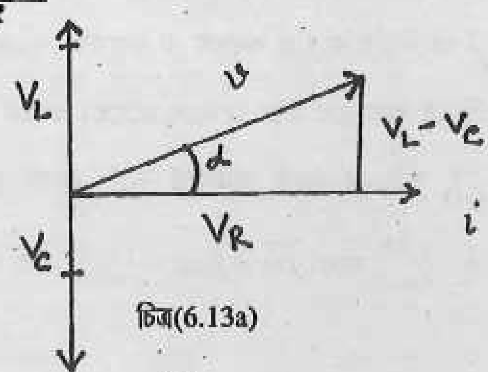
$$X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right) \text{ সুতরাং}$$

$$i = \frac{e}{|Z_{Eq}|} e^{-i\alpha} \quad \text{.......} \quad (6.16)$$

যেখানে বর্তনীর সার্বিক রোধের মান $|Z| \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}$ .... (6.17)

e ও i এর মধ্যে দশা পার্থক্য $\alpha = Tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right)$। চিত্র (6.13a) তে i ও e এর মধ্যে দশা পার্থক্য দেখান হয়েছে। এখন ধরা যাক বর্তনীর উৎসবিভবের তাৎক্ষণিক মান $e(t) = E_0 \cos \omega t$ বা সংক্ষেপে $e = Eoc^{j\omega t}$ অর্থাৎ $e = E_0\left(e^{j\omega t}\right)$ বাস্তব অংশ। সুতরাং সমীকরণ (6.13) থেকে পাই $I(t) = \frac{Eo}{|Z|}\left[e^{j(\omega t - \alpha)}\right]$

বাস্তব অংশ এবং $\alpha = \tan^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega c}}{R}$



চিত্র(6.13a)

$$\cos(\omega t/\alpha) = \frac{Eo}{\left[R^2\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2\right]^{1/2}} \quad \ldots\ldots \quad (6.8)$$

(6.15) সমীকরণে α এর মান সর্বদা ধনাত্মক না হওয়া বর্তনীতে e-এর তুলনায় 'i' এর দশা পার্থক্য বিভিন্ন ক্ষেত্রে কিরকম হয় তা নিম্নলিখিত আলোচনা থেকে পাওয়া যায়।

(ক) $\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right) > 0$ হলে α ধনাত্মক এবং সেক্ষেত্রে 'e' এর তুলনায় i দশায় পিছিয়ে থাকে।

(খ) $\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right) < 0$ হলে α ঋনাত্মক এবং তখন 'i' e-এর তুলনায় দশায় এগিয়ে থাকে। এবং

(গ) $\omega L = \frac{1}{\omega c}$ হলে $\alpha = 0$ অর্থাৎ e ও i সমদশায় থাকে।

তৃতীয় শর্ত হতে দেখা যাচ্ছে এ যে ভেক্টর বা সার্বিক রোধ

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(wL - \frac{1}{wc}\right)^2} = R \qquad [\because \omega L = \frac{1}{\omega c}]$$

এটিই Z এর সর্বনিম্ন মান অর্থাৎ এই শর্তপূরণে বর্তনীতে প্রবাহ সবচেয়ে বেশী। এই অবস্থায় সরবরাহ-কারী পরিবর্তী তড়িচ্চালক বলে কৌণিক কম্পাঙ্ক হয়।

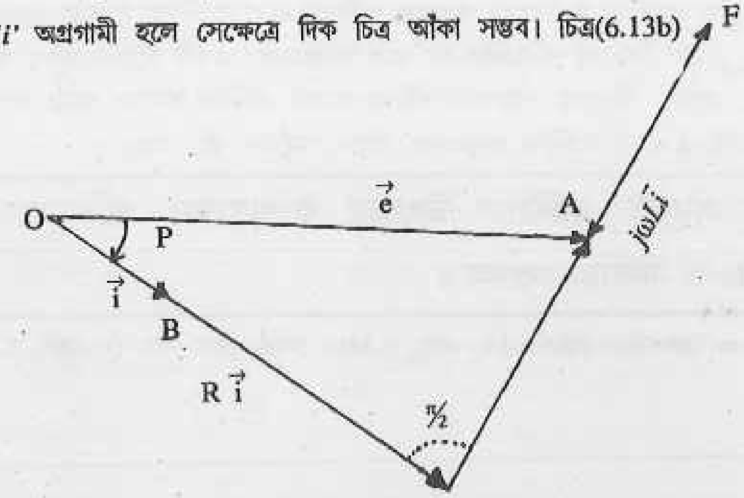
$$\omega = \omega o = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$$

এবং এই অবস্থায় L-C-R শ্রেণী বর্তনীকে শ্রেণী অনুনাদ বর্তনী বলা হয়। এবং ωo এই বর্তনীর অনুনাদী কম্পাঙ্ক। বাস্তবে অনুনাদী বর্তনীতে L ও C এর উপস্থিতি সত্ত্বেও উহা বিশুধ রোধ যুক্ত বর্তনীর মত কাজ করে।

দিক চিত্র ঃ এক্ষেত্রে দিকচিত্রে চারটি ভেক্টর রাশি e, Ri, $j\omega Li$ ও $-j/_{\omega L}\ i$ এর সম্পর্ক দেখাতে হবে। এদের শেষ দুটি মানের উপর নির্ভর করে α ধনাত্মক বা ঋণাত্মক যে কোনটাই হওয়া সম্ভব। এখন $\omega L > \frac{1}{\omega c}$ এর ক্ষেত্রে 'i' পশ্চাৎবর্তী এই অবস্থাকে চিত্রে দেখানো হয়েছে। এখানে $\overrightarrow{AO} = e$, $\overrightarrow{OD} = iR$ এবং $\angle AOD = \alpha$ নির্দেশ করে। $\overrightarrow{OD}$ অভিমুখ থেকে বামাবর্তে 90° কোণে ঘুরলে jI-এর অভিমুখ পাওয়া যায়। $\overrightarrow{DF} = j\omega Li$ এর $F_A = -j/^{L}_{W_c}$ হলে $\overrightarrow{DA} = j\left(\omega L - 1/_{\omega c}\right)$ এবং সেক্ষেত্রে

$OA = e = Ri + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)i$ এবং $\tan\alpha = \frac{\omega L - 1/_{\omega c}}{R}$ হয়

অনুরূপে 'i' অগ্রগামী হলে সেক্ষেত্রে দিক চিত্র আঁকা সম্ভব। চিত্র(6.13b)



চিত্র(6.13b)

6.11 শ্রেণী L-C-R বর্তনীতে বিভিন্ন অনুনাদ ঃ

(6.10) অনুচ্ছেদে সমীকরণ (6.18) এর আলোচনায় লক্ষ্য করা গেছে যে বর্তনীর রাশিমালাগুলির মানের একটি বিশেষ সম্পর্কের ক্ষেত্রে প্রবাহমাত্রা সর্বোচ্চ হয় এবং এই অবস্থায় বর্তনী একটি বিশুদ্ধ রোধ যুক্ত বর্তনীর মত আচরণ। ওই শর্তটি $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$ যখন L-C-R বর্তনীর সর্বোচ্চ প্রবাহ মাত্রার কার্যকরী মান $I_{r.m.s} = \frac{E_{r.m.s}}{R}$ এই অনুনাদী বর্তনীকে ''অনুমোদক বর্তনী' বা প্রবাহ অনুনাদ বলা হয় কারণ এই অবস্থায় বর্তনী সর্বাধিক প্রবাহ অনুমোদন করে।

প্রসঙ্গত বলা যায় যে পরবশ সরল দোলগতি অর্থাৎ কম্পনের ওপর বাইরে থেকে পর্যায় বৃত্ত বল প্রয়োগের যে আলোচনা শব্দ ও কম্পন অধ্যায় করা হয়েছে সেখানে বেগ অনুনাদের সঙ্গে L-C-R বর্তনীর এই অনুনাদ তুলনীয়।

স্বভাবতই L-C-R বর্তনীতে প্রবাহ মাত্রার কার্যকরী মানের রাশিমালা থেকে পাই

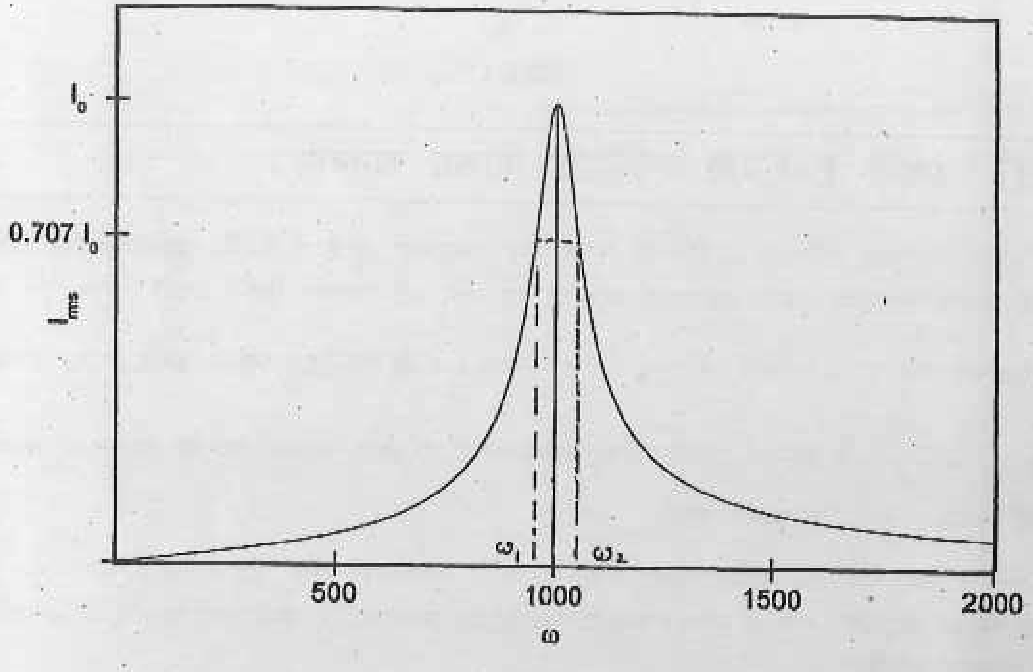
$$I_{r.m.s} = \frac{E_{r.m.s.}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}} \quad \text{.........} \quad (6.19)$$

এবং দশাকোণ $\varphi = \tan^{-1} \dfrac{\omega L - 1/\omega c}{R}$

বাস্তবে প্রবাহ অনুনাদ আলোচনায় উৎসের কম্পাঙ্ক পরিবর্তনে বা বর্তণীতে ব্যবহৃত ধারকের পরিবর্তনে অনুনাদ অবস্থায় $I_{r.m.s.}$ মান কিভাবে পরিবর্ত্তিত হয় তার আলোচনার একটি বিশেষ গুরুত্ব আছে। এছাড়াও আমরা যদি L বা C প্রান্তীয় বিভবের পরিবর্তন পরীক্ষা করেও বর্তনীর অনুনাদ ঘটনা আলোচনা করতে পারি। এই ক্ষেত্রে শ্রেণী L-C-R বর্তনীর অনুনাদকে বিভব অনুনাদ বলা হয়।

6.11.1 শ্রেণী অনুনাদ বর্তনীতে উৎসের কম্পাঙ্কের পরিবর্তনের প্রভাব, অনুনাদ তীক্ষ্ণতা ও নির্বাচন গুণক ঃ

$I_{rms}-w$ বা $\varphi - w$ (লেখচিত্র (চিত্র-6.14a এবং 6.14b) থেকে দেখা যায় যে শ্রেণী L-C-R বর্তনীর



চিত্র(6.14a)

অনুনাদী শর্তে অর্থাৎ $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{Lc}}$ থেকে $I_{r.m.s.}$ এর মান $\dfrac{I_{rms}}{R}$ সর্বোচ্চ হয় এবং $\varphi = 0$ হয়। এখন উৎসের কম্পাঙ্ক ω_0 থেকে পরিবর্তিত হলে $I_{r.m.s.}$ বা φএর মান পরিবর্তিত হয়।

প্রবাহমাত্রার কম্পাঙ্ক অনুনাদী কম্পাঙ্ক অপেক্ষা সামান্য বেশী বা কম হলে বর্তনীর সর্বোচ্চ প্রবাহ মাত্রা কত দ্রুত হারে হ্রাস পায় তার সাহায্যে অনুনাদের তীক্ষ্ণতার পরিমাপ করা হয়। তত্তগত ভাবে কোন বর্তনীর সর্বোচ্চ প্রবাহের অনুমোদন একটি বিশেষ কম্পাঙ্কের জন্য পাওয়ার কথা হলেও প্রকৃতপক্ষে এই সর্বাধিক অনুমোদন একটি কম্পাঙ্ক পাল্লার বা পটীর মধ্যে ঘটে। এটি অনুনাদী কম্পাঙ্ক ω_0 এর উভয় পাশে বর্তমান। বর্তনীর রোধ বেশী হলে পটীর বেধ বেশী হয় এবং অনুনাদ তীক্ষতা বাড়ে। স্বভাবতই I_{rms}-ω অনুনাদী লেখচিত্রের মাপের অঞ্চল যত সরু অনুনাদ তত তীক্ষ্ণ হবে। আমরা এই তীক্ষ্ণতা পরিমাপের জন্য লেখচিত্রের অর্ধ প্রস্থের মানের সাহায্য নেব।

যে দুটি ω-এর মান অনুনাদের তীক্ষ্ণতা নির্ণয় প্রয়োজন তাদের জন্য বর্তনীর প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান অনুনাদীশর্তে সর্বোচ্চ প্রবাহ মাত্রার মানের $\frac{1}{\sqrt{2}}$ গুণ।

সুতরাং এই অবস্থায় বর্তনীর প্রতিরোধের মান $Z = \sqrt{2}R$

বা $\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2} = \sqrt{2}R$

$$\therefore \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right) = \pm R \quad ....(6.20)$$

w এর যে মান দুটির জন্য শর্ত (6.20 সমীকরণ) প্রযোজ্য সেগুলি w_1 ও w_2 হলে

$\omega_1 L - \frac{1}{\omega_1 c} = R$ .... (6.21a)

এবং $\omega_2 L - \frac{1}{\omega_2 c} = -R$ .... (6.21b)

এখন সমীকরণ (6.21a ও 6.21b) থেকে

$$(\omega_1 + \omega_2)L - \frac{\omega_1 + \omega_2}{\omega_1 \omega_2 c} = 0$$

বা $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{Lc} = \omega_0^2$

এবং $(\omega_1 - \omega_2)L + \frac{(\omega_1 - \omega_2)}{\omega_1 \omega_2 c} = 2R$

বা $(\omega_1 - \omega_1) = \frac{R}{L}$

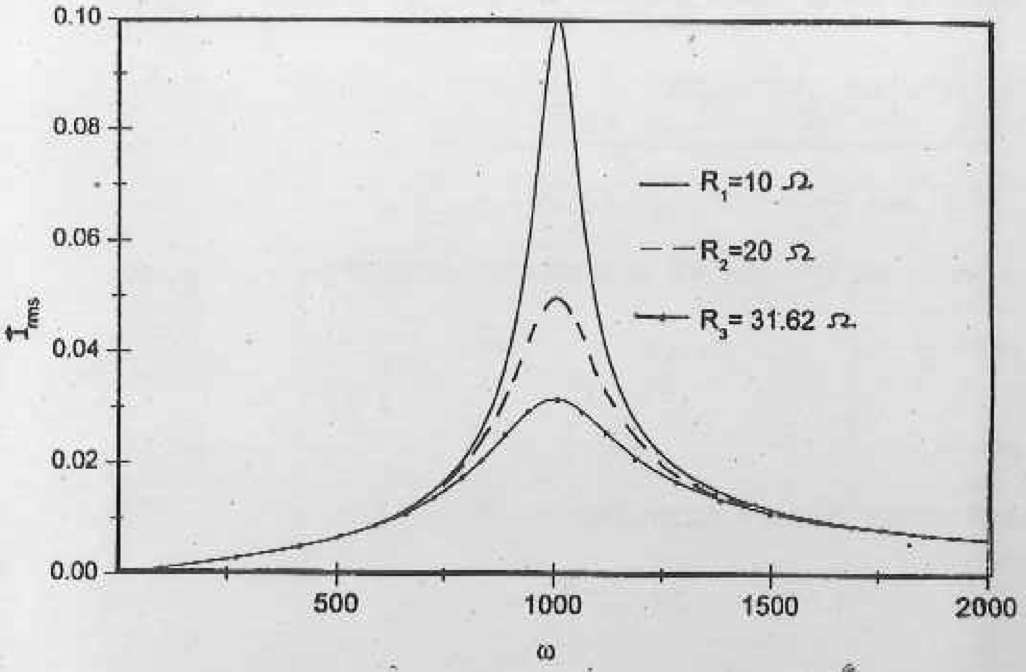
সুতরাং পটীর অর্ধপ্রস্থের বেধ বা অনুনাদের প্রসার

$\omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L}$ বা $f_1 - f_2 = \frac{1}{2\pi}.\frac{R}{L}$

এবং $\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_0}$ = অনুনাদ তীক্ষতার পরিমাপক $= \frac{R}{\omega_0 L} = \frac{1}{Q_0}$ .... (6.22)

যেখানে $Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R}$ কে নির্বাচন গুণক বলে।

অনুনাদের তীক্ষ্ণতা Q_0 এর মানের সাথে বৃদ্ধি পায়। ফলে বর্তনীর রোধ কমায় তীক্ষ্ণতা বাড়ানো সম্ভব কারণ এই ক্ষেত্রে অনুনাদী কম্পাঙ্কের শর্তের কোন পরিবর্তন হয় না। R এর পরিবর্তনে অনুনাদের তীক্ষ্ণতার পরিবর্তন (6.15) চিত্রে দেখানো হয়েছে।



চিত্র(6.15)

6.11-2 পরিবর্তনীয় ধারকযুক্ত শ্রেণী অনুনাদ বর্তনীর অনুনাদতীক্ষ্ণতা ও নির্বাচন গুণ ঃ

উৎস কম্পাঙ্কের বদলে বর্তনীর ধারকের মান পরিবর্তন করেও অনুনাদ বর্ণনা করা যায়। c-এর পরিবর্তনের

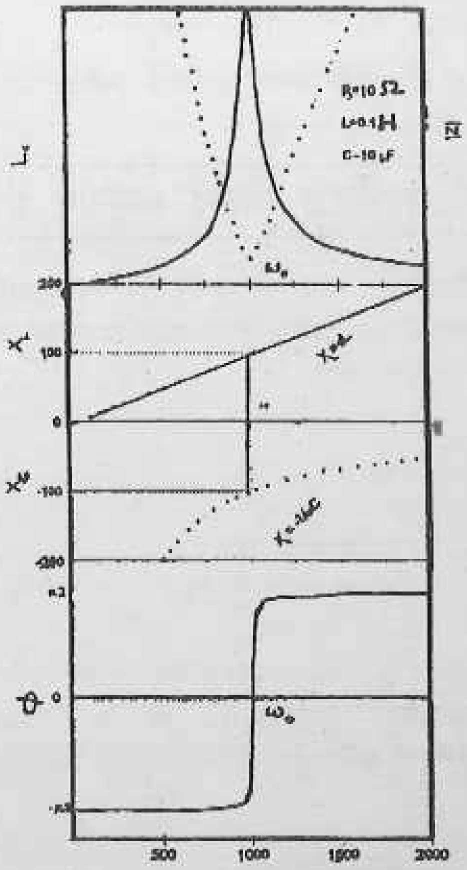
সাথে বর্তনীর প্রবাহমাত্রার পরিবর্তনের লেখচিত্র (6.14a) র অনুরূপ এবং অনুনাদের শর্ত $c_0 = \frac{1}{\omega^2 L}$,
ধরা যাক c_1 ও c_2 র এই দুই মানের ক্ষেত্রে বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহের কার্যকরী মান $Io/\sqrt{2}$

অর্থাৎ $I_{rms/}(c = c_1) = I_{rms}(c = c_2) Io/\sqrt{2}$ যদি $c_2 > c_0 > c_1$ হয় তাহলে লিখতে পারি,

$$\frac{1}{\omega c_1} - \omega L = \omega L - \frac{1}{\omega c_2} = R$$

বা $$\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{c_1} - \omega L\right) = \frac{1}{\omega}\left(L\omega^2 - \frac{1}{c}\right) = R$$

বা $$\frac{1}{c_1} - \frac{1}{c_0} = \frac{1}{c_0} - \frac{1}{c_2} = R\omega$$



চিত্র(6.14a)

সাধারণতঃ c_1 ও c_2 মান c_0 র খুব কাছে থাকে। সুতরাং আমরা ধরে নিতে পারি $c_1c_0 \simeq c_0^{\,2} \simeq c_2c_0$

অতএব, উপরের সম্পর্কের সাহায্যে লিখতে পারি $c_0 - c_1 = c_2 - c_0 = R\omega c_0^{\,2}$ অতএব $\frac{c_2 - c_1}{2c_0} = R\,c_0\omega$

এক্ষেত্রে $\frac{2c_0}{c_2 - c_1}$ এই রাশিটিকে বর্তনীর Q গুণাঙ্ক বলে।

$$\therefore Q = \frac{2c_0}{c_2 - c_1} = \frac{1}{Rc_0\omega} = \frac{\omega_0 L}{R}$$

অনুনাদের অবস্থায় ধারকের দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদের কার্যকরীমান $(Vc)_{rms}$ ও উৎস বিভবের কার্যকরী মান E_{rms} র অনুপাতের সাহায্যেও Q গুণাঙ্ক কে প্রকাশ করা যায়। এক্ষেত্রে

$$Q = \frac{(Vc)_{rms}}{E_{rms}} = \frac{|Zc|\,I_{rms.}|}{|Z|_{rms}\,I_{rms}|} = \left(\frac{|Zc|}{|Z|}\right) \text{ অনুনাদের সময় } = \frac{1}{\omega c_0 R}$$

পরিবর্ত্তনশীল ধারক যুক্ত করে L-C-R শ্রেণী সমবায় বর্তনীকে বেতার-যন্ত্রের-কোন বিশেষ কম্পাঙ্ক-কে নির্বাচন করতে ব্যবহার করা হয়।

6.11.3 শ্রেণী L-C-R বর্তনীতে বিভব অনুনাদ ঃ

এক্ষেত্রে শ্রেণী L-C-R বর্তনীর পরিবর্তনীয় C বা L এর প্রান্তীয় বিভবের পরিবর্তন পরীক্ষা করে বর্তনীর অনুনাদ সম্বন্ধে ধারণা করা হবে। আমরা C এর প্রান্তীয় বিভব ধরেই আলোচনা করব। সেক্ষেত্রে ধারকের দুইপ্রান্তের বিভব বৈষম্যের কার্যকরী মাত্রা E_c হলে

$$E_c = \frac{I_{r.ms.s}}{\omega c}$$

$$\text{কিন্তু } I_{r.m.s.} = \frac{E_{r.m.s.}}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}}$$

$$\therefore E_c = \frac{E_{r.m.s.}}{\omega c\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2}}$$

$$= \frac{E_{r.m.s.}}{\sqrt{\omega^2 c^2 R^2 + (\omega^2 Lc - 1)^2}} \quad \ldots\ldots\ (6.23)$$

E_c এর সর্বাধিক মানের ভিত্তিতে অনুনাদের আলোচনায় উপরোক্ত সমীকরণ থেকে বলা যায় যে হরের 'c'এর মান পরিবর্তনে সর্বনিম্ন হলে E_c সর্বাধিক হয়।

ধরি $x = \omega^2 c^2 R^2 + \left(\omega^2 Lc - 1\right)^2$

$\frac{dx}{dc} = 2\omega^2 R^2 c + 2\omega^2 L(\omega^2 Lc - 1) = 0$ [সর্বনিম্ন বলে] এটি সমাধান করে পাওয়া যায়

$$c = c_0 = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{.........} \quad (6.24)$$

অতএব এই অনুনাদ অবস্থান R এর পরিবর্তনে নষ্ট হতে পারে।

$c=c_0$ তে সর্বোচ্চ বিভব E_c এর মান

$$|E|_{Res} = \frac{E_{r.m.s}\sqrt{(R^2 + \omega^2 L^2}}{R}$$

এক্ষেত্রে আমরা বর্তনীর অনুনাদের অবস্থায় c-এর মান সামান্য বিচ্যুত হলে $|E|_{Res}$ মান কিভাবে পরিবর্তিত হয় আলোচনার জন্য আমরা সেই ধারকের মান নির্ণয় করি যার জন্য $\frac{(E_c)_{Res}}{(E_c)} = \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{E_{r.m.s}\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{R} \times \frac{\sqrt{\omega^2 c^2 R^2 + (\omega^2 Lc - 1)^2}}{E_{r.m.s}} = \sqrt{2}$$

এর সরলীকরণ করে পাওয়া যায়

$$\omega c = \omega c_0 \pm \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\therefore \; c_1 = c_0 + \frac{R}{\omega\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (6.25a)$$

এবং $c_2 = c_0 - \frac{R}{\omega\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}$ (6.25b)

এখানে $c_0 = \frac{c_1 + c_2}{2}$ হওয়া বলা যায় যে E_{rms}–c এর লেখচিত্র 'c_0' মানের সাপেক্ষে প্রতিসাম্য বজায় রাখে।

অনুরূপে c-এর পরিবর্তন না করে ω এর পরিবর্তন ঘটালে ω এর যে মানে অনুনাদ পাওয়া যায় তা নির্ণয়ের জন্য (6.23) সমীকরণের হর x-এর ω পরিবর্তনে সর্বনিম্ন হওয়ার শর্ত প্রয়োগ করা যায়।

অর্থাৎ $\frac{dx}{d\omega} = 0$

$$2\omega R^2c^2 + 2(\omega^2 Lc - 1)\omega Lc = 0$$

এর সমাধান $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{Lc} - \frac{R^2}{2L^2}}$ .... (6.26)

প্রসঙ্গতঃ এই আলোচনার সাথে পরবশ সরল দোলগতির সাধারণ আলোচনার তুলনা সম্ভব। প্রকৃত পক্ষে ঐ আলোচনায় বিস্তার অনুনাদ ও L-C-R বর্তনীর ভোল্টেজ অনুনাদ পরস্পর তুলনীয়।

আগেই উল্লেখ করা হয়েছে যে L-C-R বর্তনীর প্রবাহ অনুনাদ পরবশ সরল দোলগতির বেগ অনুনাদের সমগোত্রীয়। সেই অর্থে প্রবাহ অনুনাদ ও বিভব অনুনাদ পরস্পর হতে পৃথক।

6.12 সমান্তরাল L-C-R বর্তনী ও তার অনুনাদ ঃ

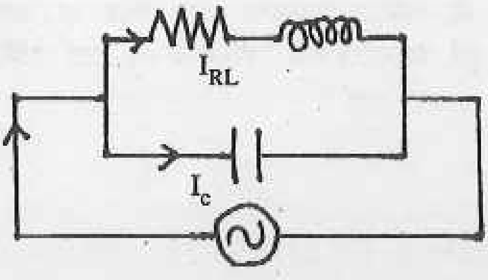
পর্যাবৃত্ত তড়িৎ উৎসের সাথে একটি আবেশ ও রোধ যুগ্মভাবে একটি ধারকের সাথে সমান্তরাল সমবায়ে যুক্ত। চিত্র (6.16) দেখুন। উৎস হতে প্রবাহ দুটি বিভিন্ন পথে বিভাজিত হয়। এরা যথাক্রমে i_c ও i_{RL} সুতরাং মোট তড়িৎ প্রবাহ $i = i_c + i_{RL}$ এখন পৃথক পৃথকভাবে অংশ দুটির সার্বিক রোধ $Z_c = -\frac{j}{\omega c}$ ও $Z_{RL} = R + J\omega L$ এখন ধারকের দুটি প্রান্তের বিভব প্রভেদ $e = Z_e i_c = Z_{RL} J_{RL}$ বর্তনীর বিভব-প্রবাহমাত্রা সম্পর্ক থেকে পাই, $e = Z_{eq} i$ অতএব

$$i = \frac{e}{Z_{eq}} = \frac{e}{Z_e} + \frac{e}{Z_{RL}}$$

বা $\frac{1}{Z_{eq}} = j\omega c + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{(1 - \omega^2 Lc) + j\omega cR}{R + J\omega L}$

বা $Z_{eq} = \frac{R + J\omega L}{\left(1 - \omega^2 Lc\right) + J\omega cR} = \frac{(R + j\omega L)\left[\left(1 - \omega^2 Lc\right) - J\omega cR\right]}{(1 - \omega^2 Lc)^2 + \omega^2 c^2 R^2}$

$$= \frac{R + j\omega\left[L - c\left(\omega^2 L^2 + R^2\right)\right]}{(1 - \omega^2 Lc)^2 + \omega^2 c^2 R^2} = |Z_{eq}| e^{j\alpha}$$



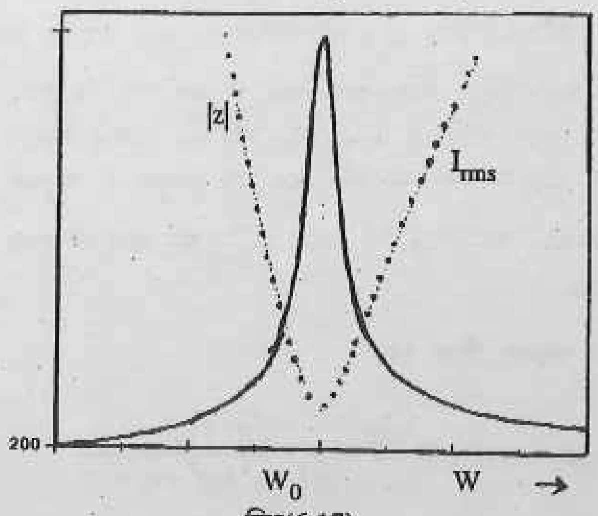
চিত্র(6.16)

এখন বীজগাণিতিক গণনার সাহায্যে দেখান যায় $|Z_{eq}|\frac{\left(R^2+\omega^2L^2\right)^{1/2}}{\left[(\omega cR)^2+(1-\omega^2Lc)^2\right]^{1/2}}$

ও দশা পার্থক্য $\alpha = Tan^{-1}\frac{\omega\{L-c(\omega^2L^2+R^2)\}}{R}$ .... (6.27b)

বর্তনীর প্রবাহমাত্রা $i=\frac{e}{|Z|}e^{-j\alpha}$ .... (6.28)

ও $J_{rms}=\frac{E_{rms}}{|Z|}$ উৎসের কম্পাঙ্কের ω-এর সাথে বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান $j_{r.ms.}$ ও |Z| পরিবর্তন চিত্র (6.17) দেখান হলে, ω র একটি নির্দিষ্ট মানের কাছে বর্তনীর প্রবাহমাত্রা খুব কমে যায় বা |Z|র মান সর্বোচ্চ হয়। এই ধর্মের জন্য L-C-R সমান্তরাল বর্তনীকে বর্জক বর্তনী (Rejector Circuit) বলা হয়। এই ঘটনাকে সমান্তরাল L-C-R বর্তনীর অনুনাদ বলা হয়।



চিত্র(6.17)

সমান্তরাল বর্তনীর অনুনাদ এই বর্তনীতে অনুনাদের সংজ্ঞা দেওয়া হয়। প্রবাহমাত্রা ও তড়িৎচ্চালক বলের সমদশার ভিত্তিতে অর্থাৎ $\varphi = 0$ই অনুনাদের শর্ত। স্বভাবতই এই শর্তে বর্তনীর কোন পরিরোধ থাকে না। এখন (6-27) সমীকরণ হতে $\varphi = 0$ হলে

$$\omega[L - c(\omega^2 L^2 + R^2)] = 0$$

$$\Rightarrow \omega^2 L^2 + R^2 = L/c$$

বা $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{Lc} - \frac{R^2}{L^2}}$ .... (6.27a)

এই শর্তে বর্তনীর মোট পরারোধ Z এর মান 6.27a সমীকরণে $\omega = \omega_0$ বসিয়ে পাওয়া যায় অর্থাৎ

$$|Z| = |Z_0| = \frac{R}{(1-\omega^2 Lc)^2 + \omega^2{}_0 c^2 R^2} = \frac{L}{cR} \qquad \text{...........(6.27b)}$$

(খ) ধারকের ধারকত্বের পরিবর্তনের সাথে I_{rms}-র পরিবর্তনের সাপেক্ষে ও অনুনাদকে বর্ণনা করা যায়। সেক্ষেত্রে অনুনাদের শর্ত $\frac{d|Z|}{dc} = 0$ এই সমীকরণ থেকে প্রাপ্ত শর্ত (6.29a) র অনুরূপ অর্থাৎ এক্ষেত্রে পরিরোধের মান শূন্য হয়। এবং সংশ্লিষ্ট |Z| এর মান সর্বাধিক হয়। ফলে প্রবাহমাত্রা সবচেয়ে কম হওয়ার সমান্তরাল অনুনাদী বর্তনীকে "বর্জক বর্তনী" ও বলা হয়।

ছোট হলেই অনুনাদ প্রকট হয়। সুতরাং আমরা এই শর্ত সাপেক্ষেই অনুনাদের গুণাঙ্ক বা নির্বাচন গুণক নির্ণয় করব।

সমান্তরাল অনুনাদী বর্তনীতে সার্বিক রোধ বা পরারোধের মান সর্বোচ্চ লক্ষ্য করা গেছে।

Z-এর এই অনুনাদী মান $|Z_0|$ থেকে কমে গেলে অনুনাদ শর্ত নষ্ট হয়। ·6.17 নং চিত্রে আমরা $|Z|-\omega$ লেখ চিত্র হতে বলতে পারি যে ω-এর মান যদি ω_0 থেকে সামান্য কম বা বেশী হয় এবং তার ফলে |Z| এর মান $|Z|_0$ অপেক্ষা অনেকটা কমে যায় তাহলে ঐ অনুনাদ তীক্ষ্ণ। ω এর মান ω_0 থেকে $\omega_0 \pm \pi\omega$ হলে $Z = |Z_0|$ কমে গিয়ে $^{Z_0}/_{\sqrt{2}}$ হলে $\frac{\omega o}{2\Delta w}$ অনুনাদের তীক্ষ্ণতার পরিমাপ হয় এবং এটাই বর্তনী Q গুণাঙ্ক বা নির্বাচন গুণক।

'$2\Delta\omega$' ছোট হলে অনুনাদ তীক্ষ্ণ হয়।

(6.27) সমীকরণ থেকে আমরা জানি $Z = \frac{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}}{\sqrt{(1-\omega^2 Lc)^2 + \omega^2 c^2 R^2}}$

বাস্তবে R খুব ছোট হয়। সুতরাং $R \to 0$ শর্তে $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{Lc}}$ এবং অনুনাদে $\left(1-\omega^2 Lc\right) \to 0$ ফলে এই অবস্থায় $(1-\omega^2 Lc)$ এর তুলনায় ωcR কে উপেক্ষা করা যায় না। সুতরাং এই বাস্তব অবস্থায়

$$|Z|_{R\to 0} = \frac{\omega L}{\sqrt{(1-\omega^2 Lc)^2 + \omega^2 c^2 R^2}} \quad .... (6.30)$$

এবং এই সমীকরণে ωL ও $\omega^2 c^2 R^2$ এর ω-এর জায়গায় ω_0 বসানো গেলেও $(\omega - \omega^2 Lc)$ তে $\omega = \omega_0$ বসানো যাবে না কারণ সেক্ষেত্রে রাশিটি শূন্য হবে।

সুতরা, $$|Z|_{R\to 0} = \frac{\omega_0 L}{\sqrt{(1-\omega^2 Lc)^2 + \omega_0^2 c^2 R^L}}$$

আমরা জানি $Z_0 = \frac{L}{cR}$ সুতরা $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega$ এর ক্ষেত্রে $|Z| = \frac{Z_0}{V_2}$ হলে

$$\frac{1}{V_2}\cdot\frac{L}{cR} = \frac{\omega_0 L}{\sqrt{\left\{1-(\omega \pm \Delta\omega)^2 Lc\right\}^2 + \omega_0^2 c^2 R^2}}$$ ইহাকে বীজগাণিতিক প্রক্রিয়ার মাধ্যমে সরল করে পাওয়া

যায়, $$\frac{\omega_0}{2\Delta\omega} = Q = \frac{1}{\omega_0 cR} = \frac{\sqrt{Lc}}{cR} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{c}} \quad ....(6.31)$$

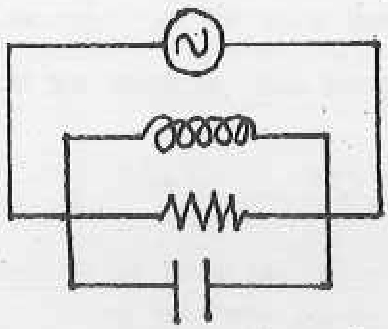
অতএব অনুযোজক বর্তনীর মতো বর্জক বর্তনীতেও অনুনাদের তীক্ষ্ণতা Rএর ব্যস্তনুপাতিক।

(6.13) সর্বোচ্চ তড়িৎক্ষমতার বিনিময় উপপাদ্য তড়িৎ উৎসের সাহিত যুক্ত বর্তনীর তড়িৎ শক্তি ক্ষয়ের হার কখনও সর্বোচ্চ হয়। এই আলোচনায় প্রথমে স্থির তড়িৎপ্রবাহর কথা ভাবা যাক।

ধরা যাক্ বহিঃ বর্তনীর রোধ R_L ও উৎসের নিজস্বরোধ R_s উৎসের তড়িৎ চালন বলের মান E হলে বর্তনীর তড়িৎপ্রবাহ $I = \frac{E}{R_L + R_s}$ ও বহির্বর্তনীতে তড়িৎশক্তি ব্যয়ের হার $P = I^2 R_L = \frac{E^2 R_L}{(R_L + R_s)^2}$

P-র মান সর্বোচ্চ হওয়ার শর্ত $\frac{dP}{dR_2} = 0$ ও $\frac{d^2P}{dR_L^2} < 0$ এখন $\frac{dP}{dR_L} = \frac{E^2(R_s - R_L)}{(R_L + R_S)^2}$

$\therefore$ উপরোক্ত শর্ত অনুযায়ী P এর মান সর্বোচ্চ হবে যখন $R_L = R_S$ হয়।



চিত্র(6.19)

পর্যাবৃত্ত তড়িৎপ্রবাহের ক্ষেত্রে ধরা যাক বহিঃ বর্তনীর সার্বিক রোধ $Z_L = R_L + ix_L$ ও উৎসের নিজস্ব সার্বিক রোধ $Z_S = R_S + ix_S$ অতএব বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহ মাত্রা $i = \dfrac{Ze}{Z_L + Z_S}$ বহিঃবর্তনীতে রোধ R_Lর জন্য তড়িৎ শক্তি ক্ষয়ের হার $P = I_{rms}^2 R_L = \dfrac{E_{rms}^2 R_L}{(R_L + R_s) + (x_2 + x_S)^2}$ .... (6.32)

এখন R_L এর মান স্থির রাখলে P-এর মান সর্বোচ্চ হবে

যখন $x_L + x_s = 0$ হয়। সেক্ষেত্রে $P = \dfrac{ER_L}{(R_L + R_s)^2}$ স্থির তড়িৎ প্রবাহের ক্ষেত্রে এই সম্পর্কই পাওয়া গেছে।

সুতরাং R_Lর পরিবর্তনের ক্ষেত্রে P এর মান সর্বোচ্চ হয়। যখন $R_L = R_S$ হয়। উপরের শর্ত দুটি একত্রে লেখা যায় যখন $Z_L = Z_S$ (Z_s-এর জটিল পরিপূরক) হবে তখন শক্তির বিনিময় সর্বোচ্চ।

প্রসঙ্গত উল্লেখ করা যেতে পারে, যদি $x_L = x_S$ এই শর্তটি পূরণ করা সম্ভবপর না হয় সেক্ষেত্রে শুধুমাত্র R_L এর সাথে P-এর পরিবর্তন লক্ষ্য করা যেতে পারে

এখন $\dfrac{dP}{dR_L} = \dfrac{E^2\left[R_S^2 + \left(x_L + x_s\right)^2 - R_L^2\right]}{\left(R_L + R_S\right)^2 + \left(x_L + x_s\right)^2}$ সুতরাং $\dfrac{dp}{dR_L} = 0$ হবার শর্ত $R_L{}^2 = R_S{}^2 + (x_L + x_s)^2$

এই ক্ষেত্রেও শক্তির বিনিময় সর্বোচ্চ হবে।

6.14 সারাংশ

● বর্তনীতে শুধুমাত্র ধারক বা আবেশক যুক্ত থাকেলে বর্তনীর সার্বিক রোধ সম্পূর্ণরূপে একটি কাল্পনিক সংখ্যা দ্বারা প্রকাশিত করা যায়। শক্তি সূচকের মান শূণ্য অর্থাৎ বর্তনীর তড়িৎপ্রবাহ নিরপচয়ী।

● কম্পাঙ্কের যে মানে বর্তনীর সার্বিক রোধের মান সর্বোচ্চ হয়, শ্রেণী L-C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে তাকেই অনুনাদী কম্পাঙ্ক বলে। অনুনাদের সময় বর্তনীর পরিরোধ $X_L - X_C = 0$ হয় অণুনাদ কম্পাঙ্ক $\omega_0 = i/\sqrt{Lc}$ অনুনাদের Q গুণাঙ্ক $= \omega_0 \, L/R$

প্রবাহ অনুনাদ ও বিভব অণুনাদের তুলনা।

● সমান্তরাল L-C-R বর্তনীর ক্ষেত্রে সার্বিক রোধের মান যখন সর্বনিম্ন হয় তখন অনুনাদ সৃষ্টি হয় বলে ধরা হয়। আবার বর্তনীর পরিরোধের মান শূণ্য সেই শর্তেও অনুনাদ বর্ণনা করা যায়। বর্তনীর রোধের মান যখন খুব কম তখন অনুনাদের Q গুনাঙ্ক $= \dfrac{1}{\omega_0 cR} = \left(\dfrac{|Zc|}{|Z|}\right)_{\omega=\omega_0}$

● উৎস বহিঃবর্তনীর সার্বিক রোধ যখন একে ও অপরের জটিল পরিপূরক তখনই উৎস থেকে গৃহীত তড়িৎ শক্তির হার সর্বোচ্চ হবে।

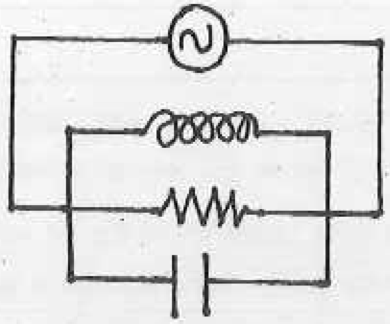
6.15 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী ঃ

(1) অর্ধ সময়কাল $T/2$-র সাপেক্ষে কোন পর্যাবৃত্ত রাশি $A(+) = A_0 \sin(\omega t + \alpha)$ র গড় মান কত?

(2) একটি বৈদ্যুতিক বাল্ব 110 ভোল্ট (ডি.সি.) বিভব পার্থক্যে যুক্ত থাকলে তড়িৎ শক্তি ব্যয়ের হার 55 ওয়াট। বাল্বটিকে যদি 220 ভোল্ট A 50 হার্জ বিদ্যুতিক লাইনে একটা চোক্ কুণ্ডলীর সাথে শ্রেণী সমবায়ে যুক্ত করা হয়, সেক্ষেত্রে চোক্ কুণ্ডলীর স্বাবেশাঙ্কের মান কত?

(3) উৎসের বিভবের মান কত হলে C-R শ্রেণী বর্তনীর C ও R এর দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য যথাক্রমে 40 ভোল্ট ও 60 ভোল্ট হয়। বর্তনীর বিভব ও প্রবাহমাত্রার মধ্যে দশা পার্থক্য কত?

(4) L-C-R সিরিজ বর্তনীর ক্ষেত্রে আবেশ কুন্ডলী ও ধারকের দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্যর কার্যকরী মান যথাক্রমে $(V_c)_{rms}$ ও $(V_L)_{rms}$ উৎস কম্পাঙ্কের কোন মানের জন্য $(V_c)_{rms}$ সর্বোচ্চ হবে? উৎস কম্পাঙ্ক w র মান কত হলে $(V_c)_{rms}=(V_L)_{rms}$ হয়?



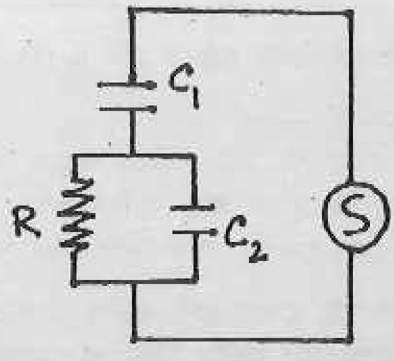
(চিত্র 6.19)

5. একটি অবেশ কুণ্ডলীর (L) একটি ধারক (c) ও একটি রোধ R সমান্তরাল সমবায় যুক্ত (চিত্র 6.19) দেখুন।

বর্তনীর সার্বিক রোধ কত? বর্তনীর পরিরোধের মান শূণ্য হওয়ার শর্তই অনুনাদের শর্ত। সেক্ষেত্রে বর্তনীর অনুনাদ কম্পাঙ্ক ও Q গুনাঙ্কর মান নির্ণয় কর?

6. তড়িৎ উৎসের সার্বিক রোধ $(50+i\ 60)\ \Omega$ বহিঃবর্তনীর সার্বিক রোধ Z_L এর মান কত হলে, বহিঃবর্তনীর শক্তি ক্ষয়ের হার সর্বোচ্চ হবে? উৎসের বিভব 100 ভোল্ট হলে, শক্তি ক্ষয়ের হারের সর্বোচ্চমান কত? বহিঃবর্তনীতে যদি শুধু মাত্র একটি রোধ যুক্ত থাকে সেক্ষেত্রে রোধের কোন মাপের জন্য শক্তি ক্ষয়ের হার সর্বোচ্চ হবে? এক্ষেত্রে শক্তি ক্ষয়ের হারের সর্বোচ্চ মান কত?

7. $10^4\ \Omega$ এর একটি রোধ $c_1 = 0.5\ \mu F$ ও $c_2 = oi2\mu F$ সাথে (চিত্র 6.20) অনুসারে যুক্ত। উৎসের বিভব 120 ভোল্ট ও কম্পাঙ্ক 60 হার্জ হলে বর্তনীর শক্তিক্ষয়ের হার কত।



চিত্র(6.20)

8. নিম্নরোধের একটি আবেশ কুণ্ডলীকে একটি বিশুধ স্বাবেশ কুণ্ডলী (স্বাবেশাঙ্ক L_1) ও রোধ R_1এর শ্রেণী সমবায় বা বিশুধ স্বাবেশ কুণ্ডলী (স্বাবেশাঙ্ক L_2) ও রোধ R_2এর সমান্তরাল সমবায়ের তুল্য হিসাবে

ধরলে প্রমাণ করুন। $L_1 = L_2$ এবং $R_2 = \frac{\omega^2 L_1^2}{R_1}$

9. 50μF ধারকত্বের একটি ধারক শ্রেণীসজ্জায় যুক্ত 0.07 স্বাবেশাঙ্কের এক কুণ্ডলী ও 22 Ω রোধের সহিত সমান্তরালভাবে যুক্ত। সম্পূর্ণ সমবায়টি কে 200 $\sqrt{2}$ ভোল্ট ও 50 Hz এর পরিবর্তী সাইনীয় তড়িচ্চালক বলের উৎসের সাথে যুক্ত করলে মূল প্রবাহ কত হবে?

6.11 উত্তরমালা ঃ

1. A-এর গড় মান, $A = \frac{1}{T/2}\int_{\alpha}^{T/2} A_0 \sin(\omega t + \alpha)dt = \frac{2A_0}{\omega t}\int_{\alpha}^{\frac{\omega t}{2}+\alpha} \sin dx$

$$= \frac{A_0}{\pi}\int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \sin x \, dx = \frac{A_0}{\pi}\left[-\cos x\right]_{\alpha}^{\pi+\alpha} = \frac{2A_0}{\pi}\cos\alpha$$

2. শক্তি অপচয়ের হার, $P = V^2/R$ ∴ বালবের রোধ $R = \frac{(110)^2}{55} = 220\Omega$. প্রবাহমাত্র $I = \frac{V}{R} = 0\cdot 5$ অ্যাম্পিয়ার, এখর L–R বর্তনীর প্রবাহমাত্রা 0.50 অ্যাম্পিয়ার ও রোধের দুইপ্রান্তের বিভব পার্থক্য $V_R = 110$ ভোল্ট। আবেশ কুণ্ডলীর দুই প্রান্তের বিভব প্রভেদ

$V_L = \sqrt{V^2 - R_R^2} = \sqrt{(220)^2 - (110)^2} = 110\sqrt{3}$ ভোল্ট

আবার $|V_L| = wLI = 2\pi fLI$ এখন $f = 50$ হার্জ

∴ $L = \frac{110\sqrt{3}}{2\pi.50.\cdot 5} = 1\cdot 21$ হেনরী

3. এখন V_R, V_C, ও V একটি সমকোণী ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা প্রদর্শিত হয়। এবং

$\therefore V = \sqrt{V_R^2 + V_C^2} = 20\sqrt{2^2 + 3^2} = 20\sqrt{13}$ ভোল্ট।

$\tan\phi = \frac{V_C}{V_R} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

4. L-C-R বর্তনীর তড়িৎপ্রবাহের কার্যকরী মান $J/I_{rms} = \frac{E_{rms}}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega c}\right)^2\right]^{1/2}}$ সমীকরণ (6.8) দেখুন

$$\left(V_C\right)_{rms} = \frac{1}{\omega c}\frac{E_{rms}}{\left[R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega c}\right)^2\right]^{1/2}} = \frac{E_{rms}}{\left[R^2\omega^2c^2+\left(\omega^2 Lc-1\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$\frac{d\left(V_c\right)_{rms}}{\delta\omega}=0$$ হবার শর্ত $R^2C+2L(\omega^2LC-1)=0$

$$\therefore \omega_p=\sqrt{\frac{1}{Lc}-\frac{R^2}{2L^2}}$$

এখন $(V_L)_{rms}=\omega L\, I_{rms}$

$(V_L)_{rms}=(V_C)_{rms}$ হবার শর্ত $\omega_0 LI_{rms}=\frac{1}{\omega_0 c}I_{rms}$

$\therefore \omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 c}$ বা $\omega_0{}^2=\frac{1}{Lc}$ বা $\omega_0={1}/{\sqrt{Lc}}$

5. বর্তনীর সার্বিক রোধের তুল্যাঙ্ক মান Z_{eq} হলে

$$\frac{1}{Z_{eq}}=\frac{1}{Zc}+\frac{1}{Z_L}+\frac{1}{Z_R}$$

$$=j^{wc}-\frac{j}{\omega L}+\frac{1}{R}=\frac{1}{R}+j\left(\omega c-\frac{1}{\omega L}\right)$$

বা $$Z_{eq}=\frac{1}{\frac{1}{R}+j\left(\omega c-\frac{1}{\omega L}\right)}=\frac{\frac{1}{R}-j\left(\omega c-\frac{1}{\omega L}\right)}{\frac{1}{R^2}+\left(\omega c-\frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

বর্তনীর পরিরোধ $X(w=w_0)=0$ হবার শর্ত

$\omega_0 c-\frac{1}{\omega_0 L}=o$ বা $\omega_0{}^2=\frac{1}{Lc}$ বা $\omega_0={1}/{\sqrt{Lc}}$

এখন $I_{rms}(\omega=\omega_0)=\dfrac{E_{rms}}{|Z(\omega=\omega_0)|}=R\,E_{rms}$

অনুনাদের প্রসার $\omega_2-\omega_1=\Delta\omega$ হলে $I_{rms}(\omega=\omega_1)=I_{rms}(\omega=\omega_2)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}I_{rms}(\omega=\omega_0)$

বা $\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\dfrac{1}{\omega_1 L}-\omega_1 c\right)^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{1}{R}\right)^2+\left(\omega_2 c-\dfrac{1}{\omega_2 L}\right)^2}=\dfrac{1}{2\left(\dfrac{1}{R}\right)^2}$

বা $\dfrac{1}{\omega_1 L}-\omega_1 c=\omega_2 c-\dfrac{1}{\omega_2 L}=\dfrac{1}{R}$

বা $\left(\dfrac{1}{\omega_1}+\dfrac{1}{\omega_2}\right)\dfrac{1}{L}=(\omega_1+\omega_2)c$

বা $\omega_1\omega_2=\dfrac{1}{Lc}=\omega_0{}^2$

আবার $\dfrac{1}{\omega_1 L}-\omega_1 c=c\left(\dfrac{\omega^2 o}{\omega_1}-\omega_1\right)=c\,(\omega_2-\omega_1)=\dfrac{1}{R}$

বা $\omega_2-\omega_1=\dfrac{1}{cR}$

অতএব Q গুনাঙ্ক $\dfrac{\omega_0}{\omega_2-\omega_1}=\omega_0 cR$

6. শক্তিক্ষয় সর্বোচ্চ হওয়ার শর্ত $Z_S=Z_L$ এখন $Z_S=(50+i\,60)\Omega$

$\therefore\ Z_L=(50+i\,60)\Omega$

সমীকরণ 6.32 থেকে পাই শক্তিক্ষয় $P=\dfrac{E^2R_L}{(R_S+R_L)^2+(X_L+X_s)^2}$

এখন $R_S=R_L=50\Omega \quad X_L+X_s=0$

$\therefore$ Pর সর্বোচ্চ মান $P_{max}=\dfrac{(100)^2}{4\times 50}=50$ ওয়াট।

সম্পর্ক (6.33) থেকে পাই $R_L^{\,2} = R_S^{\,2}(X_L + X_S)^2$

এক্ষেত্রে $X_L = 0$

$$\therefore\ R_L^{\,2} = (50)^2 + (60)^2$$

$$\therefore\ R_L = 78\cdot 1\Omega$$

সর্বোচ্চ শক্তিক্ষয়ের হার, $P_{max} = \dfrac{(100)^2 \times 78\cdot 1}{(78.1+50)^2 + (60)^2} = 39$ ওয়াট।

7. $\omega = 2\pi f = 2\pi \times 60 = 377$ হার্জ

RC সমান্তরাল সমবায়ের সার্বিক রোধ যদি Z_{RC} হয়,

$$\frac{1}{Z_{RC}} = \frac{1}{R} + j\omega c_2 = \frac{1 + j\omega c_2 R}{R}$$

বা $Z_{RC} = \dfrac{R(1 - j\omega c_2 R)}{1 + (\omega c_2 R)^2}$

এখন $\omega c_2 R = 377 \times .2 \times 10^{-6} \times 10^4 \Omega = 0\cdot 754\Omega$

$$\therefore Z_{RC} = \frac{10^4(1 - j\cdot 0\cdot 754)}{1 + (\cdot 754)^2} = 6360 - 4800j$$

c_1 র সার্বিক রোধ $Z_C = -\dfrac{j}{wc_1} = \dfrac{-j}{377 \times 5 \times 10^{-6}} = -5300j$

সমগ্র বর্তনীর সার্বিক রোধ $Z = Z_{CR} + Z_C = 6360 - (4800 + 5300)j\,\Omega$

$$= (6300 - j10{,}100)$$

বর্তনীর প্রবাহমাত্রা $I = \dfrac{V}{Z} = \dfrac{120}{(6360 - 10{,}100j)} = (5\cdot 37 + 8\cdot 53j)$ m.amp.

এখন রোধের দুইপ্রান্তের বিভব

$$V_R = V - IZ_C$$

$$= 120 - (5\cdot 37 + 8\cdot 53j) \times 10^{-3} \times (-5300j)$$

$$=120-(45\cdot 2-28\cdot 4j)=74\cdot 8+28\cdot 4j) \quad \text{ভোল্ট}$$

R র শক্তি ক্ষয়ের হার $=\frac{V_R^2}{R}=\frac{(74\cdot 8)^2+(28\cdot 4)^2}{10^4}$ = 0·64 ওয়াট

8. শ্রেণী সজ্জায় L_1 ও R_1 এর সার্বিক রোধ $Z_1=R_1 + \omega j\ \omega L_1$

সমান্তরাল সজ্জায় L_2 ও R_2 এর সার্বিক রোধ Z_2 হলে

$$\frac{1}{Z_2}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{j\omega L_2}=\frac{R_2+j\omega L_2}{j\omega L_2 R_2}$$

$$Z_L=\frac{j\omega L_2 R_2}{R_2+j\omega L_2}=\frac{j\omega L_2 R_2(R_2-j\omega L_2)}{R_L{}^2+\omega^2 L_2{}^2}$$

$$=\frac{\omega^2 L^2{}_2 R_2-1}{R_2^2+\omega^2 L_2{}^2}+j\omega\frac{L_2 R_2{}^2}{R^2+\omega^2 L_2{}^2}$$

উভয়ই তুল্য হলে $Z_1 = Z_2$ সেক্ষেত্রে পাওয়া যায়

$$R_1=\frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2} \text{ এবং } L_1\frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2\omega^2 L_2{}^2}$$

$\because R_1 << L_1$ [কুণ্ডলীর রোধ ক্ষুদ্র বলে

$$\frac{\omega^2 L_2{}^2 R_2}{R_2{}^2+\omega^2 L_2{}^2} << \frac{L_2 R_2{}^2}{R_2{}^2+\omega L_2{}^2}$$

বা $\omega^2 L_2 << R_2$

$$\therefore R_1=\frac{\omega^2 L_2{}^2}{R_2}$$

এবং $L_1 = L_2$

বর্তনী চিত্র হতে L ও R এর শ্রেণী সমবায়ের সার্বিক রোধের মান

$$|Z|=\sqrt{(22)^2(2\pi\times 50\times\cdot 07)^2}$$

ঐ অংশের প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান $I_1 = \frac{200\sqrt{2}}{\sqrt{(22)^2 + (2\pi \times 50 \times \cdot 07)^2}} = 9.09$ amp

এবং দশা θ_1 হলে $\cos \theta_1 = \frac{R}{|Z_1|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \cos 45°$

অনুরূপে c এর মধ্যে প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান

$$I_2 = \frac{200\sqrt{2}}{1/2\pi \times 50 \times 50 \times 10^{-6}} = 4 \cdot 44 \text{ amp}$$

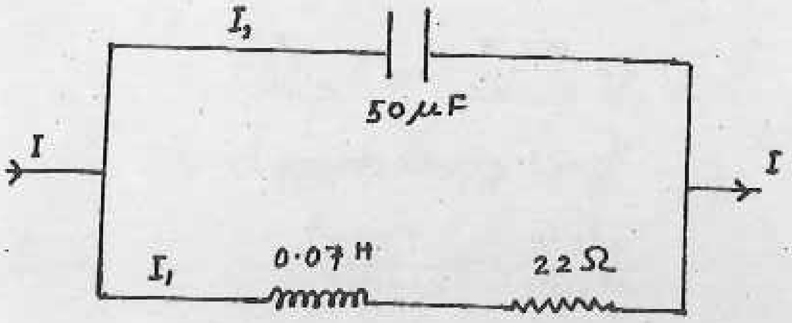
এখানে $\cos \theta_2 = 0$ বা $\theta_2 = 90°$

$\therefore$ মূল প্রবাহমাত্রার কার্যকরী মান I হলে

$I_1 \cos \theta_1 + I_2 \cos \theta_2 = I \cos \theta$

এবং $I_1 \sin \theta_1 - I_2 \sin \theta_2 = I \sin \theta$

এখানে মূল প্রবাহ E থেকে θ কোণে পিছিয়ে আছে।



চিত্র(6.21)

$$\therefore I \cos\theta = \frac{9 \cdot 09}{\sqrt{2}}$$

$$I \sin \theta = \frac{9 \cdot 09}{\sqrt{2}} - 4 \cdot 44 \times 1$$

$$\therefore I = \left(\frac{9 \cdot 09}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{9 \cdot 09}{\sqrt{2}} - 4 \cdot 44\right)^2 = 6{\cdot}67\text{A}$$

একক 7 □ মোটর ও ট্রান্সফরমার

গঠন

7.1 প্রস্তাবনা

বিদ্যুৎশক্তি থেকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করার প্রয়োজনীয় ব্যবস্থাই মোটর। দৈনন্দিন জীবনে এই যন্ত্রের ব্যবহারের অনেক নজির আছে যেমন বৈদ্যুতিক পাখা বা বৈদ্যুতিক পাম্প। এই ব্যবস্থার কার্যপদ্ধতি প্রাথমিকভাবে দুটি ঘটনার উপর নির্ভর করে (১) চৌম্বকক্ষেত্রে রাখা কোন কুণ্ডলী বা ধাতব পরিবাহী ও চৌম্বকক্ষেত্রের মধ্যে আপেক্ষিক গতির জন্য পরিবাহীতে তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়, (২) পরিবাহীতে বিদ্যুৎপ্রবাহের ফলে চৌম্বকক্ষেত্রে রাখা পরিবাহীতে বল ক্রিয়া করে। গঠনের দিক দিয়ে মোটরের দুটি অংশ, স্থিরক (Stator) ও ঘূর্ণক (Rotor)। স্থিরক বলতে এমন একটা ব্যবস্থা বুঝি যার সাহায্যে ঘূর্ণায়মান চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করা হয়। চৌম্বকক্ষেত্রর মধ্যে ঘূর্ণনক্ষম একটি কুণ্ডলী বা পরিবাহীই ঘূর্ণক, বিভিন্ন ক্ষেত্রে সবচেয়ে বেশী ব্যবহৃত মোটরের নাম আবেশী মোটর। গঠনের দিক দিয়ে এই শ্রেণীর মোটর যথেষ্ট মজবুত ও অপেক্ষাকৃত কম দামী। এছাড়া নির্দিষ্ট ধরণের কাজের জন্য অন্য ধরনের মোটর ব্যবহার করা হয়। যেমন — সমতাল মোটর ও সর্বক্ষেত্রীয় মোটর।

ট্রান্সফরমার একটি প্রয়োজনীয় ব্যবস্থা যার সাহায্যে পর্যাবৃত্ত উৎসের কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত রেখে প্রয়োজন অনুসারে উৎসের বিভবের চেয়ে বেশী বা কম মানের বিভবের বিদ্যুৎ সরবরাহ করা হয়, যে ব্যবস্থার সাহায্যে উৎসের বিভবের চেয়ে বেশী বা কম মানের বিভব উৎপন্ন করা যায় তাদের যথাক্রমে আরোহী (Step up) বা অবরোহী (Step down) ট্রান্সফরমার বলে। সাধারণতঃ বিদ্যুৎ সরবরাহের ক্ষেত্রে ট্রান্সফরমারের ব্যবহার সর্বাধিক। সরবরাহ লাইনে শক্তি ক্ষয় কমানোর জন্য আরোহী ট্রান্সফরমারের সাহায্যে উচ্চ বিভবে বিদ্যুৎ দুরবর্তী স্থানে পাঠান হয় ও প্রয়োজন মত অবরোহী ট্রান্সফরমারের সাহায্যে ভোল্টেজ নামিয়ে বিদ্যুৎ ব্যবহার করা হয়। ট্রান্সফরমার শক্তি ক্ষয়ের বিভিন্ন কারণগুলি এক কথায় লৌহ ক্ষয় ও তাম্র ক্ষয় নামে বর্ণনা করা হয়। ট্রান্সফরমারের গঠনের ক্ষেত্রে বিভিন্ন ধরণের শক্তি ক্ষয়ের বিষয়টিতে যথেষ্ট গুরুত্ব আরোপ করা হয়।

এই অধ্যায়ের শেষে আমরা শিখব—

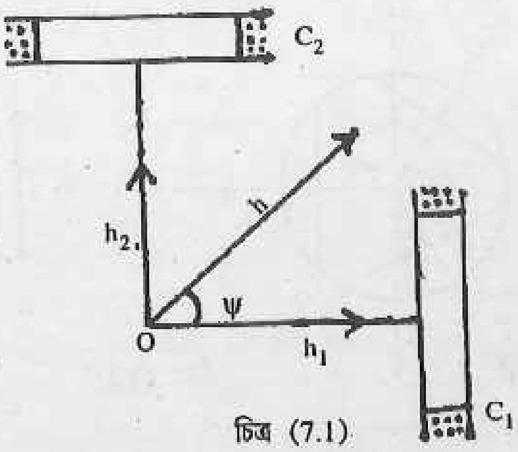
- ঘূর্ণীয়মান চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টির মূলনীতিটি কি?
- আবেশী মোটরের কার্যনীতি।
- ট্রান্সফরমার ব্যবস্থার কার্যনীতি।
- ট্রান্সফরমারের শক্তি ক্ষয়ের বিভিন্ন কারণগুলি কি কি? ও তার প্রতিকার ব্যবস্থা।

7.2 ঘূর্ণী চৌম্বকক্ষেত্র

কোন বিন্দু বা ক্ষুদ্র অঞ্চলে কোন নির্দিষ্ট কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান চৌম্বকক্ষেত্র প্রাবল্য ভেক্টরটির যদি

মান অপরিবর্তিত থাকে তাহলে চৌম্বকক্ষেত্রটি ঘূর্ণায়মান বলা হয়। এই ধরণের চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করতে গেলে একাধিক তড়িৎপ্রবাহের উৎস ব্যবহার করতে হয় এবং এই তড়িৎপ্রবাহগুলির মধ্যে নির্দিষ্ট দশা পার্থক্য বজায় রাখা আবশ্যিক।

দ্বিদশা পদ্ধতি : এই পদ্ধতিতে ঘূর্ণি চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করার জন্য দুইটি অভিন্ন তারের কুণ্ডলীকে 90° কোণে পরস্পরের অক্ষর ছেদ বিন্দুর থেকে অক্ষ বরাবর সমান দূরে রাখা হয়, চিত্র (7.1) অনুযায়ী C_1 ও C_2 দুটি কুণ্ডলী তাদের অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O থেকে যথাক্রমে x ও y অক্ষ বরাবর সমদূরে রাখা আছে। কুণ্ডলী দুটি যে পর্যাবৃত্ত তড়িৎ উৎস দুটির সাথে যুক্ত তাদের মধ্যে দশা পার্থক্য $\pi/2$. কুণ্ডলীদ্বয়ের তড়িৎপ্রবাহর তাৎক্ষণিক মান যথাক্রমে $i_1 = I_0 \cos \omega t$. ও $i_2 = I_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \sin \omega t$.



চিত্র (7.1)

তড়িৎ প্রবাহের সর্বোচ্চ মান I_0 দুটি কুণ্ডলীর ক্ষেত্রেই সমান। কুণ্ডলীতে পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহর ফলে O বিন্দুতে উৎপন্ন চৌম্বকক্ষেত্রর দিক অক্ষ বরাবর হয়। এবং এটির দিক ডান হাতের সূত্র বা কর্কস্ক্রু বা সূত্র হতে নির্ণয় করা যায়। তড়িৎ প্রবাহ ও উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে কোন দশা পার্থক্য থাকে না। সুতরাং, C_1 ও C_2 কুণ্ডলী দ্বারা উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্রগুলি যথাক্রমে $\vec{h_1}(+) = h_0 \cos \omega t.\ \hat{x}$ ও $\vec{h_2}(+) = h_0 \sin \omega t.\ \hat{y}$. [$\hat{x}$ ও $\hat{y}$ যথাক্রমে x ও y অক্ষ বরাবর একক ভেক্টর]

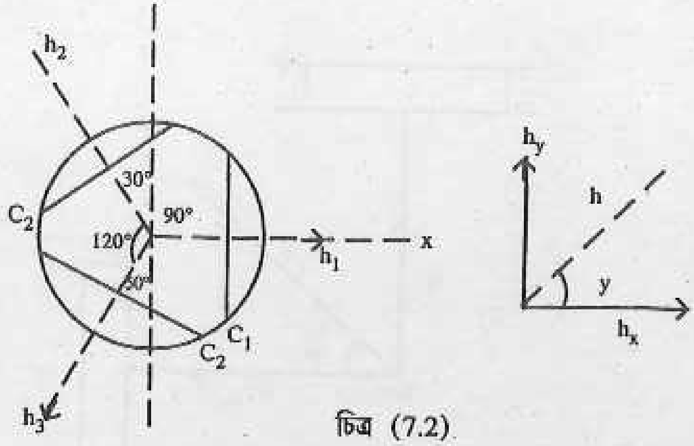
O বিন্দুতে উৎপন্ন চৌম্বক ক্ষেত্রের লব্ধি মান, $\vec{h}(+) = \vec{h_1}(+) + \vec{h_2}(+) = h_0 \cos \omega t.\ \hat{x} + h_0 \sin \omega t.\ \hat{y}$

$\therefore$ লব্ধির মান $|\vec{h}(+)| = \sqrt{(h_0 \cos \omega t)^2 + (h_0 \sin \omega t)^2}$

লব্ধির দিক $\quad \varphi = h_0$ (ধ্রুবক) $= \tan^{-1}\dfrac{h_y(+)}{h_x(+)} = \omega t$

অতএব লব্ধি চৌম্বক ক্ষেত্র নির্দিষ্ট কৌণিক বেগ ω নিয়ে ঘুরছে। কিন্তু এটির মান h_0 সময় নিরপেক্ষ। $\omega = 2\pi f$, যেখানে f তড়িৎ উৎসের কম্পাঙ্ক।

ত্রিদশা পদ্ধতি ঃ এই পদ্ধতিতে তিনটি অভিন্ন কুণ্ডলীকে একটি বৃত্তের পরিধি বরাবর সুষমভাবে রাখা হয়, সেক্ষেত্রে কুণ্ডলীর অক্ষগুলি পরস্পর 120° কোণে আনত ও কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। কুণ্ডলীগুলির মধ্যে চালিত পরিবর্তী তড়িৎপ্রবাহর মধ্যে পরস্পর 120° দশা পার্থক্য বজায় থাকে। তড়িৎপ্রবাহের তাৎক্ষণিক



চিত্র (7.2)

মানগুলি যথাক্রমে $i_1 = I_0 \cos \omega t$, $i_2 = I_0 \cos\left(\omega t - 2\pi/3\right)$ এবং $i_3 = I_0 \cos\left(\omega t - 4\pi/3\right)$ এই তড়িৎপ্রবাহর জন্য বৃত্তের কেন্দ্র উদ্ভূত চৌম্বকক্ষেত্র কুণ্ডলীর অক্ষগামী এবং চৌম্বক ক্ষেত্রর সাথে তড়িৎপ্রবাহ সমদশায় থাকে। স্বভাবতই উদ্ভূত চুম্বক ক্ষেত্রের দিক ডান হাত সূত্র থেকে পাওয়া যায়। C_1 কুণ্ডলীর অক্ষকে x অক্ষ ধরা যাক। O বিন্দুতে লব্ধি চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{h}(+) = \vec{h}_1(+) + \vec{h}_2(+) + \vec{h}_3(0)$ x ও y অক্ষ বরাবর $\vec{h}(+)$র উপাংশদ্বয় যথাক্রমে

$$h_x(+) = h_0 \cos\,\omega t + h_0 \cos\left(\omega t - 2\pi/3\right)\cos 2\pi/3 + h_0 \cos\left(\omega t - \cos\pi/3\right)\cos 4\pi/3 \text{ ও}$$

$$h_y(x) = h_0 \cos\left(\omega t - 2\pi/3\right)\sin 2\pi/3 + h_0 \cos\left(\omega t - 4\pi/3\right)\sin 4\pi/3$$

$$\therefore \quad h_x(+) = h_0 \cos \omega t + h_0 \cos\frac{2\pi}{3}\cos\left(\omega t - 2\pi/_3\right) + h_0 \cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right)\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - 2\pi\right)$$

$$= h_0 \cos \omega t + h_0 \cos\frac{2\pi}{3}\left[\cos\left(\omega t - 2\pi/_3\right) + \cos\left(\omega t + 2\pi/_3\right)\right]$$

$$= h_0 \cos \omega t\left[1 + 2\left(\cos.\frac{2\pi}{3}\right)^2\right] = \frac{3}{2}h_0 \cos \omega t$$

এবং,

$$h_y(+) = h_0 \sin\frac{2\pi}{3}\cos\left(\omega t - 2\pi/_3\right) + h_0 \sin\left(2\pi - 2\pi/_3\right)\cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3} - 2\pi\right)$$

$$= h_0 \sin 2\pi/_3\left[\cos\left(\omega t - 2\pi/_3\right) - \cos\left(\omega t + 2\pi/_3\right)\right]$$

$$= 2h_0\left(\sin 2\pi/_3\right)^2 \sin \omega t = \frac{3}{2}h_0 \sin \omega t$$

অতএব চৌম্বকক্ষেত্রের লব্ধির মান $\left|\overrightarrow{h(+)}\right| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}h_0 \sin \omega t\right)^2 + \left(\frac{3}{2}h_0 \cos \omega t\right)^2} = \frac{3}{2}h_0$

ও লব্ধির দিক $\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{h_y(+)}{h_x(+)}\right) = \omega t$

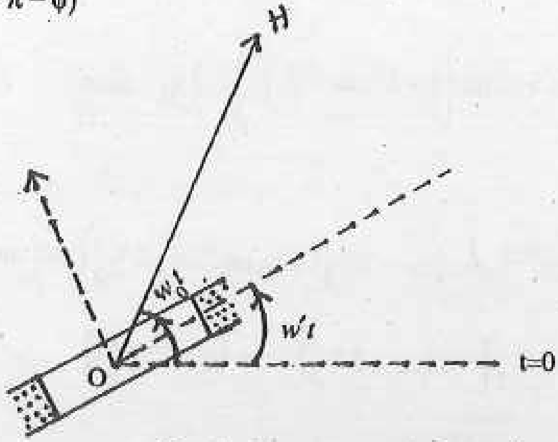
$\therefore$ চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রাবল্য ভেক্টরটি স্থির মান $\frac{3}{2}h_0$ নিয়ে ω কৌণিক বেগে ঘুরছে।

$\omega = 2\pi f$ যেখানে f তড়িৎ উৎসের কম্পাঙ্ক।

ঘূর্ণি চুম্বক ক্ষেত্রে রক্ষিত ক্ষুদ্র কুণ্ডলীর উপর ক্রিয়াশীল টর্ক।

ধরা যাক, কোন বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র ω কৌণিক বেগে ঘুরছে। ঐ চৌম্বকক্ষেত্রে কোন তারের কুণ্ডলী বা পরিবাহী রাখলে ঐ ঘূর্ণকের উপর তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়। লেঞ্জের সুত্র অনুযায়ী বলা যায়, ঘূর্ণকের কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িৎপ্রবাহর দিক এমন ভাবে যার ফলে চৌম্বক ক্ষেত্র ও ঘূর্ণকের মধ্যে কৌণিক বেগে সমতা আসতে পারে। ধরা যাক, গতির কোন অবস্থায় ঘূর্ণায়মান চৌম্বক ক্ষেত্রের কৌণিক সরণ $\omega_0 t$ ও কুণ্ডলীটির কৌণিক সরণ $\omega' t$। কুণ্ডলী সাপেক্ষে চৌম্বক ক্ষেত্রের মধ্যে কৌণিক বেগ $\omega = \omega_0 - \omega'$ যদি কুণ্ডলীর পাক সংখ্যা N, ক্ষেত্রফল A ও চৌম্বক ক্ষেত্রের মাপ B হয়, সেক্ষেত্রে কুণ্ডলীতে আবিষ্ট চুম্বক বলরেখার সংখ্যা, $\psi = NAB \sin \omega t$

কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িৎচালক বল $e(+)=\frac{-\partial\psi}{\partial t}=NAB\,\omega\cos(\omega t-\pi)$ যদি কুণ্ডলীর রোধ R ও স্বাবেশাঙ্ক l হয় তাহলে ঐ $L\,R$ বর্ত্তণীতে আবিষ্ট তড়িচ্চালক বলের জন্য তড়িৎ প্রবাহর তাৎক্ষণিক মান $i(+)=\frac{NAB\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2l^2}}\cos(\omega t-\pi-\phi)$



চিত্র (7.3)

যেখানে বিভব ও তাপমাত্রার মধ্যে দশা পার্থক্য $\phi=\tan^{-1}\left(\frac{\omega l}{R}\right)\omega' t$ এই ছোট কুণ্ডুলীতে তড়িৎ প্রবাহর ফলে উদ্ভুত চৌম্বকক্ষেত্র একটি দণ্ড চুম্বকের চুম্বক ক্ষেত্রর সমতুল্য যার চৌম্বক ভ্রামক $\mu=NAi$ ও চৌম্বক ভ্রামক ও চৌম্বকক্ষেত্রের সাথে উৎপন্ন কোণ $\left(\pi/2-\omega t\right)$ অতএব কুণ্ডলীর উপর প্রযুক্ত টর্ক-এর তাৎক্ষণিক মান $\Gamma=|\bar{\mu}\times\bar{B}|=\mu B\sin\left(\pi/2-\omega t\right)$

$$=\frac{N^2A^2B^2\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2l^2}}\cos(\omega t-\phi-\pi)\cos\omega t$$

সম্পূর্ণ ঘূর্ণনের জন্য এই টর্কের গড় মান সহজেই বার করা যায়।

এখন গাণিতিক নিয়মে টর্কের গড়মান,

$$\Gamma=\frac{N^2A^2B^2\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2l^2}}\quad\left[\frac{1}{T}\int_0^T\cos(\omega t-\phi-\pi)\cos\omega t\,dt\right]$$

$$=\frac{1}{2}\,\frac{N^2A^2B^2\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2l^2}}\cos(\phi+\pi)$$

$$= -\frac{1}{2}\frac{N^2A^2B^2\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2 l^2}}\cos\phi$$

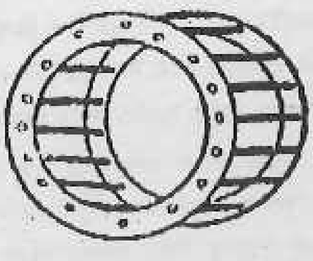
$$= -\frac{1}{2}\frac{N^2A^2B^2\omega R}{R^2+\omega^2 l^2}$$

এখানে এই ঋণাত্মক চিহ্নর অর্থ টর্ক Γ এর দিক এমন হবে, যাতে $(\omega_0 - \omega') = \omega$-র মান কমতে পারে।

উপরের সমীকরণ থেকে দেখা যাচ্ছে যখন $\omega = 0$ তখন কুণ্ডলীর উপর দ্বন্দ্ব ক্রিয়া করে না। আবার $\frac{d|\Gamma|}{d\omega} = 0$ হবার শর্ত $R = \omega l$ এবং এই শর্তে দেখান যায় $\frac{d^2|\Gamma|}{d\omega^2}\Big|_{r=\omega l} < 0$. সুতরাং, বর্তনীর রোধ ও পরিরোধের মান সমান হলে বর্তনীর উপরে প্রযুক্ত টর্কের মান সর্বাধিক হবে।

7.3 আবেশী মোটর

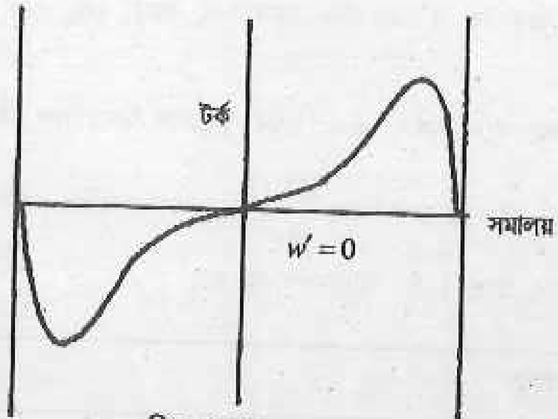
বিদ্যুৎ শক্তি থেকে যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তরিত করার একটি বহুল প্রচলিত ব্যবস্থা। এই মোটরের মূলতঃ দুইটি অংশ স্থিরক ও ঘূর্ণক। স্থির কুণ্ডলীর সাহায্যে ঘূর্ণিয়মান চৌম্বকক্ষেত্রর উৎপাদন করা হয়। দ্বিদশা



চিত্র (7.4)

বা ত্রিদশা মোটরের ক্ষেত্রে কুণ্ডলীর সজ্জাও বিভিন্ন রকম হয়। প্রয়োজন অনুযায়ী ঘূর্ণকের গঠন বিভিন্ন রকম হতে পারে। "কাঠবিড়ালি খাঁচা" এই রকম একটি সুবিধাজনক গঠন, অনেকটা লাটাইয়ের মত। দুটি ধাতব আংটার সাহায্যে কতকগুলি তামার দণ্ডকে সমান্তরাল ভাবে বেলনের আকৃতিতে আটকান আছে। এই ব্যবস্থার রোধ খুব কম, ফলে আবিষ্ট তড়িৎ প্রবাহর জন্য শক্তির অপচয় খুব কম অর্থাৎ যান্ত্রিক দক্ষতা যথেষ্ট বেশী। ঘূর্ণকের বর্তনীর রোধ r ও পরিরোধ x হলে দেখা যায় ঘূর্ণকের উপর ক্রিয়ারত টর্কের মান $\Gamma \propto \left(\frac{\omega r}{r^2 + x^2}\right)$ ঘূর্ণনের শুরুতে চৌম্বকক্ষেত্র ও ও ঘূর্ণকের মধ্যে আপেক্ষিক কৌণিক গতিবেগ ω-র

মান সর্বাধিক সুতরাং এই সময় বর্তনীর পরিরোধ যথেষ্ট বেশী রোধ r-এর মান কম হওয়ায় শুরুতে মোটরের তড়িৎপ্রবাহের মান যথেষ্ট বেশী হয় ও ধীরে ধীরে মোটরের কার্যনীতি অনুযায়ী চৌম্বকক্ষেত্র ও ঘূর্ণক সমালায় আসে। কিন্তু সমালায় টর্কের মান শূন্য। সুতরাং, ঘর্ষণ বা এই ধরনের অপচয়ী বলের প্রভাবে ঘূর্ণকের গতিবেগ কমে যায়। ফলে আবেশী মোটরে ঘূর্ণক কখনই সমালয়ে আসে না।



চিত্র (7.5)

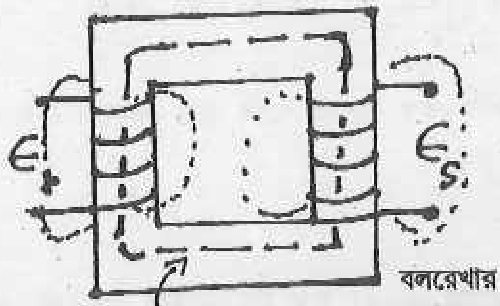
আমরা দেখেছি, ঘূর্ণায়মান চৌম্বকক্ষেত্র সৃষ্টি করার জন্য অন্ততঃপক্ষে দুইটি $\pi/2$ দশা পার্থক্যের তড়িৎপ্রবাহ প্রয়োজন, কিন্তু একদশা তড়িৎপ্রবাহ ব্যবহার করে অর্থাৎ একটি কুণ্ডলীর সাহায্যে আবেশী মোটর নির্মাণ সম্ভব। এক্ষেত্রে চৌম্বকক্ষেত্র শুধুমাত্র সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল কিন্তু ঘূর্ণনক্ষম নয়। একটি পর্যায়বৃত্ত চৌম্বক ক্ষেত্রকে বিপরীত দিকে ঘূর্ণায়মান একই কৌণিক গতিবেগ যুক্ত দুটি চৌম্বকক্ষেত্রের সমষ্টি হিসাবে দেখা যায়। দুটি ঘূর্ণনক্ষম চৌম্বক ক্ষেত্রের প্রতিটির জন্য উদ্ভূত টর্কের সাথে ঘূর্ণকের কৌণিক গতিবেগের (ω') সম্পর্কে চিত্রে (7.5) দেখান হয়েছে। যেকোন একটি অংশ অনেকটাই বহু দশার আবেশী মোটরের মত। শুধুমাত্র যখন $\omega' = 0$, টর্কের মান শূন্য হয়। অর্থাৎ শুরুর সময় ঘূর্ণকের ওপর কোন টর্ক ক্রিয়া করে না। সেই জন্য প্রারম্ভিক টর্ক উৎপন্ন করার জন্য বিশেষ কিছু ব্যবস্থা অবলম্বন করা হয়।

7.4 ট্রান্সফরমার

মূলনীতি : পরবর্তী প্রবাহের বৈদ্যুতিক শিল্পে একটি গুরুত্বপূর্ণ ব্যবহার হল সঞ্চারক (transformer)। এই ব্যবস্থায় অল্প পরিবর্তী বিভবের বৃহৎপ্রবাহমাত্রাকে বৃহৎপরিবর্তী বিভবের স্বল্প প্রবাহে পরিবর্তন করা বা এর বিপরীত ক্রিয়া। এই ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক অপরিবর্তিত থাকে। প্রথম ক্ষেত্রে এটিকে আরোহী (step up) সঞ্চারক ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে এটিকে অবরোহী (step down) সঞ্চারক বলে।

প্রকৃত ব্যবস্থা গ্রহণ করে অতি অল্প শক্তি ক্ষয় এবং যন্ত্রের কোন অংশের সরণ ছাড়াই এই ব্যবস্থা সম্ভব। উদাহরণস্বরূপ যদি 10,000 watt শক্তিকে 100 volt এ চালনা করা যায় তাহলে প্রবাহমাত্রা হয় 100 অ্যাম্পিয়ার কিন্তু ঐ সঞ্চালন 10,000 volt-এ ঘটলে প্রবাহ হয় 1 amp. ফলে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে প্রয়োজনীয় প্রবাহীর রোধ অনেক কম হয়।

এই ব্যবস্থার গঠন মুলতঃ দুটি অন্তরিত ও সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন কুণ্ডলী। উভয় কুণ্ডলীই লৌহমজ্জার ওপর জড়ানো থাকে। তাদের একটিকে মুখ্য কুণ্ডলী বলে এবং এর প্রান্তে পরিবর্তী উৎস যুক্ত করা হয় বা যে পরিবর্তী বিভবকে সঞ্চারিত করা হয় তাকে যুক্ত করা হয়। এর ফলে গৌণকুণ্ডলীতে তড়িৎ আবেশর ফলে তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়। দুই কুণ্ডলীর দ্বৈত আবেশই এই ব্যবস্থার মূল কারণ।



চিত্র (7.6)

সঞ্চারক নীতিটি বোঝার জন্য একটি আদর্শ সঞ্চারকের ধারণা করা যেতে পারে। প্রায় রোধহীন মুখ্য কুণ্ডলী তড়িৎ উৎসের সাথে যুক্ত ও গৌণ কুণ্ডলীটি মুক্ত কুণ্ডলীর চৌম্বক বলরেখাগুচ্ছ (Magneticflux) সম্পূর্ণ ভাবে গৌণ কুণ্ডলী দ্বারা সংশ্লিষ্ট অর্থাৎ কুণ্ডলীদ্বয়ের পারস্পরিক আবেশাঙ্ক $M = K\sqrt{L_p L_s}$ হলে যুগ্ম গুণাঙ্ক K=1, এখানে L_p ও L_s যথাক্রমে মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীর স্বাবেশাঙ্ক।

ধরা যাক, মুখ্য বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহমাত্রা $i_p = I_0 e^{j\omega t}$ বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় উৎস বিভব ε_p

সুতরাং $\varepsilon_p - L_p \dfrac{di_p}{dt} = R_1 i_p$ [R_1 মুখ্য কুণ্ডলীর রোধ এবং এক্ষেত্রে $R_1 \to 0$ ধরা হয়।]

বা $\varepsilon_p = L_p \dfrac{di_p}{dt} = j\, L_p \omega i_p$

গৌণ কুণ্ডলী মুক্ত অবস্থায় থাকলে, তড়িৎ আবেশের ফলে গৌণ কুণ্ডলীতে উদ্ভূত আবিষ্ট তড়িচ্চালক বল $\varepsilon_s = O_S M \frac{di_p}{dt} = j\, M\omega I_p$.

$$\therefore \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_p} = \frac{M}{L_p}$$

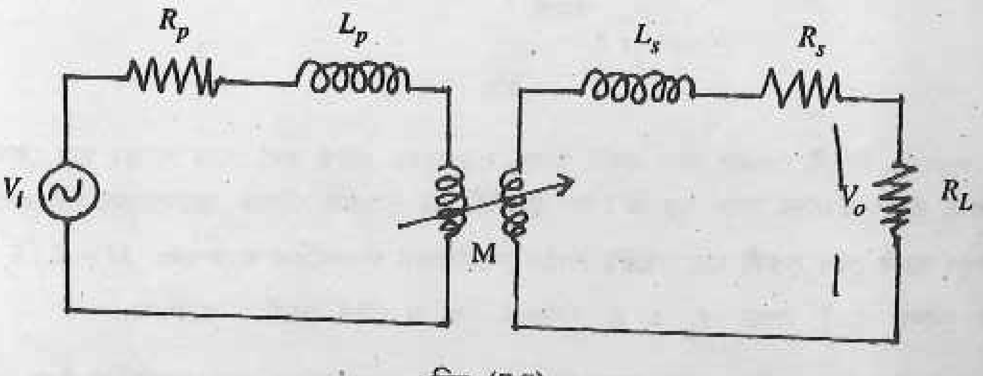
E_s ও E_p-র অনুপাতকে সঞ্চারক অনুপাত বলা হয়।

$$\therefore \frac{E_s}{E_p} = \frac{K\sqrt{L_p L_s}}{L_p} = K\sqrt{\frac{L_s}{L_p}} = \sqrt{\frac{L_s}{L_p}} \text{ (আদর্শ যুগ্মের ক্ষেত্রে)}$$

কুণ্ডলীর স্বাবেশাঙ্ক কুণ্ডলীর পাক সংখ্যার বর্গের সাথে সমানুপাতী অর্থাৎ $L_s \propto n_s^2$ ও $L_p \propto n_p^2$.

$$\therefore \frac{E_s}{E_p} = \frac{n_s}{n_p} = \rho \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots (7.1)$$

সুতরাং, পাক সংখ্যার অনুপাত $\rho_0 > 1$ হলে উহা আরোহী সঞ্চারকও $\rho < 1$ হলে অবরোহী সঞ্চারক হয়।



চিত্র (7.7)

ভরযুক্ত সঞ্চারকের মূলনীতি : গৌণ কুণ্ডলীর সাথে যুক্ত রোধ বিশিষ্ট বহিঃ বর্তনী যুক্ত থাকলে ঐ সঞ্চারককে ভার যুক্ত সঞ্চারক বলা হয়। ধরা যাক, মুখ্য কুণ্ডলীর রোধ R_p ও স্বাবেশাঙ্ক L_i সুতরাং মুখ্য বর্তনীর সার্বিক রোধ $Z_p = R_p + j\,\omega L_p$ গৌণ বর্তনীর স্ববেশাঙ্ক L_s ও রোধ R_s বহিঃবর্তনীর সাথে যুক্ত রোধের

মান R_2 হলে গৌণ বর্তনীর মোট রোধ $R_L' = R_L + R_S$ সুতরাং, গৌণ কুণ্ডলীর সার্বিক রোধ $Z_s = R_L' + j\omega L_s$ মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা যথাক্রমে $i_p = I_{po}e^{j\omega t}$ ও $i_s = I_{so}e^{j\omega t}$ এখন উৎস বিভব v_1 হলে

$$v_1 = Z_p\ i_p + j\ \omega M i_s \longrightarrow (7.2a)$$

ও গৌণ বর্তনীর ক্ষেত্রে

$$O = Z_s\ i_s + j\omega M i_p \longrightarrow (7.2b)$$

যেখানে যুগ্ম বর্তনীর দ্বৈত আবেশাঙ্ক M, গৌণ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা i_s-র জন্য মুখ্য বর্তনীতে আবিষ্ট তড়িৎচালক বল $= M\dfrac{di_s}{dt} = j\omega M i_s$ ও অনুরূপভাবে মুখ্য কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা i_pর জন্য গৌণ কুণ্ডলীতে আবিষ্ট তড়িৎচালক বল $E_s = M\dfrac{di_p}{dt} = j\omega M i_p$

সমীকরণ 7.2b থেকে পাই $i_s = \dfrac{-j\omega M I_p}{Z_s} \rightarrow (7.3)$

সমীকরণ (7.4) থেকে i_s এর মান সমীকরণ. (7.2) তে বসিয়ে পাই

$$v_1 = z_p i_p + j\omega M\left(\frac{-j\omega M}{Z_s} - i_p\right) = \left(Z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s}\right) i_p$$

$$\therefore \quad i_p = \frac{v_1}{z_p + \dfrac{\omega^2 M^2}{z_s}} = \frac{v_1}{z_p'} \rightarrow (7.4a)$$

$\therefore$ সমীকরণ (7.3) কে লিখতে পারি

$$i_s = \frac{-j\omega M v_1}{z_s Z'_p} \rightarrow (7.4b)$$

সমীকরণ (7.4a) থেকে বলা যায় যে মুখ্য বর্তনীর কার্যকরী সার্বিক রোধ

$$Z_p' = z_p + \frac{\omega^2 M^2}{z_s} = R_p + j\omega L_p + \frac{\omega^2 M^2}{(R_L' + j\omega L_s)}\frac{(R_L' - j\omega L_s)}{(R_L' - j\omega L_s)}$$

$$= R_p + \frac{\omega^2 M^2 R'_L}{{R'_L}^2 + \omega^2 L_S^2} + j\omega\left[L_p - \frac{\omega^2 M^2 L_s}{R'^2_L + \omega^2 L_S^2}\right] \longrightarrow (7.5a)$$

সুতরাং মুখ্যবর্তনীর কার্যকরী রোধ

$$R_p^{eff} = R_p + \frac{\omega^2 M^2 R'_L}{R'^2_L + \omega^2 L_s^2} \longrightarrow (7.5a)$$

ও কার্যকরী স্বাবেশাঙ্ক

$$L_p^{eff} = L_p - \frac{\omega^2 M^2 L_s}{R'^2_L + \omega^2 L_s^2} \quad (7.5b)$$

প্রসঙ্গতঃ উল্লেখ করা যেতে পারে $R_p^{eff} - R_p$ পদটি গৌণ বর্তনীর সঙ্গে যুক্ত রাশি গুলির উপর নির্ভরশীল। এই পদটিকে গৌণ বর্তনীর প্রতিফলিত অংশ বলা হয়। সমীকরণ (7.5a) থেকে দেখা যায় যখন $R'_L = \omega L_s$ তখন প্রতিফলিত অংশের মান সর্বোচ্চ হার ও প্রতিফলিত অংশের সার্বোচ্চমান $\frac{M^2}{2L_s^2} R'_L$ অনুরূপভাবে, সমীকরণ (7.5b) থেকে বলা যায়, যখন $R'_L = 0$ হবে তখন $L_p^{eff} - L_p$ পদটি সর্বোচ্চ হবে এবং পদটির সর্বোচ্চমান $\frac{M^2}{L_p}$ আবার $M^2 \le L_s L_p$ সুতরাং, $L_p^{eff} = \left(L_p - \frac{M^2}{L_s}\right)$ -র মান কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

সুতরাং, বর্তনীদ্বয়ের যুগ্ম বন্ধনের ফলে মুখ্য বর্তনীর প্রবাহমাত্রার রাশিমালা

$$i_p = \frac{v_1}{z_p + \frac{\omega^2 M^2}{Z_s}} = \frac{v_1}{\left(R_p + \frac{\omega^2 M^2 R_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}\right) + j\omega\left(L_p - \frac{\omega^2 M^2 L_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}\right)}$$

$$= \frac{v_{op} e^{jwt}}{\sqrt{\left\{R_p^2 + \frac{\omega^2 M^2 R_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}\right\}^2 + \omega^2\left\{L_p - \frac{\omega^2 M^2 L_s}{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}\right\}}} e^{-j\varphi}$$

[মুখ্য কুণ্ডলীতে উৎসের তড়িৎচ্চালক বল

$$v_1 = V_{op} e^{J\omega t}$$]

where $\varphi = \frac{\omega L'_p}{R'_p}$

অনুরূপে গৌণবর্তনীতে প্রবাহমাত্রা,

$$i_1 = \frac{-j\omega M v_1}{z_s z_p + \omega^2 M^2} = \frac{-j\omega M}{z_p + \frac{\omega^2 M^2}{z_s}} \cdot \frac{v_1}{z_s} = \frac{-j\omega M i_p}{z_s}$$

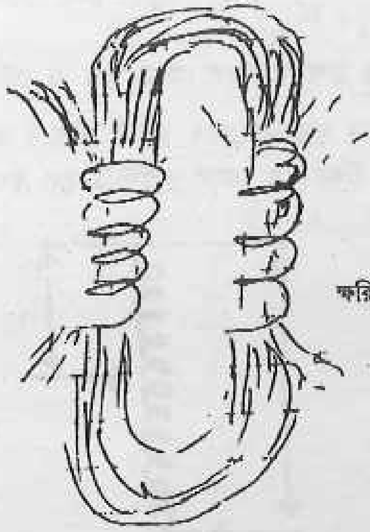
$$= \frac{\omega M e^{-i\pi/2} . e^{-j\theta}}{\sqrt{R_s^2 + \omega^2 L_s^2}} . i_p \qquad [\text{যেখানে} \quad \tan\theta = \frac{\omega L_s}{R}]$$

$$= \frac{\omega M v_{op}}{z_s . z_p} . e^{i\left[\omega t - \varphi - (\theta + \pi/2)\right]}$$

অর্থাৎ গৌণ কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা মুখ্যকুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা হতে $\theta + \pi/2$ কোণে পশ্চাৎবর্তী।

লৌহমজ্জা সঞ্চারকের মূলনীতি ঃ

লৌহমজ্জার উপস্থিতিতে মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীর থেকে উদ্ভূত চৌম্বক বলরেখাগুচ্ছ লৌহ মজ্জার ভিতর দিয়ে বেশীর ভাগই একে অপরের সাথে সংশ্লিষ্ট। বাকী অংশ অর্থাৎ চৌম্বক বলরেখার ক্ষরিত অংশ শুধুমাত্র মুখ্য বা গৌণ কুণ্ডলীর সাথে আলাদা ভাবে যুক্ত থাকে।



লৌহমজ্জার ভিতর দিয়ে যে বলরেখাগুচ্ছ দুইটি বর্ত্তনীর সাথে সংশ্লিষ্ট ধরা যাক তার মান ϕ_1। মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীর পাক সংখ্যা যথাক্রমে N_p ও N_s হলে, ঐ বলরেখা দ্বারা মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলীতে জড়িত চৌম্বক বলরেখার সংখ্যা যথাক্রমে $N_p\phi$ ও $N_s\phi$। মুখ্য কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা I_p-র সাথে এই রাশি দুটির সম্পর্ক $N_p\phi = L'_p I_p$ ও $N_s\phi = M I_p$ অতএব দ্বৈত আবেশের জন্য উদ্ভূত বর্ত্তনীর স্বাবেশাঙ্ক $L'_p = PM$

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় $L'_s = M/P$, এক্ষেত্রে $M^2 = L'_p L'_s$ এখানে লক্ষ্যণীয় বিষয় হল, বর্ত্তনীর L_p ও L_s আলাদা আলাদা ভাবে লেখা যায় না। মুখ্য বর্ত্তনীতে আবিষ্ট তড়িৎচালক বলের অংশগুলি

(i) ক্ষারিত চৌম্বক বলরেখার জন্য $j\omega L_p i_p$

(ii) গৌণ বর্ত্তনীতে প্রবাহমাত্রা i_sর পরিবর্তনের জন্য $j\omega M i_s$

(iii) পারস্পরিক জড়িত চৌম্বক বলরেখার জন্য $j\omega L'_p i_s$

অতএব $v_1 = R_p i_p + j\omega\,[L_p + PM]\,i_p + j\omega M i_s$

অনুরূপভাবে গৌণ বর্ত্তনীর জন্য প্রয়োজনীয় সম্পর্ক

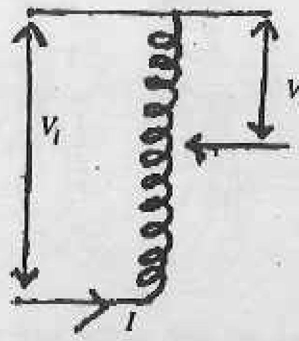
$$O = R'_L{}' i_s + j\omega\,[L_s + M/P]\,i_s + j\omega M i_p$$

লৌহমজ্জার ভেদ্যতা বায়ুর তুলনায় বহুগুণ বেশী বলে চৌম্বক বলরেখার ক্ষারিত অংশের পরিমাণ সংশ্লিষ্ট অংশের তুলনায় খুব কম সেই কারণে L_p বা L_s-র মান সাধারণতঃ M-এর তুলনায় নগণ্য। মুখ্য বর্ত্তনীর কার্যকরী রোধ

$$R_p^{eff} = R_p + \frac{\omega^2 M^2 R'_L}{R'^2_L + \omega^2 \left(L_s + M/P\right)^2} \text{ ও } L_p^{eff} = \left(L_p + PM\right) - \frac{\omega^2 \left(L_s + M/P\right)}{R'^2_L + \omega^2 \left(L_s + M/P\right)^2}$$

অটো ট্রান্সফরমার সাধারণতঃ ট্রান্সফরমারের ক্ষেত্রে মুখ্য ও গৌণ কুণ্ডলী আলাদাভাবে স্থাপিত থাকে।

একই কুণ্ডলীর একটি অংশকে মুখ্য বা গৌণ কুণ্ডলী হিসাবে ব্যবহার করে সঞ্চারক ব্যবস্থার প্রয়োগ সম্ভব। কুণ্ডলীর দুইপ্রান্তর সাথে উৎস যুক্ত করলে কুণ্ডলীটি মুখ্য কুণ্ডলী হিসাবে কাজ করে। সেক্ষেত্রে, এই



চিত্র (7.8)

কুণ্ডলীর কোন অংশকে গৌণ কুণ্ডলী হিসাবে দেখা যেতে পারে। বির্সপন উপায়ে এই অংশটির দৈর্ঘ বাড়িয়ে বা কমিয়ে প্রাপ্ত বিভবের মান কমান বা বাড়ান সম্ভব।

শক্তির অপচয় ও তার প্রতিকার ঃ

ট্রান্সফরমার ব্যবস্থায় শক্তির অপচয়ের অন্যতম কারণগুলি আলোচনা করা যাক।

১) **চৌম্বক বলরেখার ক্ষরণ ঃ** সঞ্চারক বায়ুগর্ভ হলে, গৌণ ও মুখ্য কুন্ডলীর মধ্যে বন্ধন খুব শিথিল হয় অর্থাৎ মুখ্য কুন্ডলী থেকে উদ্ভূত বলরেখার খুব কম অংশই গৌণ কুন্ডলীর সাথে জড়িত থাকে। গৌণ কুন্ডলীতে শক্তি সঞ্চারের ক্ষেত্রে এই ক্ষারিত বলরেখার কোন ভূমিকা নেই। চৌম্বক বলরেখার ক্ষরণ কমানোর জন্য প্রতিকার হিসাবে লৌহমজ্জা ব্যবহার করা হয়। লোহার চুম্বকভেদ্যতা বায়ুর চেয়ে বহুগুণ বেশী বলে মুখ্য বা গৌণ কুন্ডলী থেকে উদ্ভূত বলরেখার বেশীর ভাগ অংশ পরস্পরকে জড়িয়ে থাকে। সুতরাং, বলরেখার ক্ষরণ এক্ষেত্রে খুব কম হয়।

২) লৌহ মজ্জার শৈথিল্য জনিত শক্তিক্ষয় (Hysteresis less)

আমরা জানি যে চৌম্বক পদার্থের দণ্ডকে পর্যাবৃত্ত তড়িৎ প্রবাহের দ্বারা চুম্বকিত করা হলে দণ্ডটি উত্তপ্ত হয়। এক্ষেত্রে পদার্থকে চুম্বকিত করার জন্য প্রদত্ত কার্য্যের একটি অংশের অপচয় হয়। একটি পূর্ণ আবর্তনের জন্য বস্তুর একক আয়তনে শক্তি অপচয় পদার্থটির B – H চক্রের ক্ষেত্রফলের সমান। সুতরাং, শক্তির অপচয়ের হার তড়িৎপ্রবাহের কম্পাঙ্ক, বস্তুর আয়তন ও B – H চক্রের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে। উচ্চ কম্পাঙ্কের সঞ্চালনের ক্ষেত্রে শৈথিল্যজনিত ক্ষয় যথেষ্ট গুরুত্বপূর্ণ। এই ক্ষয় কমানোর জন্য এমন উপাদান দিয়ে ট্রান্সফরমারের মজ্জা তৈরী করা উচিত যার ক্ষেত্রে B – H চক্রের ক্ষেত্রফল তুলনামুলকভাবে যথেষ্ট কম।

৩) **ঘূর্ণ জনিত ক্ষয় (Eddy current loss) ঃ** পরিবর্তী চুম্বকক্ষেত্রে যদি একখণ্ড ধাতু রাখা যায় সেক্ষেত্রে ধাতু খণ্ডের ভিতর বহু সংখ্যক বর্তনী তৈরি হয় ও বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহ সৃষ্টি হয়। এই রকম প্রবাহকে ঘূর্ণী প্রবাহ বলে। সঞ্চারকের লৌহমজ্জার ভিতর সঙ্গত কারণেই অসংখ্য ঘূর্ণী প্রবাহ সৃষ্টি হয় ও তড়িৎ-প্রবাহর ফলে তাপের উদ্ভব হয়। দেখান যায়, ঘূর্ণিপ্রবাহজনিত শক্তির অপচয় তড়িৎপ্রবাহর কম্পাঙ্ক ও লৌহ মজ্জার বেধের বর্গের সমানুপাতিক। এই ঘূর্ণিজনিত ক্ষয় রোধ করার জন্য পুরু লোহার মজ্জা ব্যবহার না করে অনেকগুলি একই আকারের অন্তরিত সরু লোহার পাতের সমন্বয়ে লোহার মজ্জা তৈরী করা হয়। উচ্চ কম্পাঙ্কের সঞ্চারকের ক্ষেত্রে এই রকম ব্যবস্থাও যথেষ্ট নয়। সেক্ষেত্রে ব্যাকেলাইটের কাঠামোর মধ্যে লৌহ চূর্ণর গর্ভ ব্যবহার করার রীতি আছে। এই ঘূর্ণীধারাজনিত ক্ষয় ও চৌম্বকশৈথিল্যজনিত ক্ষয় একসাথে "লৌহ ক্ষয়" (Iron loss) বলে।

৪) **তাম্র ক্ষয় ঃ** ট্রান্সফরমারের মুখ্য ও গৌণ কুন্ডলীর তড়িৎপ্রবাহর জন্য জুলক্রিয়াজনিত তাপের উদ্ভব হয়। জুলক্রিয়াজনিত শক্তির অপচয়কে "তাম্র ক্ষয়" (Copper loss) বলে।

সঞ্চারকের পরিমাপের ক্ষেত্রে কয়েকটি প্রয়োজনীয় তথ্য

1) গৌণ বর্তনী মুক্ত অবস্থায় থাকলে মুখ্য বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহর মান খুব কম। এই প্রবাহের জন্য লৌহমজ্জা চুম্বকিত হয়। এই ক্ষেত্রে মুখ্য বর্তনীর শক্তিক্ষয়ই মূলতঃ লৌহক্ষয়ের পরিমাপ। সুতরাং, লৌহ

ক্ষয়, $P_l = v_1 \times I_p^o \times \cos\phi_o$ যেখানে I_p^o ও $\cos\phi_o$ যথাক্রমে গৌণ কুণ্ডলী মুক্ত অবস্থায় থাকাকালীন মুখ্য কুণ্ডলীর প্রবাহমাত্রা ও ক্ষমতাগুণক

i) গৌণ বর্তনীর লঘু সংযুক্তিকরণের ক্ষেত্রে বর্তনী দুটিতে আবিষ্ট তড়িৎচালক বলের মান খুব কম। সেক্ষেত্রে উৎস বিভবের মান কম রাখলেও বর্তনীর প্রবাহমাত্রা যথেষ্ট বেশী হয়। বর্তনীর শক্তি ক্ষয়ের জন্য মূলতঃ তাম্র ক্ষয়ই দায়ী। বর্তনীর শক্তি ক্ষয়ের হার $P_s^o = I_p^{s2} R$।

এই অবস্থায় বর্তনীর শক্তিক্ষয়ের পরিমাপ থেকে স্বাভাবিক অবস্থায় বর্তনীর তাম্রক্ষয়ের মান নির্ণয় করা সম্ভব। তাম্রক্ষয় $P_s \cong P_s^o \times \left({}^{I_p}\!/_{I_p^s} \right)^2$

গৌণ কুণ্ডলী খোলা অবস্থা ও লঘু সংযুক্তিকরণ এই দুটি পরীক্ষার সাহায্যে সঞ্চারকের দক্ষতার পরিমাপ করা যায়। অন্যান্য যন্ত্রের মত প্রাপ্তক্ষমতা ও উপ্ত ক্ষমতার অনুপাতই যান্ত্রিক দক্ষতার পরিমাপ।

বহিঃবর্তনীর প্রাপ্তক্ষমতা $= E_s I_s \cos\phi_s$ হলে

দক্ষতা $= \dfrac{E_s I_s \cos\phi}{E_s I_s \cos\phi + P_i + P_s} \times 100\%$

নিম্ন কম্পাঙ্কের সঞ্চারকের ক্ষেত্রে দক্ষতা সাধারণ 90%-এর বেশী, কোন কোন ক্ষেত্রে এমনকি 99% পর্যন্তও বাড়ান সম্ভব।

7.6 সারাংশ

- মান অপরিবর্ত্তিত রেখে নির্দিষ্ট কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান চৌম্বকক্ষেত্র উৎপন্ন করার দুটি পদ্ধতির আলোচনা।
- আবেশী মোটরে ঘূর্ণকের উপর ক্রিয়াশীল টর্ক $\alpha. \dfrac{\omega r}{r^2 + OX^2}$ এই টর্ক সবসময় আপেক্ষিক কৌণিক গতিবেগ ω-র মান কমানোর চেষ্টা করে।
- সঞ্চারক ব্যবস্থায় $\dfrac{E_0}{E_i} = K\sqrt{\dfrac{L_s}{L_p}} \simeq K.\dfrac{n_s}{n_p}$
- ভারযুক্ত গৌণ কুণ্ডলীর উপস্থিতিতে মুখ্য কুণ্ডলীর রোধ ও স্ববেশের প্রতিফলিত অংশ

$$\frac{\omega^2 M^2 R_L'}{R_L'^2 + \omega^2 L_s^2} \text{ ও } (-)\frac{\omega^2 M^2 L_s}{R_L'^2 + \omega^2 L_s^2}$$

- লৌহমজ্জা সঞ্চারকের মুখ্য ও গৌণকুণ্ডলীর সঙ্গে সংশ্লিষ্ট বলরেখার জন্য বর্তনী দুইটির স্বাবেশাঙ্ক যথাক্রমে M/ρ' ও $M\rho'$

- স্বাভাবিক অবস্থায় ক্রিয়াশীল ট্রান্সফরমারের যান্ত্রিক দক্ষতা $\eta = \frac{E_s I_s \cos\phi}{E_s I_s \cos\phi + P_i + P_s} \times 100\%$

7.7 সর্বশেষ প্রশ্নমালা

1. কোন বিন্দুতে চৌম্বক ক্ষেত্র প্রাবল্য $H = H_0 \cos \omega t \, \hat{x}$ দেখাও যে, $\vec{H}$ কে দুটি বিপরীত দিকে একই কৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান চৌম্বক ক্ষেত্রর লব্ধি হিসাবে লেখা যায়। উপাংশ দুইটির মান ও কৌণিক গতিবেগ কত?

2. শুরুর সময় আবেশী মোটরের কাঠবিড়ালী খাঁচা ঘূর্ণকের পরিরোধ 30Ω। স্বাভাবিক অবস্থায় এই মান কমে 3Ω হয়। তড়িৎ প্রবাহর কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেন্ডে 55 বার হলে স্বাভাবিক অবস্থায় ঘূর্ণকের কম্পাঙ্ক কত?

3. একটি 10 KVA আদর্শ ট্রান্সফরমারের মুখ্য বর্তনীর বিভব 1000 ভোল্ট। মুখ্য ও গৌণ বর্তনীর পাক সংখ্যার অনুপাত $1:10$, গৌণ বর্তনীর প্রবাহমাত্রা কত?

4. 10 কিলো ওয়াট ট্রান্সফরমারের স্বাভাবিক অবস্থায় মুখ্য বর্তনীর বিভব পার্থক্য 1000 ভোল্ট। গৌণ বর্তনী খোলা রাখলে মুখ্য বর্তনীর প্রবাহমাত্রা 0.3A ও শক্তি সূচক 0.7. ট্রান্সফরমারের লৌহ ক্ষয়ের মান কত?

   গৌণ বর্তনীর লঘু সংযুক্তিকরণের ফলে, ঐ ট্রান্সফরমারের 50 ভোল্ট বিভব পার্থক্যের জন্য মুখ্য বর্তনীর তড়িৎ প্রবাহমাত্রা 12A ও শক্তি সূচকের মান 0.3.

   স্বাভাবিক অবস্থায় গৌণ কুণ্ডলীর শক্তি সূচকের মান 0.8, তাম্রক্ষয়ের মান কত? ট্রান্সফরমারের যান্ত্রিক ক্ষমতা নির্ণয় কর।

5. নগণ্য রোধ ও যথাক্রমে L_1 ও L_2 স্বাবেশাঙ্ক বিশিষ্ট দুটি কুণ্ডলী সমান্তরাল সজ্জায় আছে। কুণ্ডলী দ্বয়ের পারস্পরিক আবেশ যদি M হয় তবে প্রমাণ করুন, সমবায়টি তুল্য স্বাবেশাঙ্ক $\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

7.8 উত্তরমালা ঃ

1. বামদিকে ঘূর্ণায়মান কোন চৌম্বক ক্ষেত্র $\vec{H}_1$ কে আমরা নিম্নলিখিত রূপে প্রকাশ করতে পারি

$$\vec{H}_1(+) = H_1 \cos \omega t \, \hat{x} + H_1 \sin \omega t \, \hat{y}$$

এক্ষেত্রে লব্ধি $\vec{H}_1$ x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $\theta = \omega t$ $\therefore$ $\vec{H}_1(+)$, র ঘোরার দিক বামাবর্ত্ত।

যদি $H_2(+) = H_2 \cos \omega t \, \hat{x} - H_2 \sin \omega t \, \hat{y}$ হয়। সেক্ষেত্রে লব্ধি H_2, x অক্ষের সাথে উৎপন্ন কোণ $\theta = \tan^{-1}\left(\dfrac{-H_2 \sin \omega t}{H_2 \cos \omega t}\right) = \omega t$ অর্থাৎ, চৌম্বক ক্ষেত্র H_2-র কৌণিক বেগ $-\omega$. সুতরাং, $\vec{H}_2$-র ঘোরার দিক দক্ষিণাবর্ত্ত।

এখন $\vec{H}_1$ ও $\vec{H}_2$-র লব্ধি $\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2$

$$= (H_1 + H_2) \cos \omega t \, \hat{x} + (H_1 - H_2) \cos \omega t \, \hat{y}$$

এখন $\hat{H} = H_0 \cos \omega t \, \hat{x}$, অর্থাৎ, $H_1 - H_2 = 0$ ও $H_1 + H_2 = H_0$ $\therefore$ $H_1 = H_2$ ও $H_1 = \dfrac{H_0}{2}$

অতএব উপাংশ দুটির প্রত্যেকটির মান $\dfrac{H_0}{2}$ ও কৌণিক গতিবেগ ω.

2) তড়িৎ প্রবাহর কম্পাঙ্ক $\omega_0 = 2\pi \times 50 / \sec$

ঘূর্ণায়মান চৌম্বকক্ষেত্রর কম্পাঙ্ক = তড়িৎপ্রবাহর কম্পাঙ্ক

শুরুর অবস্থায় চৌম্বকক্ষেত্র ও ঘূর্ণকের মধ্যে আপেক্ষিক কৌণিক গতি $\omega = \omega_0$

স্বাভাবিক অবস্থায় ঘূর্ণকের কৌণিক গতিবেগ ω' হলে, আপেক্ষিক কৌণিক গতি $\omega_1 = \omega_0 - \omega'$
ধরা যাক, ঘূর্ণকের আবেশ L

$\therefore$ শুরুর সময় ঘূর্ণকের পরিরোধ $X_0 = \omega_0 L$

স্বাভাবিক অবস্থায় $X_1 = \omega_1 L$

$$\therefore \frac{x_1}{x_0} = \frac{\omega_0 - \omega'_1}{\omega_0}$$

$$\therefore \omega' = \omega_0\left(1 - \frac{x_1}{x_0}\right) = \frac{9}{10}\omega_0$$

$$\therefore f' = \frac{9}{10}f = 45$$ প্রতিসেকেণ্ডে।

3. প্রাপ্ত ও উৎস বিভবের অনুপাত

$\frac{E_0}{E_i} \cong \frac{n_s}{n_p}$ যদি ধরে নিই যান্ত্রিক দক্ষতা 100% অর্থাৎ শক্তির কোন অপচয় নগণ্য।

সেক্ষেত্রে, $E_i I_i = E_0 I_0 = 10\ KVA$

$$E_0 = \frac{n_s}{n_p} \times E_i = 10 \times 1000 = 10$$ কিলো ভোল্ট

$$I_0 = \frac{10}{10}A = 1A.$$

4. গৌণ কুণ্ডলী মুক্ত অবস্থায় মুখ্য কুণ্ডলীর শক্তির অপচয়ই লৌহ ক্ষয়ের পরিমাপ

লৌহ ক্ষয়, $P_s = VI\cos\alpha = 1000 \times .3 \times .7 = 210$ ওয়াট।

গৌণ বর্তনীর লঘু সংযুক্তিকরণের ফলে, মুখ্য কুণ্ডলীতে কোন তড়িতাবেশ থাকে না। এক্ষেত্রে শক্তির অপচয় তাম্রক্ষয়ের পরিমাপ।

তাম্র ক্ষয়, $P_i^0 = V_0 I_0 \cos\phi = 50 \times 12 \times .3 = 180$ ওয়াট।

স্বাভাবিক অবস্থায় মুখ্য বর্তনীর প্রবাহমাত্রা $I_N = \frac{10KVA}{1000V} = 10A$

$\therefore$ স্বাভাবিক অবস্থায় তাম্রক্ষয় $P_i \cong P_i^0 \times \left(\frac{I_N}{I_0}\right)^2 = 180 \times \left(\frac{10}{12}\right)^2 = 125$ ওয়াট

10 KVA ট্রান্সফরমারের শক্তি সূচক 0.8

∴ প্রাপ্ত ক্ষমতা = 10×0.8 কিলোওয়াট

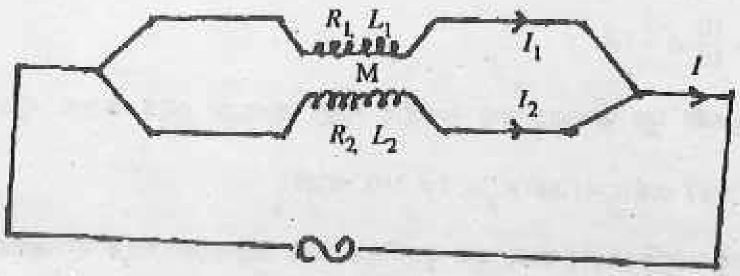
= 8000 ওয়াট

যান্ত্রিক দক্ষতা $= \dfrac{\text{প্রাপ্ত ক্ষমতা}}{\text{উপ্ত ক্ষমতা}} \times 100\%$

$$= \frac{\text{প্রাপ্ত ক্ষমতা}}{(\text{প্রাপ্ত ক্ষমতা} + \text{তাম্র ক্ষয়} + \text{লৌহ ক্ষয়})} \times 100\%$$

$$= \frac{8000}{(8000+210+125)} \times 100\% = 95.98\%$$

5. বর্তনী চিত্র বিবেচনা করা যেতে পারে।



$e = E_0 \sin wt$

$L_1 - L_2$ সম্পূর্ণ বদ্ধ বর্তনীর ক্ষেত্রে

$$j\omega L_1 i_1 + j\omega M i_2 - j\omega L_2 i_2 - j\omega M i_1 = 0$$

$$i_1 \omega (L_1 - M) = i_2 \omega (L_2 - M)$$

$$i_2 = \frac{L_1 - M}{L_2 - M} i_1$$

অনুরূপে $e - L_1$ পথে

$$e = j\omega L_1 i_1 + j\omega M i_2$$

এবং $e - L_2$ পথে

$$e = j\omega L_2 i_2 + j\omega M i_1$$

সুতরাং, $e = j\omega(L_1 i_1 + M i_2) = j\omega(L_2 i_2 + M i_1)$

$$= j\omega\left[L_1 i_1 + \frac{M(L_1 - M)}{L_2 - M} i_1\right] = j\omega\left[L_2 i_2 + M\frac{L_2 - M}{L_1 - M} i_2\right]$$

$$= j\omega\left[\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_2 - M}\right] i_1 = j\omega\left[\frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 - M}\right] i_2$$

অর্থাৎ, মূল প্রবাহ $i = i_1 + i_2 = \frac{e}{j\omega}\left[\frac{L_2 - M}{L_1 L_2 - M^2} + \frac{L_1 - M}{L_1 L_2 - M^2}\right] = \frac{e}{j\omega}\left[\frac{L_1 + L_2 - 2m}{L_1 L_2 - M^2}\right]$

দুটি কুণ্ডলীর বদলে একটি তুল্য স্বাবেশাঙ্ক L যুক্ত কুণ্ডলী ব্যবহার করলে $i = {}^{e}\!/_{j\omega L}$, হয়

অর্থাৎ $L = \frac{L_1 L_2 - M^2}{L_1 + L_2 - 2M}$

একক 8 □ পর্যাবৃত্ত তড়িৎপ্রবাহের ব্রিজ

বিষয়সূচী/সারাংশ

8.1 প্রস্তাবনা

পর্যাবৃত্ত প্রবাহের ব্রিজ্ বলতে আমরা যা বুঝি তা এই। ধরা যাক্ কোনও তড়িতীয় যন্ত্রাংশের ধ্রুবাংকগুলি পরিমাপ করতে হবে। যন্ত্রাংশটি রোধক (R), ধারক (C) বা স্বাবেশক (L) বা এদের শ্রেণী বা সমান্তরাল সমবায়ে গঠিত জটিলতর বর্তনীখণ্ড হতে পারে। যন্ত্রাংশটিকে কয়েকটি জ্ঞাত মানের রোধকসজ্জার জালকে (ধরা যাক্ তথাকথিত হুইট্‌স্টোন্ ব্রিজ্ জালকে) স্থাপন করা হলো। এই জালকের দুটি সন্ধিবিন্দুকে পর্যাবৃত্ত প্রবাহের উৎসের সঙ্গে যুক্ত করা হলো এবং অন্য দুটি সন্ধিবিন্দুর "সেতুবন্ধন" ("bridged") করা হলো একটি অবেক্ষক (detector) যথা হেড্‌ফোন্ স্থাপন করে। এবার রোধকগুলির মান সমন্বয়িত (adjust) করে যদি ব্রিজের দুটি বিন্দুকে সব সময়ের জন্য একই বিভবে রাখা যায় তাহলে অবেক্ষকের পাঠ শূন্যমানের হবে অর্থাৎ হেড্‌ফোনে নৈঃশব্দ্য আসবে। ব্রিজের এই "প্রশমিত" (balanced) অবস্থায় থাকাকালীন বিভিন্ন অংশের মান পর্যালোচনা করে অজ্ঞাত যন্ত্রাংশের ধ্রুবকগুলির মান নির্ণীত হয়ে থাকে।

পর্যাবৃত্ত প্রবাহ দ্বারা চালিত ব্রিজকে আমরা সংক্ষেপে এ. সি. ব্রিজ্ বলবো। এ. সি. ব্রিজের বর্তনী ব্যবহার করে L, C এবং M বা কম্পাংক ω' র মান খুব সুবিধামত, যথেষ্ট নির্ভুলতার (accuracy) সঙ্গে এবং যথাযথ সূক্ষ্মতার (precision) সঙ্গে পরিমাপ করা যায়। এই পরিমাপগুলি অবশ্য দিষ্ট প্রবাহ (direct Current : ডি. সি.) কিংবা পরিবর্তী প্রবাহ (Varying current : প্রত্যাবর্তী/পর্যাবৃত্ত নয়) ব্যবহার করেও করা যায়। প্রাথমিকভাবে ব্রিজগুলি প্রশমন করা হয় সুস্থিত দিষ্ট প্রবাহ (steady direct current) ব্যবহার করে। এরপর অতীতে ব্যবহৃত হত একটি অন্-অফ্ পদ্ধতি (make-and-break arrangement)। এ. সি. পদ্ধতি প্রয়োগ করে এই ব্রিজ্ প্রশমনের কাজগুলি শুধু সহজতর হয়েছে তাই নয় এ. সি. ব্যবহারের ফলে অনেক নতুন বর্তনীসজ্জাও উদ্ভূত হয়েছে যেগুলি ডি. সি. পদ্ধতিতে ব্যবহারই করা যেত না। ডি. সি. পদ্ধতি থেকে এ. সি. পদ্ধতিতে রূপান্তরের মুল ভূমিকা এবং কৃতিত্ব অনেকাংশেই যাঁর প্রাপ্য তিনি হলেন মাক্স্ ভিন Maxz wien*, 1891)

এ. সি. ব্রিজের সহজতম রূপটি ডি. সি. হুইট্‌স্টোন্ ব্রিজের সঙ্গে বহুলাংশে তুলনীয়। এর বাহুসংখ্যা চার; একটি তড়িৎ-ক্ষমতার উৎস এবং একটি অবেক্ষক এতেও আছে। তড়িৎ-উৎসটি যোগায় নির্দিষ্ট কম্পাংকের সুস্থিত পর্যবৃত্ত প্রবাহ, যার মান ট্রান্সফর্মারের সাহায্যে কমিয়ে নেওয়া যায় ইচ্ছে মতো। উচ্চকম্পাংকের প্রয়োজন হলে ব্যবহার করা হয় ভ্যাকুয়ামটিউব্-চালিত স্পন্দক বা কখনও হয়তো কোনও বাজার্ (buzzer) বা সুরশলাকা-নিয়ন্ত্রিত স্পন্দক। এছাড়া রয়েছে ইলেকট্রনিক্ সাইন্-তরঙ্গ জেনারেটর প্রভৃতি। অডিও কমপাংকের পরিসরে প্রায়শই যে অবেক্ষক ব্যবহৃত হয় তা হচ্ছে টেলিফোন্-রিসিভারের অনুরূপ হেড্‌ফোন্। এছাড়া ব্যবহৃত হয় বিশেষধরণে গঠিত গ্যাল্‌ভানোমিটার (যথা স্পন্দক গ্যাল্‌ভানোমিটার) বা ইলেকট্রনিক বিবর্ধন যন্ত্রসহ শূন্য আবেক্ষক (null detector) কিংবা সি. আর. ও (CRO : Cathode Ray Oscilloscope)।

8.2 উদ্দেশ্য

তড়িতীয় ধ্রুবাংক R, L, C এবং M এর মান যথাযথ সূক্ষ্মভাবে নিরূপণের জন্য ব্রিজ্-পদ্ধতির ব্যবহার হয়ে থাকে। প্রমাণ মানের একাধিক রোধক, আবেশক প্রভৃতি সংগ্রহ করে তার সঙ্গে তুলনা করে অজ্ঞাত

* ইনি কিন্তু বিকিরণসূত্রের প্রবাদ-প্রতিম ব্যক্তি উইলি ভিন্ (Willy Wien) থেকে স্বতন্ত্র।

মানের রাশিটি নির্ণীত হয়। এ অনেকটা কোনও বস্তুর ভর পরিমাপের সঙ্গে তুলনীয়। তুলাযন্ত্রের যেমন দুটি "বাহু" থাকে এখানেও তুলনার জন্য দুটি "বাহু"তে সমমানের রোধক প্রভৃতি ব্যবহৃত হয়। তুলাপাত্রে বিভিন্ন ভরের বাটখারা সন্নিবেশিত করে অজ্ঞাত ভরের উপর অভিকর্ষপ্রভাব প্রশমিত করা হয় এবং সূচক দণ্ডটি শূন্যস্থানে এলে তুলাদণ্ড সূচিত করে ভরের তুলনা সঠিক হয়েছে কিনা অর্থাৎ সঠিক প্রশমন (balance) হয়েছে কিনা। তড়িতীয় পরিমাপের ক্ষেত্রে ব্রিজের দুটি বিন্দু সমান বিভবযুক্ত হলেই অবেক্ষকের নৈঃশব্দ্য বা অবিক্ষেপ বলে দেবে ব্রিজটি প্রশমিত কিনা।

এ হল প্রশমিত বিজের ক্ষেত্রে ব্যবহৃত অবিক্ষেপ পদ্ধতি (null Method)। বহু পরিমাপে ব্রিজের অপ্রশমনজনিত বিক্ষেপও মাপা হয় কিন্তু এই পরিক্ষেপণ পদ্ধতি (deflection Method) আমরা এখানে আলোচনা করবো না।

8.2.1 পর্যাবৃত্ত প্রবাহের ব্রিজে ব্যবহৃত তড়িৎপ্রবাহের বিভিন্ন উৎস

সরবরাহ কম্পাংকে অর্থাৎ 50 H_z-এ প্রাপ্ত পর্যাবৃত্ত প্রবাহ সরাসরি ব্যবহার করতে হলে একটি স্টেপ্ ডাউন্ ট্রান্সফর্মার নিয়ে তা থেকে 12Volt বা 6 volt ত. চা. ব. নিতে হবে। লক্ষ্যনীয় যে এক্ষেত্রে অবেক্ষক (detector) হিসাবে ব্যবহার করতে হবে স্পন্দক গ্যাল্ভানোমিটার কেননা এই কম্পাংকে টেলিফোন্ রিসিভার ভাল ক্রিয়া করে না।

অডিও কম্পাংকের স্পন্দকই বেশিরভাগ ব্রিজ পরিমাপে ব্যবহৃত হয়। এর সঙ্গে যাতে সহজেই হেড্‌ফোন ব্যবহার করা যায় সেজন্য কম্পাংকটি সচরাচর $400H_z$ বা $1KH_z$ এই দুটি স্থির মানে নিযুক্ত থাকে। অবশ্য পরিবর্তনশীল কম্পাংকের ($zoHz$-$20\ KHz$) স্পন্দক পাওয়া গেলে সবচেয়ে ভাল হয়। এই স্পন্দকগুলির উৎপন্ন কম্পাংক এবং বিভবমান ইলেকট্রনিক বর্তনীর সাহায্যে নিয়ন্ত্রিত করা হয়। বিভিন্ন ধরনের সাইন্-ধর্মী বা বর্গাকার তরঙ্গ উৎপাদকও ব্যবহৃত হয়ে থাকে। কেবল লক্ষ্য রাখতে হবে যেন ব্রিজে প্রদত্ত বিভবপ্রভেদের মান ও কম্পাংক যথার্থই সুস্থির (Steady) হয় এবং উৎসের হার্মোনিক ভোল্টেজ্ যেন ব্রিজ প্রশমনে বাধার সৃষ্টি না করে।

আজকাল যে সব এ. সি. ব্রিজ্ ব্যবহৃত হয় তাদের পূর্বসুরী হচ্ছে ক্ষেপক গ্যাল্ভানোমিটারের ব্রিজ (Ballistic Bridges)। তড়িৎকোষের সাথে কমিউটেটর ব্যবহার করে এই ধরনের ব্রিজে যে তড়িৎপ্রবাহ সরবরাহ করা হতো তা এক ধরণের পরিবর্তী প্রবাহ, যার তরঙ্গরূপ অত্যন্ত জটিল, ঠিক সাইন্-ধর্মী নয়। প্রথম দিকে তড়িৎপ্রবাহ সরবরহের জন্য ব্যবহৃত হতো তা এক ধরণের পরিবর্তী প্রবাহ, যার তরঙ্গরূপ অত্যন্ত জটিল, ঠিক যার কাজ ছিল কোনও দিষ্টপ্রবাহে (direct current) পর্যায়ক্রমে বাধা সৃষ্টি করা ও বাধা অপসারণ করা অর্থাৎ ক্রমান্বয়ে অন্-অফ্ করা।

8.2.2 পর্যাবৃত্ত প্রবাহের ব্রিজে ব্যবহৃত বিভিন্ন অবেক্ষক

এ. সি. ব্রিজ্ প্রশমিত (balanced) হয়েছে কিনা তা জান্‌বার জন্য এমন অবেক্ষক প্রয়োজন যা খুবই

স্বল্পমানের পর্যাবৃত্ত বিভবপ্রভেদ বা প্রবাহ সংবেদন করতে পারে। এ উদ্দেশ্যে সাধারণভাবে যে সব অবেক্ষক ব্যবহৃত হয় সেগুলিকে কম্পাংক অনুযায়ী এভাবে সাজানো যায় :

(ক) 25 200 *Hz* — স্পন্দক গ্যাল্‌ভানোমিটার। এ ছাড়া ইলেকট্রনিক বিবর্ধকসহ মিটার।

(খ) 200 – 4000 *Hz* – টেলিফোন রিসিভারের রূপান্তর ঘটিয়ে প্রস্তুত হেড্‌ফোন্।

(গ) 4KHz – নিম্ন রেডিওকম্পাংক – ইলেক্‌ট্রনিক বিবর্ধক-সহ মিটার বা সি. আর. ও. (CRO)।

(ঘ) রেডিও কমপাংক — রেডিওকম্পাংকে ব্যবহৃত বিশেষ গ্রাহক যন্ত্র।

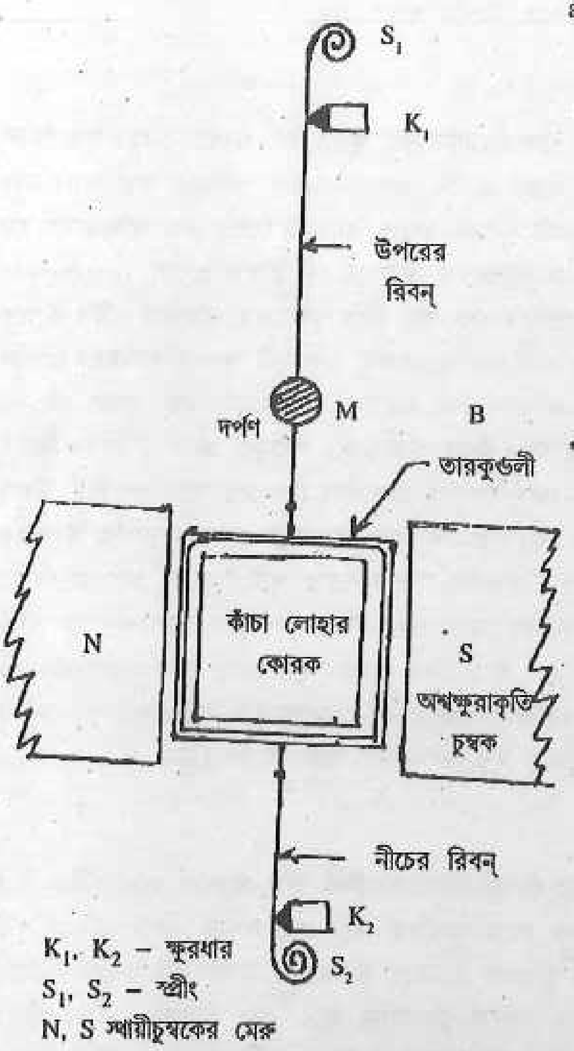
স্পন্দক গ্যাল্‌ভানোমিটার ঃ

ক্যাম্প্‌বেল্ (A.Compbell, 1907) প্রবর্তিত এই গ্যালভানোমিটারটি মূলত দিষ্ট প্রবাহে ব্যবহৃত দার্সোভাল্ (d'Arsonval) গ্যাল্‌ভানোমিটারের পরিবর্তিত রূপ যাতে এ. সি. প্রবাহ সহজেই পরিমাপ করা যায়। মাত্র কয়েক পাক সরু তার জড়িয়ে খুব হাল্কা ভরের একটি কুণ্ডলী প্রস্তুত করা হয় যাবে এর জাড্যভ্রামক হয় খুব অল্প। প্রচলিত গ্যাল্‌ভানোমিটারের অশ্বক্ষুরাকৃতি স্থায়ীচুম্বকের পরিসরে যে চৌম্বক প্রবহণ (magnethic flux) থাকে তার মাঝখানে কুণ্ডলীটি বসানো হয়। প্রচলিত সরু তার দিয়ে ঝুলানোর পরিবর্তে এটির উপরে এবং নীচে রিবন্-আকারের (ribbon) দুটি দৃঢ় ধাতব অবলম্বন দেওয়া হয় এবং দুটি ক্ষুরধার-সহযোগে এগুলি এমনভাবে সংযুক্ত থাকে যাতে প্রয়োজনমত এদের অনুদৈর্ঘ টান বাড়ানো বা কমানো যায়। ফলে এই দৃঢ় নিবধ কুণ্ডলীর স্পন্দনের নিজস্ব কম্পাংক প্রাক্‌নির্দিষ্ট মানে স্থির করা চলে। পর্যাবৃত্ত প্রবাহ ঐ রিবন দিয়েই কুণ্ডলীতে প্রবেশ করে এবং প্রবাহ চলাকালে যে তড়িচ্চুম্বকীয় টর্ক্ ক্রিয়াশীল হয় তার ফলে কুণ্ডলীটি উল্লম্ব অক্ষ সাপেক্ষে, আরোপিত এ. সি. কম্পাংকে স্পন্দিত হয়। কুণ্ডলীর নিজস্ব কম্পাংক এবং আরোপিত কম্পাংক সমান হলে অনুনাদ প্রক্রিয়ার জন্য সামান্যতম প্রবাহও কুণ্ডলীর স্পন্দনবিস্তার সৃষ্টি করবে। প্রবাহবহনকালে দর্পণে প্রতিফলিত হয়ে যে আলোকরেখা গ্যাল্‌ভানোমিটার স্কেলে দেখা যাবে, স্পন্দনের ফলে তা হবে খুবই অস্পষ্ট এবং একটি পটির আকারে বিন্যস্ত আয়তাকার আলোকিত অংশ। শূন্যপ্রবাহ হলে আলোকরেখাটি হবে অত্যন্ত স্পষ্ট। অতএব প্রবাহের অনুপস্থিতি জ্ঞাপন করার ক্ষেত্রে এই গ্যাল্‌ভানোমিটারের সংবেদন অত্যন্ত তীক্ষ্ণ। ফলে ব্রিজ পরিমাপে এর সূক্ষ্মতা (precision) খুব উচ্চমানের হয়ে থাকে। (চিত্র 8.1 দ্র:)।

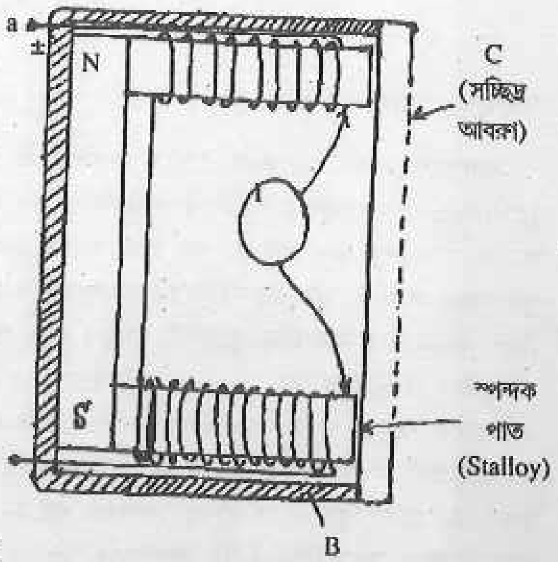
হেড্‌ফোন বা ইয়ারফোন্ ঃ

হেড্‌ফোনের ক্রিয়া বোঝাবার জন্য এই যন্ত্রাংশটির একটি সরল ব্যবস্থিন্ন চিত্র দেখানো হলো (চিত্র 8.2 দ্র:)। মূলত কাঁচা লোহার দুটি কোরক নিয়ে তাদের গায়ে অন্তরিত সরু তার অনেক পাকে জড়িয়ে দুটি কুণ্ডলী তৈরী করা হয়। লোহার কোরক দুটি একটি চুম্বকের N-এবং S-অংশের উপর বসিয়ে দেওয়া হয়। কুণ্ডলীতে তড়িৎ প্রবাহ পাঠানো হলে কাঁচা লোহার কোরক চুম্বকায়িত হবে এবং স্ট্যালয় (সংকরধাতুর) পাতটিকে আকর্ষণ করবে। ধাতবপাতটি N-S চুম্বকের স্থায়ী আকর্ষণ হেতু একটু ভিতর দিকে বেঁকে থাকে। কুণ্ডলীর প্রবাহের দিক যদি এমন হয় যে তা স্থায়ী চুম্বকের মেরুশক্তি কমিয়ে দেবে তাহলে পাতটির বক্রতা কমে গিয়ে এটি সমতল হওয়ার চেষ্টা করবে। প্রবাহ যদি বিপরীত ক্রমে হয় তাহলে পাতটি আরও বেশি

আকর্ষণবলের প্রভাবে বক্রতর হবে। কাজেই কুণ্ডলীতে যখন পর্যাবৃত্ত প্রবাহ চালনা করা হবে তখন পাতটি ঐ প্রবাহের কম্পাংকে (বা তার কাছাকাছি কম্পাংক) স্পন্দিত হবে এবং শব্দ সৃষ্টি করবে। কোনও প্রবাহ না গেলে শব্দ শোনা যাবে না। কাজেই হেড্‌ফোনের গুঞ্জনধ্বনি না শোনা গেলে বুঝতে হবে যে কুণ্ডলীতে পর্যাবৃত্ত প্রবাহ অনুপস্থিত। হেড্‌ফোনের নৈঃশব্দ্য, অতএব, শূন্য প্রবাহের সংকেত।



চিত্র 8.1 স্পন্দক গ্যাল্‌ভানোমিটারের অংশগুলি



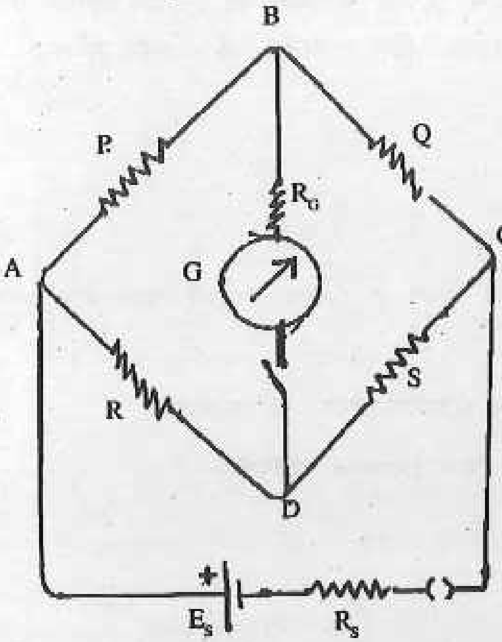
চিত্র 8.2 হেডফোনের ব্যবচ্ছিন্ন চিত্র

NS–স্থায়ী চুম্বক
a, b–কুণ্ডলীর প্রবাহ-বন্ধনী
I–লোহার কোরক
B–ব্যাকেলাইটের আধার বা বাক্স
C–সচ্ছিদ্র আবরণ

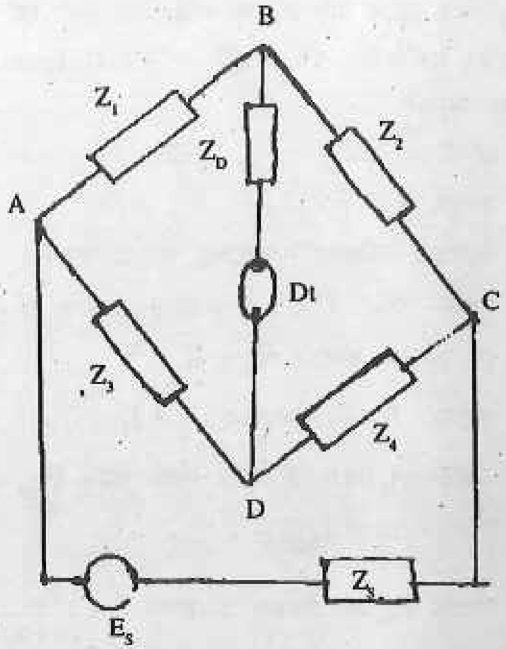
অন্যান্য অবেক্ষক যন্ত্রের শুধু নামোল্লেখই করা হয়েছে (গ) এবং (ঘ) এ। অন্যত্র এগুলি যথাস্থানে আলোচিত হয়েছে, আমরা ধরে নিচ্ছি। বিশেষত C. R. O. যন্ত্রটি ইলেকট্রনিক্স অংশে নিশ্চয়ই আলোচিত হয়েছে।

8.3 ডি. সি. হুইটস্টোন্ ব্রিজের প্রসঙ্গ ও পর্যাবৃত্ত প্রবাহে এটির সাধারণীকরণ

তড়িতীয় পরিমাপের ক্ষেত্রে ব্রিজগুলি হচ্ছে সবচেয়ে বেশি ব্যবহৃত বর্তনীসজ্জা (Circuit elements)। হুইটস্টোন্ ব্রিজের (Wheatstone Bridge) সঙ্গে অল্পবিস্তর পরিচয় আপনাদের আছে। কোনও রোধকের ওহ্মীয় রোধমান (ohmic resistance) যথাযথ সূক্ষ্মতার সঙ্গে পরিমাপ করতে হলে সচরাচর এই ব্রিজটি ব্যবহৃত হয় (চিত্র 8.3 দ্র:)। *ABCD* একটি চতুর্ভুজ যার চার বাহু *AB, BC, AD* এবং *DC* বরাবর যথাক্রমে *P, Q, R* এবং *S* রোধকগুলি পরিবাহী তার দিয়ে সংযুক্ত করে নিয়ে হুইটস্টোন্ ব্রিজ্ তাড়িজ্জালকটি তৈরী



চিত্র 8.3 দিষ্টপ্রবাহের হুইটস্টোন্ ব্রিজ্



চিত্র 8.4 পর্যাবৃত্ত প্রবাহের হুইট্স্টোন্ ব্রিজ্

হয়েছে। কর্ণ *AC* বরাবর যুক্ত একটি তড়িচ্চালক বলের উৎস, E_s কোষ, যার আভ্যন্তরীণ রোধ R_S। অন্য কর্ণ BD বরাবর প্রবাহ আছে কিনা জান্‌বার জন্য এবং থাকলে সেটি কোন্ দিকে প্রবাহিত তা বোঝাবার জন্য রয়েছে গ্যাল্ভানোমিটার *G*, ও তার সঙ্গে যুক্ত রোধ R_G। *G*-তে যখন অবিক্ষেপ (null) দেখায় তখন গ্যালভানোমিটারের প্রবাহ $I_G = O$ এবং ফলে $P/Q = R/S$ ....(i)

এই সূত্র ব্যবহার করে S এর মান নির্ণীত হয় যদি P, Q, R এর মান জানা থাকে।

বর্তনীতে তারকুণ্ডলী এবং ধারক ব্যবহার করে যদি পর্যাবৃত্ত প্রবাহ (alternating current : সংক্ষেপে এ. সি.) প্রয়োগ করা হয় তাহলে কুণ্ডলীটির রোধ R ছাড়াও এর স্বাবেশনাংক L ধারকের ধারকত্ব C এবং পারস্পরিক আবেশনের ফলে উদ্ভূত অন্যান্য আবেশনাংক M এই রাশিগুলির প্রভাব ঐ প্রবাহ নিয়ন্ত্রণ করে থাকে। প্রযুক্ত পর্যাবৃত্ত প্রবাহের কম্পাংক ω' ও বিভিন্ন শাখায় প্রবাহের মান ও দশা প্রভাবিত করে। হুইট্‌স্টোন ব্রিজের সাধারণীকরণ করে সে ক্ষেত্রে চারটি বাহুতে ওহ্‌মীয় রোধের পরিবর্তে অনুরূপ প্রতিবাধক (impedance) কল্পনা করে নিতে হয় (চিত্র 8.4)। চতুর্ভুজ $ABCD$' র দুটি সন্ধিবিন্দু A এবং C তে যুক্ত হয়েছে একটি সাইন্‌ধর্মী তড়িচ্চালক বলের উৎস $\tilde{E}_s$, যার আভ্যন্তরীণ প্রতিবাধক (internal impedance) Z_s। বিপরীত কর্ণ BD তে যুক্ত একটি অবেক্ষক D_t যা পর্যাবর্তী প্রবাহ সনাক্ত ক'রে এর মান এবং দশা নির্ধারণ করবে। তুলনামূলক পরিমাপের ক্ষেত্রে Z_1, Z_2, Z_3 এর মান জ্ঞাত। Z_4 অজ্ঞাত। অতএব Z_1, Z_2 স্থির রেখে যদি Z_3-কে পরিবর্তিত করা হয় তাহলে D_t এই অবেক্ষক যন্ত্র শূন্যমান প্রদর্শন করতে পারে। তখন বলা হয় ব্রিজটি প্রশমিত (balanced) হয়েছে। ব্রিজ্‌-প্রশমনের সর্ত এক্ষেত্রে সমীকরণ (1) এর অনুরূপ

$Z_1/Z_2 = Z_3/Z_4$ ... . (2a)

অর্থাৎ $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$ ... ... (2b)

উপরের সমীকরণটি সহজেই পাওয়া যায়।

প্রশমন কালে $\tilde{I}^{\#}_{Dt} = O$ হওয়ায় B এবং D বিন্দুর বিভব যে কোনও সময়েই সমান হবে অর্থাৎ, **যে কোনও সময়েই** $\tilde{V}_B = \tilde{V}_D$

যেহেতু $\tilde{I}_{Dt} = 0$ অতএব $\tilde{I}_2 = \tilde{I}_1$, $\tilde{I}_4 = \tilde{I}_3$, (কার্শ্‌হোফের প্রথম সূত্র অনুসারে)

এছাড়া, A থেকে B পর্যন্ত বিভাবপতন $\tilde{V}_{AB} = A$ থেকে D পর্যন্ত বিভবপতন $\tilde{V}_{AD}$

ফলে $\tilde{I}_1 Z_1 = \tilde{I}_3\ Z_3$ ... ...

আবার $\tilde{I}_{Dt} = 0$ হওয়ায় হওয়ায়, $\tilde{I}_1 = \dfrac{\tilde{V}_{AC}}{Z_1 + Z_2}$

$$\tilde{I}_3 = \frac{\tilde{V}_{AC}}{Z_3 + Z_4}$$

ফলে $\dfrac{\tilde{V}_{AC}}{Z_1 + Z_2} Z_1 = \dfrac{\tilde{V}_{AC}}{Z_3 + Z_4} . Z_3$; অর্থাৎ $Z_1Z_3 + Z_1Z_4 = Z_3Z_1 + Z_3Z_1 + Z_3Z_2$

অর্থাৎ ব্রিজ প্রশমিত হলে $Z_1\ Z_4 = Z_2Z_3$ ..... [(2b)]

ভাষায় বলতে হয়, $\begin{bmatrix}\text{দুই বিপরীত বাহু 1 এবং 4 এর} \\ \text{প্রতিবাধা দুটির গুণফল}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\text{অন্য দুই বিপরীত বাহুর (2} \\ \text{এবং 3), প্রতিবাধা দুটির গুণফল}\end{bmatrix}$

প্রতিবাধা Z এখানে জটিল রাশি; $Z_k = R_k + jX_k$, $k = 1, 2, 3, 4$, $j \equiv \sqrt{-1}$

$= R_k + j\left(\omega L_k - \dfrac{1}{\omega C_k}\right)$, R_k, X_k এরা বাস্তব রাশি Z_k-কে মেরুপ্রধান রূপে (polar form) প্রকাশ করা হলে।

$Z_k = |Z_k| e^{j\theta k}$

ফলে (2*a*) (2*b*) সমীকরণ দুটি দাঁড়ায় $|Z_1| X |Z_4| = |Z_2| \times |Z_3|$ মানের সমীকরণ (গুণফল হিসাবে) (2*c*) এবং $\theta_1 + \theta_4 = \theta_2 + \theta_3$ দশার সমীকরণ (যোগফল হিসাবে) (2*d*)

কার্যত: (2*c*) ও (2*d*) সময় নিরপেক্ষ। সুতরাং, কোনো মুহূর্তে সাম্য প্রতিষ্ঠিত হলে সব সময়েই তা প্রতিষ্ঠিত থাকবে।

আবার $Re(Z_1Z_4) = Re(Z_2Z_3)$ এবং $I_m(Z_1Z_4) = I_m(Z_2Z_3)$

এই ভাবে লেখা হলে, যেহেতু $Z_k = R_k + jX_k$, $k = 1, 2, 3, 4$, উপরের সমীকরণ দুটি বিস্তৃত করে লিখলে পাই

$R_1R_4 - X_1X_4 = R_2R_3 - X_2X_3$ ... (2*e*)

এবং $R_1X_4 + R_4X_1 = R_2X_3 + R_3X_2$ ... (2ϕ)

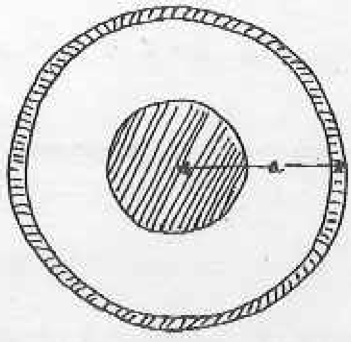
সাধারণীকৃত হুইটস্টোন্ ব্রিজ বর্তনীর বিশদ বিশ্লেষণ আমরা পরে করবো। তার আগে বিভিন্ন পরিমাপে এর ব্যবহার কিভাবে হয়ে থাকে তা দেখা যাক।

8.4 বিভিন্ন তড়িতীয় ধ্রুবক পরিমাপে এ.সি. ব্রিজের ব্যবহার

বর্তনীখণ্ডের ধ্রুবাংকগুলি যথা *R*, *L*, *C* বা *M* পরিমাপের জন্য বিভিন্ন ধরণের এ.সি. ব্রিজ্ প্রচলিত আছে।

পর্যাবৃত্ত (অর্থাৎ প্রত্যাবর্তী) প্রবাহ সূচিত করার জন্য I বা *V* অক্ষরের উপরে একটি সাইন্‌চিহ্ন (~ : tilda) ব্যবহার করা হয়, এটাই রীতি। অতএব $\tilde{I}$, (উচ্চা : আই-টিল্ডা) এবং $\tilde{V}$ (উচ্চা : ভি-টিল্ডা) হচ্ছে $I_m \mathrm{Sin}(\omega t + \phi)$ কিংবা $V_m \mathrm{Sin}(\omega t + \delta)$ এর যথাক্রমিক সংক্ষিপ্ত রূপ। প্রবাহ সাইন্-অপেক্ষক না হলেও এই প্রতীক ব্যবহৃত হবে। গাণিতিক পরিমাপের ক্ষেত্রে $\bar{I}$ বোঝাবে $I_{r.m.s.}$ (মধ্যম-বর্গ-সমমূলিত মান)।

পর্যাবৃত্ত প্রবাহের সম্মুখীন হলে রোধক, স্বাবেশক এবং ধারকের যে যে প্রতিক্রিয়া (response) হয় তা এবার খুব সংক্ষেপে আলোচনা করে নেওয়া যাক।



চিত্র 8.4a

পর্যাবৃত্ত প্রবাহে রোধকের ক্রিয়া : সাধারণভাবে স্থির প্রবাহের ক্ষেত্রে পরিবাহী তারের প্রস্থচ্ছেদে প্রবাহের আঞ্চলিক তারতম্য থাকে না। প্রবাহমাত্রা I ও তারের প্রস্থচ্ছেদ a হলে প্রস্থচ্ছেদের সর্বত্র প্রবাহ ঘনত্ব $I/\pi a^2$ হয়। কিন্তু পরিবর্তী প্রবাহের ক্ষেত্রে প্রবাহ ঘনত্ব সর্বত্র সমান নয়। এই ক্ষেত্রে পরিবাহী তারের প্রস্থচ্ছেদে কেন্দ্রীয় অঞ্চলের তুলনায় বহিঃস্তরে বেশী হয়। উচ্চ কম্পাঙ্কের ক্ষেত্রে প্রায় সম্পূর্ণ প্রবাহমাত্রা তারের বহিঃস্তরে অবস্থান করে। ঐ ঘটনাকে ত্বক-ক্রিয়া (Skin-effect) বলে।

ত্বক ক্রিয়ার ব্যাখ্যা : একটি বেলনাকৃতি তারের দুটি সমান প্রস্থচ্ছেদ এমনভাবে কল্পনা করুন যার একটি কেন্দ্রে ও অন্যটি বহিঃস্তরে (চিত্র 8.4a) ফলে দুই অঞ্চলের রোধও সমান। কিন্তু উহাদের স্বাবেশগুণাঙ্ক সমান নয়। কারণ কেন্দ্রীয় অঞ্চলের যুক্ত চৌম্বক বলরেখা বহিস্তরের সহিত যুক্ত নয় অথচ বহিস্তরের সঙ্গে যুক্ত বলরেখা সম্পূর্ণ প্রস্থচ্ছেদের সঙ্গেই জড়িত। ফলে কেন্দ্রীয় অঞ্চলের স্বাবেশগুণাঙ্ক বহিঃস্তরের থেকে বেশী। পরিবর্তী প্রবাহে স্বাবেশের জন্য পরিরোধ ωL হওয়ায় কেন্দ্রীয় অঞ্চলের পরিরোধ অনেক বেশী হয়। ফলে কেন্দ্র অঞ্চলে প্রবাহ প্রায় শূন্য হয়ে পড়ে।

(খ) পর্যাবৃত্ত প্রবাহে সাবেশকের প্রতিক্রিয়া : স্পন্দনশীল প্রবাহ একটি তামার আবেশ কুণ্ডলীতে প্রবাহিত হলে এই কুণ্ডলীর ওহ্মীয় রোধ নিতান্তই কম হতে পারে কিন্তু প্রবাহে সমুহ বাধার সৃষ্টি করে ঐ কুণ্ডলীর স্বাবেশ গুণাঙ্ক L; স্বাবেগন-জনিত এই বাধাই স্বাবেশনজনিত প্রতিঘাত (inductive reactance) $jX_L = j\omega L$ অর্থাৎ এটি একটি বিশুদ্ধ কাল্পনিক রাশি যা ω এবং L এর গুণফল দ্বারা স্থির হয়। (গ) **পর্যাবৃত্ত প্রবাহে ধারকের প্রতিক্রিয়া :** ধারকের গঠনে ব্যবহৃত অন্তরক বস্তুটি কম্পাংকের দ্বারা প্রভাবিত হয়; সচরাচর এগুলিতে তড়িৎশক্তি ক্ষয়প্রাপ্ত হয়ে থাকে (অর্থাৎ কিছু অংশ রূপান্তরিত হয় তাপশক্তিতে এর) এবং এটি আদর্শ ডাই-ইলেকট্রিকের মত আচরণ করে না। বর্তনীতে ব্যবহৃত ধারকগুলি প্রায়শই হয়ে থাকে অনাদর্শ (imperfect)। ফলে বর্তনীতে এর প্রকৃত স্বরূপ নির্ধারণের জন্য একটি আদর্শ ধারক C' কল্পনা করা হয় যার সঙ্গে শ্রেণীতে একটি সমুচ্চ রোধ R_s যুক্ত করে নিতে হয় (চিত্র 8.11b দ্রঃ) $1C'$ এবং R_s এর মান ব্রিজের পরিমাপ

দ্বারা নির্ণীত হয়ে থাকে। অনেক সময় C'' র সমান্তরালে যুক্ত একটি রোধ R_p ও ব্যবহৃত হয় (চিত্র 8.11C দ্র:)। স্পন্দনশীল প্রবাহে ধারক C যে প্রতিবাধা সৃষ্টি করে তাকে বলা হয় ধারকীয় প্রতিঘাত, $X_c = \frac{1}{\omega C}$ এবং এজন্য একটি বিশুধ কাল্পনিক রাশি $jX_c = \frac{1}{j\omega C}$ ব্যবহার করা হয়। অতএব শ্রেণীতে সংযুক্ত $R-L-C$ বর্তনী পর্যাবৃত্ত প্রবাহে যে প্রতিবাধা Z সৃষ্টি করবে তা হল $Z = R + jX_L - jX_c = R + jX$, $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ নিম্নলিখিত ব্রিজগুলি আমরা সংক্ষেপে আলোচনা করবো—

(1) প্রমাণ L_s এর সঙ্গে তুলনা করে L পরিমাপ : ম্যাক্সওয়েল্ ব্রিজ্ (Maxwell Bridge) (2) প্রমাণ ধারক C এর সঙ্গে তুলনা করে L পরিমাপ : ম্যাক্সওয়েল্ ব্রিজ (Maxwell's L/C Bridge)

3. c-পরিমাপের জন্য ভিন্ প্রবর্তিত ব্রিজ : (Wien Bridge)

4. C-পরিমাপের জন্য শেরিং ব্রিজ : (Schering Bridge)

5. ω-পরিমাপের জন্য ভিনের ω-ব্রিজ্ : ω-ব্রিজ : (Wien's ω-Bridge)

6. L-পরিমাপের জন্য অ্যান্ডারসন ব্রিজ : (Anderson Bridge)

7. M-পরিমাপের জন্য ক্যারীফস্টার্ প্রবর্তিত ও হেইড্ভাইলের্ দ্বারা রূপান্তরিত ব্রিজ (Cerey Foster-Heydweiler Bridge)

এছাড়া এই ধরণের বহুবিধ ব্রিজ রয়েছে। আমরা নমুনা হিসাবে উপরের কয়েকটিই মাত্র আলোচনা করবো।

8.4 বিভিন্ন তড়িতীয় ধ্রুবক পরিমাপে এ. সি. ব্রিজের ব্যবহার

8.4.1 প্রমাণ স্বাবেশনাংক L_s এর সঙ্গে তুলনা করে স্বাবেশনাংক পরিমাপ : ম্যাক্সওয়েল ব্রিজ্ (Maxwell Bridge) ঃ

8·5a চিত্রে R_1, R_2 = স্বাবেশনবর্জিত তারকুণ্ডলীর বিশুধ ওহ্মীয় রোধক R_3-তে L_3' র ওহ্মীয় রোধকে ধরা হয়েছে।

R_4-এ L_4' এর ওহ্মীয় রোধ ধরা হয়েছে।

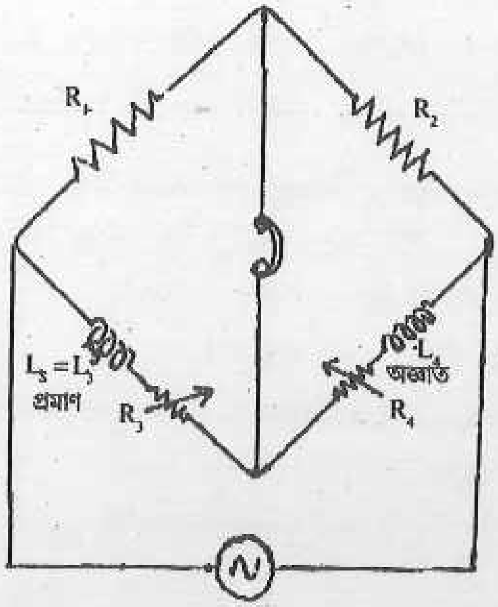
L_3 প্রমাণ স্বাবেশক যার সঙ্গে তুলনা করে

L_4 এর মান নির্ণীত হবে।

এখানে $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$

$Z_3 = R_3 + j\omega L_3$

$Z_4 = R_4 + j\omega L_4$



চিত্র 8.5a ম্যাক্সওয়েল ব্রিজ্

অতএব প্রশমন শর্ত $L_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ থেকে পাই $R_1(R_4 + j\omega L_4) = R_2(R_3 + j\omega L_3)$

উভয় পক্ষের বাস্তব রাশিগুলি সমীকৃত হলে $R_1 R_4 = R_2 R_3$; এটি ডি. সি. প্রশমনের সর্ত ..... $(3a)$
এবং কাল্পনিক রাশির সমীকরণ থেকে $R_1 L_4 = R_2 L_3$; এটি এ. সি. প্রশমনের সর্ত ..... $(3b)$

অতএব দুটি সর্তই পূরিত হলে $L_4/L_3 = \dfrac{R_2}{R_1} = {}^{R_4}\!/_{R_3}$ .... $(3c)$

অতএব $L_4 = \dfrac{R_2}{R_1} . L_3$ ..... $(3d)$

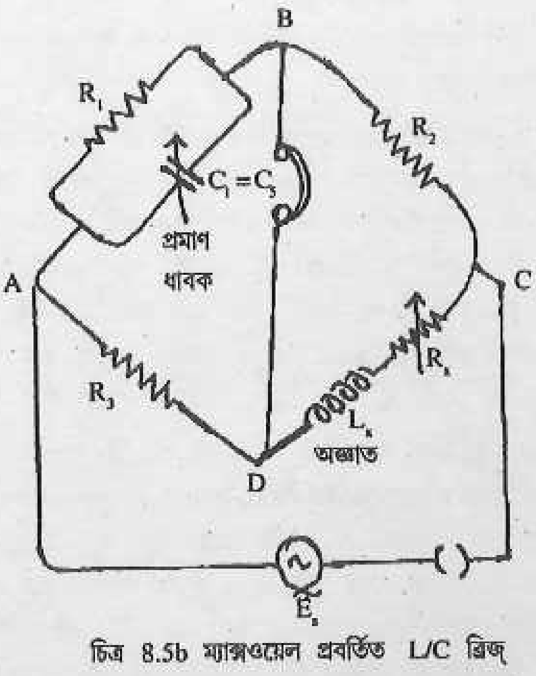
প্রথমে R_2/R_1 এর মান R_4/R_3 এর সমান করতে হবে। এজন্য তড়িৎকোষ ও গ্যালভানোমিটার ব্যবহার করে ডি. সি. প্রশমন স্থির করতে হবে। এই অনুপাত দুটির সমতা হয়ে গেলে পরবর্তী এ. সি. প্রশমন করার সময় এই মানগুলি স্থির রেখে কেবল L_3 পরিবর্তন করতে হবে।

এই ব্রিজ ব্যবহার কালে বিশেষ সতর্কতার সঙ্গে কাজ করতে হবে। (ক) উৎস এবং অবেক্ষক যে যে তার দিয়ে ব্রিজে যুক্ত হবে সেগুলি হবে মোচড়-দেওয়া (twisted) যাতে সংযোজক তারের স্বাবেশন ক্রিয়ায় প্রশমন বিঘ্নিত না হয়। (খ) L_3 এবং L_4 কে যথাসম্ভব দূরে রাখতে হবে যাতে অন্যোন্য আবেশনের প্রভাবে এদের মান পরিবর্তিত না হয়। (গ) এই ব্রিজের প্রশমন ক্রিয়া বেশ কষ্টসাধ্য হয়ে থাকে।

ম্যাক্সওয়েল-ব্যবহৃত ব্রিজে ক্ষেপক গ্যালভানোমিটার ও অন্-অফ্-সুইচ্ সহ দিষ্ট প্রবাহ প্রযুক্ত হয়েছিল। ঐতিহাসিক কারণে এই ব্রিজটির গুরুত্ব এখনো কমেনি। তবে কার্যত এটির ব্যবহার খুব কমই হয়।

8.4.2 প্রমাণ ধারক C_S-এর সঙ্গে তুলনা করে L-পরিমাপ : এটিও ম্যাক্সওয়েলের প্রবর্তিত এবং তথাকথিত L/C ব্রিজ।

ম্যাক্সওয়েল-প্রবর্তিত এই ব্রিজ (চিত্র 8.5b) প্রথমে ব্যবহৃত হয়েছিল ক্ষেপক গ্যালভানোমিটারের সাহায্যে। পরে মাক্স্ ভিন্ (Max Wien) এতে পর্যাবর্ত প্রবাহের উৎস যোগ করেন এবং হেড্‌ফোন্ ব্যবহার করেন।



চিত্র 8.5b ম্যাক্সওয়েল প্রবর্তিত L/C ব্রিজ্

এখানে $Z_1 \dfrac{R_1 \times (1/j\omega C_1)}{R_1 + (1/j\omega C_1)} (R_1 \| C_1)$

$Z_2 = R_2$, $Z_3 = R_3$

$Z_4 = R_x + j\omega L_x$

ফলে হেড্‌ফোনে নৈঃশব্দ্য হলে $Z_1Z_4 = Z_2Z_3$ থেকে পাই

ডি. সি. প্রশমনের সর্ত : $R_x = \dfrac{R_2R_3}{R_1}$ ...... $(4a)]$

এ. সি. প্রশমনের সর্ত : $L_x = C_1R_2R_3$ ..... $(4b)$

অর্থাৎ $\dfrac{L_x}{C_1} = R_2R_3$ ...... $(4b)$

এই বর্তনীতে R_1, R_2, $R_3 \Rightarrow$ স্বাবেশনবর্জিত রোধ কুণ্ডলী। প্রথমে তড়িৎকোষ এবং গ্যালভানোমিটার ব্যবহার করে ডিসি প্রশমন করতে হবে। যদি L_x এবং C_1 এর মান উভয়েই প্রাক্‌নির্দিষ্ট হয়ে থাকে তাহলে এ. সি. প্রশমন করতে হবে R_x/R_2 এবং R_3 পরিবর্তন করে (অর্থাৎ ডি সি প্রশমনে প্রয়োজন হলে পরিবর্তন করে নিতে হবে R_2 প্রভৃতির মানগুলি) এর ফলে ব্রিজ্‌টি প্রশমিত করা বেশ শ্রমসাধ্য এবং সময়সাপেক্ষ। খুব সুবিধা হয় যদি L_x এর সঙ্গে শ্রেণীতে একটি পরিবর্তনশীল অথচ জ্ঞাতমানের স্বাবেশক যুক্ত করে নেওয়া হয় অথবা C_1-এর মান পরিবর্তনশীল হয়।

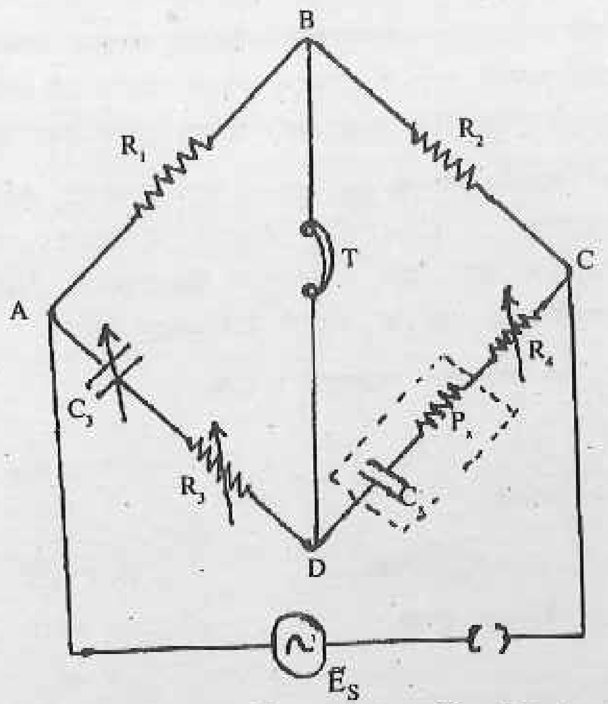
প্রমাণ স্বাবেশকের সঙ্গে তুলনা করে স্বাবেশনাংক নিরূপণের চেয়ে প্রমাণ ধারকের সঙ্গে তুলনা করায় অধিকতর সূক্ষ্মতা পাওয়া যায় কেননা তুলনায় প্রমাণ ধারকের গঠন অনেক নিশ্চিত ও নির্ভরযোগ্য এবং অন্যান্য স্বাবেশন থেকে মুক্ত। এই L/C ব্রিজ বেশ সহজেই ব্যবহার করা যায় এবং এর উপযোগিতাও বেশি। অসুবিধা হয় তখনই যখন অজ্ঞাত কুণ্ডলীর Q-মান $(= \omega L/R)$ খুব উচ্চমানের হয়। সেক্ষেত্রে প্রশমনের জন্য R_1 এর মান হতে হয় খুব বেশি (লক্ষ্য করুন : R_x এর মান বেশি নয়, অথচ R_2R_3 বেশ বেশি; ফলে R_1-কে বেশি হতেই হবে অর্থাৎ $R_1 >> 1/\omega C_1$। এরকম ক্ষেত্রে হে—প্রবর্ত্তিত ব্রিজ (Hay ব্রিজ) ব্যবহার প্রশস্ত। Q এর মান নিম্ন হলে পরিমাপে L/C ব্রিজ ব্যবহারে ভাল ফল পাওয়া যায়।

ব্রিজ্‌টি ব্যবহারের নিয়ম এরকম। লক্ষ্য করুন যে R_3 মানটি ডি. সি. প্রশমন এবং এ. সি. প্রশমন উভয় ক্ষেত্রেই রয়েছে। প্রথমে তড়িৎকোষ ও গ্যাল্‌ভানোমিটার ব্যবহার করে দিষ্ট প্রবাহের প্রশমন স্থির করুন। $R_x = R_2R_3/R_1$ এই সূত্র থেকে R_1/R_2 এবং R_3 নির্দিষ্ট করে নিয়ে R_x পরিবর্তন করে প্রশমন পর্যবেক্ষণ করুন। এবার এ. সি. র উৎস ও অবেক্ষক যুক্ত করে নিন। পূর্বের প্রশমন সর্ত একই রেখে C_1 পরিবর্তন করে এ. সি. প্রশমন স্থির করুন। লক্ষ্যনীয় যে প্রশমন সর্তে ω নেই। এতে সুবিধে হল এই যে লোহার কোর্‌ আছে এমন কুণ্ডলীর L-পরিমাপে এই ব্রিজ প্রশস্ত। হিস্‌টেরেসিস্‌ লুপ থাকার জন্য সরবরাহের কম্পাংকে যে সব উচ্চতর হার্মোনিক উদ্ভূত হবে তারা ব্রিজ প্রশমনে কোনও বাধা দেবে না।

লক্ষ্য করুন যে যদি $R_3 = R_2 = 1\text{k}\Omega$ হয় $R_2R_3 = 10^6(\Omega)^2$; তাহলে C_1 এর মান μF–এ লেখা থাকলে L_x এর মান সরাসরি হেন্‌রি-এককে পাওয়া যাবে, C_1 -এর ডায়াল্‌-পাঠ থেকে।

8.4.3 C–পরিমাপ : ভিন্ ব্রিজ্ (Wien Bridge) পদ্ধতি

যদি একটি আদর্শ ধারক পাওয়া যায় (অর্থাৎ যার ডাই ইলেকট্রিকে শোষণ প্রায় নেই) তাহলে এই ব্রিজ্ ব্যবহার করে অজ্ঞাতমানের কোনও অনাদর্শ (imperfect) ধারকের ধারকত্ব ও ক্ষয়াংক (loss factor) সহজেই পরিমাপ করা চলে। চিত্র 8.6a' এর বর্তনী দ্রষ্টব্য। রোধক R_1, R_4 হবে সম্পূর্ণভাবে স্বাবেশন মুক্ত। R_3, R_4, হবে সুক্ষ্মমানে বিভাজিত পরিবর্তনীয় রোধক। ρ_x হচ্ছে অনাদর্শ ধারকটির ধারকত্ব C_x এর সাথে শ্রেণীতে যুক্ত অজ্ঞাত (সমুচ্চমানের) রোধ। T একটি হেড্‌ফোন্ এবং E_s অডিও স্পন্দক। R_3 এবং R_4 এর প্রয়োজন হচ্ছে ব্রিজের নীচের দুই শাখায় প্রবাহের দশামানের সমতা আনার জন্য। এটা প্রয়োজন কেননা C_3' র শোষণ নেই বটে কিন্তু C_x-এর আছে; ফলে দশামানের যোগফলের সমতা আনার জন্য R_3 এবং R_4 উভয়েরই পরিবর্তন করা প্রয়োজন। ব্রিজ প্রশমন করা হয় এইভাবে। প্রথমে $R_3 = 0$, $R_4 = 0$ করে নিন। এবার R_1



চিত্র 8.6a ভিন (Wine) প্রবর্তিত ব্রিজ

এবং R_2 পরিবর্তন করে টেলিফোন রিসিভারের শব্দপ্রাবল্য যথাসম্ভব কম মাত্রায় নিয়ে আসুন। এবার R_3, R_4 পরিবর্তন করে প্রশমন ক্রিয়া সম্পন্ন করুন। প্রয়োজন হলে R_1 এবং R_2 নতুনভাবে পরিবর্তন করতে হতে পারে। যথার্থ প্রশমন না পাওয়া পর্যন্ত এই পদ্ধতির পুনরাবৃত্তি করতে হবে।

এই বর্তনীতে $Z_1 = R_1$, $Z_2 = R_2$, $Z_3 = R_3 - \frac{j}{\omega C_3}$, $Z_4 = \rho_x + R_4 - \frac{j}{\omega C_x}$

এতএব প্রশমন সর্তের সমীকরণে $(Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3)$ এই মানগুলি বসিয়ে নিম্নলিখিত ফল পাওয়া যায়—

উভয়পক্ষে বাস্তব রাশির সমীকরণ হতে $R_1(\rho_x + R_4) = R_2 R_3$: এটি ডি. সি. প্রশমন .... (5a) এবং কাল্পনিক রাশির সমতা থেকে $R_1/\omega C_x = R_2/\omega C_3$ .....

অর্থাৎ $\dfrac{C_x}{C_3} = \dfrac{R_1}{R_2}$: এটি এ. সি. প্রশমন। লক্ষ্যনীয় যে এ. সি. প্রশমনের এই সর্তটি উভয় পক্ষে দশার যোগফলের সমতা সূচিত করছে এবং এটি ω'র উপর নির্ভর করছে না। ফলে যে কোনও ω ই ব্যবহার করা যাবে। এমন কি $\omega = 0$ ও ব্যবহার্য; ফলে তড়িৎকোষ এবং ক্ষেপক গ্যালভানোমিটারও ব্যবহার করা যাবে। পরিমাপের সূক্ষ্মতা $1\% - 5\%$ র মধ্যে সীমাবদ্ধ।

8.4.4 C–পরিমাপ : শেরিং ব্রিজ (Schering Bridge)

এ. সি. ব্রিজ্‌গুলির মধ্যে শেরিং ব্রিজ বেশ গুরুত্বপূর্ণ। সাধারণত ধারকের ধারকত্ব পরিমাপে প্রায়শই এই ব্রিজ ব্যবহৃত হয়। এ ছাড়া অন্তরক পদার্থের পরিমাপে অন্তরক তেলের ডাই-ইলেকট্রিক ধ্রুবাংক পরিমাপে এর ব্যবহার খুবই গুরুত্বপূর্ণ। শেরিং ব্রিজ মূলত একটি ধারকত্ব তুলনা করার ব্রিজ।

অজ্ঞাত মানের অনাদর্শ ধারকটির সমার্থক (equivalent) আদর্শ ধারক C_x এর সঙ্গে শ্রেণীতে যুক্ত রোধ R_x ধরা হয়েছে। পরিবর্তনযোগ্য C_1 এই ধারকটির সমান্তরালে R_1 রয়েছে। সাধারণ পরিমাপের ক্ষেত্রে C_s হচ্ছে উচ্চপর্যায়ের অভ্র দ্বারা প্রস্তুত প্রমাণ মানের ধারক যার ক্ষয়রোধ (leakage resistance) প্রায় নগণ্য। অন্তরক পদার্থের পরীক্ষণের সময় C_s অবশ্যই হবে বায়ুপূর্ণ ধারক।

এখানে $Z_1 = R_1$, C_1 এর সমান্তরাল সংযোগের প্রতিবাধা

$$= \frac{(R_1)(1/j\omega C_1)}{(R_1 + 1/j\omega C_1)} = \frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}$$

$Z_2 = R_2$, $Z_3 = 1/j\omega C_s$, $Z_4 = R_x + 1/j\omega C_x$

অতএব $Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$ সমীকরণে বসিয়ে

$$\left(\frac{R_1}{1 + j\omega C_1 R_1}\right)\left(R_x + \frac{1}{j\omega C_n}\right) = R_2 \cdot \frac{1}{j\omega C_s}$$

উভয়পক্ষের বাস্তবরাশিগুলি তুলনা করে পাই

$$R_1 R_x = \frac{C_1 R_1 R_2}{C_s} \Rightarrow R_x = \frac{C_1}{C_s} . R_2 \quad ...... \quad (6a)$$

অনুরূপে কাল্পনিক রাশির তুলনা থেকে পাই

$$\frac{R_1}{\omega C_x} = \frac{R_2}{\omega C_s} \Rightarrow C_x = C_s \frac{R_1}{R_2} \quad ..... \ (6b)$$

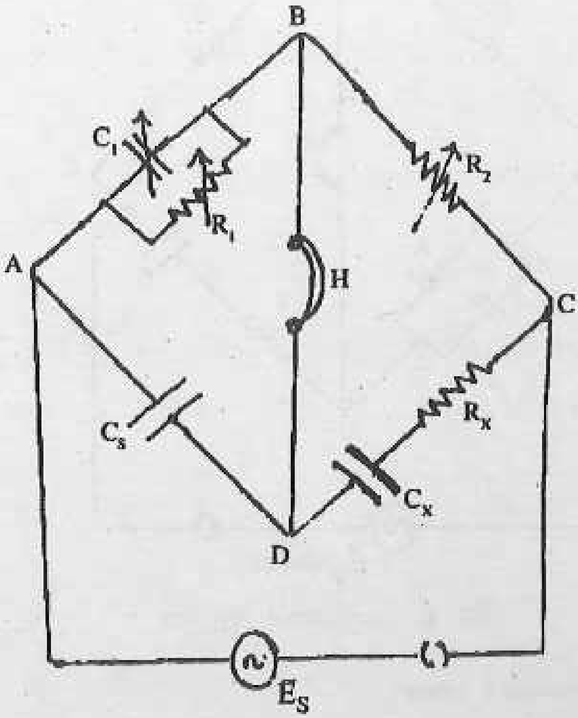
ক্ষয় কোণ যদি θ হয় তাহলে

$$tan\theta = \omega C_x R_x$$

$$= \omega . \left(C_s \cdot \frac{R_1}{R_2} \right) \left(\frac{C_1}{C_s} R_2 \right)$$

$$= \omega R_1 C_1 \quad .... \ (6c)$$

D_x = ক্ষমতাংক (Power factor) $= \dfrac{R_x}{Z_x}$



চিত্র 8.b শেরিং ব্রিজ

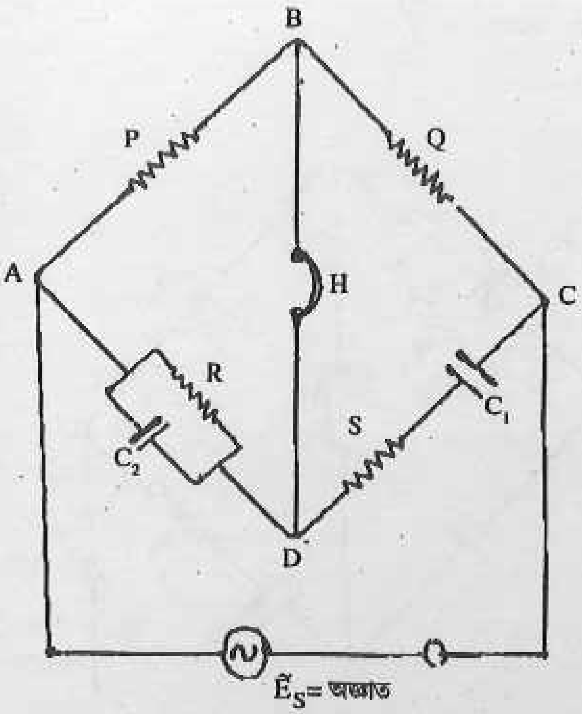
$$\simeq \frac{R_x}{X_x}$$

$$= \omega C_x R_x = \omega R_1 C_1$$

R_1 যদি ধ্রুবমানের হয় তাহলে নির্দিষ্ট ω–মানের ক্ষেত্রে D_x নির্ভর করবে C_1 এর উপর। ফলে C_1 এর ডায়াল থেকে সরাসরি D_x এর মান নির্দেশ করা যাবে।

8.4.5 ω–পরিমাপ : ভিন্ ব্রিজ

ω–পরিমাপের বিভিন্ন ব্রিজ রয়েছে। আমরা শুধু একটি সহজ ব্রিজ বর্ণনা করছি। এটিও ভিন্ এর উদ্ভাবিত। চিত্র 8·7 দ্রষ্টব্য।



চিত্র 8.7 ω-পরিমাপের ভিন্ ব্রিজ্

$P, Q, R, S \Rightarrow$ স্বাবেশনবর্জিত রোধক।

$C_1, C_2 \Rightarrow$ প্রমাণ ধারক

প্রশমিত হলে $Z_1/Z_2 = Z_3/Z_4$

অর্থাৎ এ ক্ষেত্রে

$$\frac{P}{Q} = \frac{R(1/j\omega C_2)}{(R+1/j\omega C_2)} \cdot \frac{1}{(S+1/j\omega C_1)}$$

অর্থাৎ $j\omega RC_1Q = P(1 + j\omega C_2R)(1 + j\omega C_1S)$

উভয়পক্ষে বাস্তবরাশিগুলি সমান হবে, অর্থাৎ

$$\omega^2 = 1/C_1C_2R_s \Rightarrow \omega = 1/\sqrt{C_1C_2R_s} \quad \text{.... (7a)}$$

কাল্পনিক রাশির সমতা থেকে

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{Q}{P} - \frac{S}{R} \quad \text{.... (7b)}$$

পরীক্ষণের কার্যক্রম এই : C_1 এবং C_2 তে উপযুক্ত মান সন্নিবেশ করে তবেই H–এ নৈঃশব্দ্য পাওয়া যাবে। একই সঙ্গে P এবং/অথবা Q পরিবর্তন করে দ্বিতীয় সর্তটি পূরণ করতে হবে। পৃথক কোনও উৎস (যার ত. চা. ব. E_S', কম্পাংক ω') নিয়ে এসে এই ব্রিজে যুক্ত করা হলে তখন যদি $\omega' = \omega$ হয় তাহলে C_1, C_2, R, S এর মান পরিবর্তিত হয়ে যাবে।

8.4.6 L–পরিমাপ : অ্যান্ডারসন্ ব্রিজ (Anderson Bridge)

ম্যাক্সওয়েল প্রবর্তিত মূল L/C ব্রিজের রূপান্তর করে এই ব্রিজ তৈরী করেছেন অ্যান্ডারসন্। এটি কিন্তু চারবাহু ব্রিজ নয়; অতএব হুইট্‌স্টোন এ. সি. ব্রিজ পর্যায়ে একে ফেলা যায় না। তবে "ডেল্টা-টী রূপান্তর" (Δ–T) ঘটিয়ে এটিকে হুইট্‌সেটোন ব্রিজে পরিবর্তিত করে নেওয়া যায় এবং তখন এর বর্তনী বিশ্লেষণ সাধারণীকৃত হুইট্‌স্টোন ব্রিজের পর্যায়ে পড়ে। চিত্র 8.8 এ এই ব্রিজ প্রদর্শিত। বর্তমানে এই ব্রিজ ব্যবহৃত হয়ে থাকে পর্যাবৃত্ত প্রবাহ ব্যবহার করে এবং টেলিফোন্ বাজারকে অবেক্ষক হিসাবে সংযোজন করে। তবে ডি. সি. প্রশমনের জন্য পৃথকভাবে তড়িৎকোষ এবং গ্যাল্‌ভানোমিটারও ব্যবহার করতে হবে।

ব্রিজ প্রশমিত হলে $I_G = 0$, $I_H = 0$ অর্থাৎ D' বিন্দু এবং E–বিন্দুর বিভব সব সময়ের জন্যই সমান হবে। প্রশমিত ব্রিজের ক্ষেত্রে ধরা যাক P–বাহুর প্রবাহ I_1 এবং C–ধারকের প্রবাহ I_2; তাহলে Q এর প্রবাহ $I_1 + I_2$ এবং R এর প্রবাহ I_3 হলে L, S বাহুতেও I_3 প্রবাহই হবে।

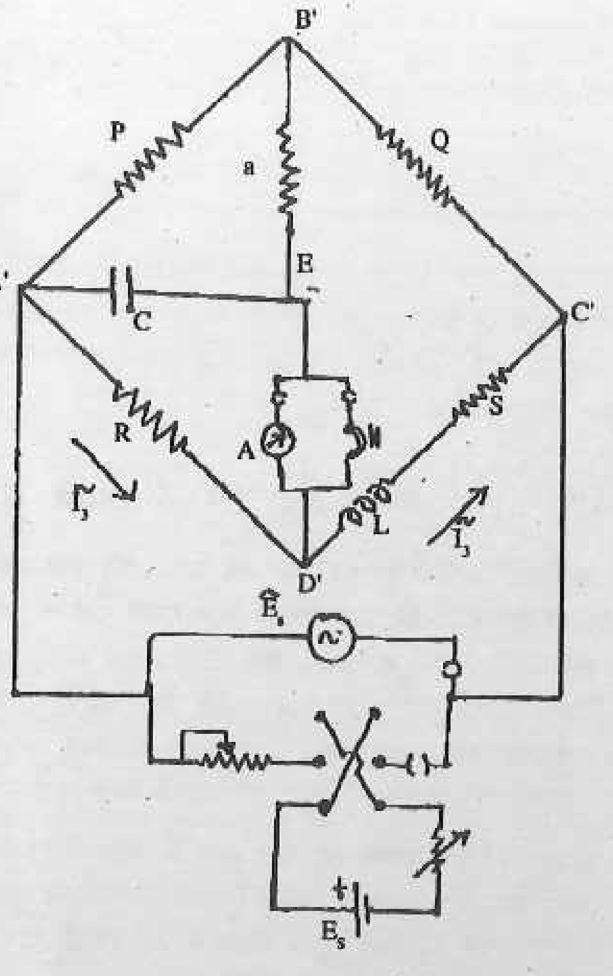
যেহেতু $V_{A'B'C'} = V_{A'D'C'}$

$\therefore\ \tilde{I}_1 P + (\tilde{I}_1 + \tilde{I}_2)Q = \tilde{I}_3(R + S + j\omega L)$.....(8a)

A′B′E′A′ এই আবধ্ব পথে কোনও ত. চা. ব. নেই, কাজেই $\tilde{I}_1 P - \tilde{I}_2\left(a + \frac{1}{j\omega C}\right) = 0$....... (8b)

এছাড়া $\tilde{V}_{A'E} = \tilde{V}_{A'D'}$

ফলে $\frac{\tilde{I}_2}{j\omega C} = \tilde{I}_3 R$ ..... (8c)



চিত্র 8.8 অ্যান্ডারসন্ ব্রিজ

সমীকরণ (8c) থেকে $\bar{I}_3$, মান (8a) তে বসিয়ে পাবেন।

$$\bar{I}_1(P+Q)=\bar{I}_2\left(\frac{R+S+j\omega L}{j\omega CR}-Q\right) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \text{ (8d)}$$

(8b) থেকে $(\bar{I}_1/\bar{I}_2)$ এর মান (8d) তে বসান এবং সরল করুন।

বাস্তব রাশির সমতা থেকে পাবেন।

$$S=\frac{QR}{P} \quad \ldots\ldots \text{ এটা ডি সি প্রশমনের সর্ত } \ldots\ldots \text{ (8e)}$$

কাল্পনিক রাশির সমতা থেকে পাবেন

$$L = CR[Q + a\ (1 + Q/P)] \quad \ldots\ldots \text{ এটা এসি প্রশমনের সর্ত } \ldots\ldots \text{ (8f)}$$

এই ব্রিজটি বহুল ব্যবহৃত। পরীক্ষণের ক্রমগুলি এরকম :

(ক) L এর একটি মোটামুটিভাবে জানা মান থাকলে ভাল। Q এবং R এর মান তাহলে ωL এর কাছাকাছি নিলে অধিকতর সূক্ষ্মতার সঙ্গে ন্যূনতম নৈঃশব্দ্য স্থির করা যায়।

(খ) প্রথমে দিষ্ট প্রবাহের উৎস E_s এবং ক্ষেপক গ্যালভানোমিটার G যুক্ত করে ডি. সি. প্রশমন আনতে হবে। অবিক্ষেপ বিন্দু পেলে তা থেকে $S = RQ/P$ জানা যাবে। পরবর্তী এ. সি. প্রশমনের সময় এই অনুপাতটি বজায় রাখতে হবে।

(গ) এ. সি. প্রশমনকালে C এর নির্দিষ্ট মান নিয়ে রোধক a' র মান পরিবর্তন করে হেড্‌ফোনে নৈঃশব্দ্য আনতে হবে।

(ঘ) L এর সূত্রটি লক্ষ্য করুন। a এবং s পরিবর্তন করে এমন হতে পারে যে নৈঃশব্দ্য পাওয়া যাচ্ছে না। এর তাৎপর্য এই যে অজ্ঞাত L-এর মানটিকে CRQ এই গুণফলটির থেকে বড় হতে হবে। উপযুক্ত মানের C, R, এবং Q নিতে হবে, তবেই নৈঃশব্দ্য পাওয়া সম্ভব।

লক্ষ্যণীয় যে ব্রিজ প্রশমনের সর্তে ω নেই। ফলে পর্যাবর্তী প্রবাহ ব্যবহার না করে অর্থাৎ দিষ্ট প্রবাহ ব্যবহার করেও প্রশমন পাওয়া যাবে (ক্ষেপক গ্যাল্‌ভানোমিটার। বলা বাহুল্য, সেক্ষেত্রে অপরিহার্য)। পরিমাপের সূক্ষ্মতা অবশ্য কম হবে।

অ্যান্ডারসন্ ব্রিজ ব্যবহারে পরিমাপের ত্রুটি ও মাননির্ণয়ের সূক্ষ্মতা

ব্যবহৃত রোধক কুণ্ডলীর অবাঞ্ছিত স্বাবেশন বা ধারকত্ব স্বল্প হলেও থাকতে পারে। এগুলি L– পরিমাপকে যাতে ত্রুটিপূর্ণ না করে সেজন্য নিম্নলিখিত সতর্কতার প্রয়োজন।

(1) P এবং Q এর অবশিষ্টকগুলি (residuals) নিরসনের উপায় হলো এদের (অর্থাৎ P এবং Q এর) মান সমান রাখা এবং পরস্পর স্থানবিনিময় করে ব্রিজটি দ্বিতীয় বার প্রশমন করা।

(2) 'a' রোধকটির সামান্যতম অবশিষ্টকও পরিমাপে প্রভূত ত্রুটি উৎপন্ন করে। ফলে 'a' র নির্বাচনে স্বাবেশন মুক্ত রোধক অবশ্যই নিতে হবে।

(3) R এবং S এর অবশিষ্টক দুটির বিয়োগফল যথাসম্ভব কম হতে হবে। ফলে R এবং S দুটি একই ধরণের কুণ্ডলী হলে ভাল হয়।

L–এর সংযোজক তারখণ্ড দুটির সঙ্গে সংশ্লিষ্ট স্বাবেশন বা ধারকত্ব অল্প হলেও L' এর পরিমাপকৃত মানের সঙ্গে যুক্ত হয়ে যায়। ফলে এ বিষয়ে সতর্ক দৃষ্টি রাখতে হবে যাতে সংযোজক তার দুটির এক একটি প্রায় এক মিটার বা তারও বেশি দীর্ঘ হয়। পরিমেয় L–এর মান স্বল্প বা মধ্যমমানের হলে এই তার দুটিকে খুব সন্নিহিত ভাবে পরস্পর বিনুনি-বন্ধনে জড়িয়ে স্থাপন করা হয়। বলা বাহুল্য তারগুলিকে পরস্পর-অন্তরিত হতে হবে। L–এর মান উচ্চ হলে সংযোজক তারযুগ্মের স্ব-ধারকত্ব (Self capacitance) এদের স্বাবেশন থেকে বেশি গুরুত্বপূর্ণ হয়; ফলে তখন তার দুটির পারস্পরিক দূরত্ব যথাসাধ্য বেশি করতে হবে। ব্যবহৃত C–ধারকটি বায়ু-ধারক হলেই ভাল। যদি অন্য ডাই-ইলেকট্রিক-যুক্ত ধারক ব্যবহৃত হয় তাহলে এটিকে অনাদর্শ ধারক হিসাবে গণ্য করে তার ক্ষয়রোধ নির্ণয় করে নিয়ে ব্রিজ প্রশমনের সমীকরণে সেটিকে অন্তর্ভুক্ত করতে হবে। এতে সূক্ষ্মতর পরিমাপ করা সম্ভব হবে।

L–পরিমাপে অ্যান্ডারসন্ ব্রিজের উৎকর্ষ কোথায়? যদিও প্রাথমিকভাবে দেখতে গেলে ম্যাক্সওয়েলের L/C ব্রিজের উন্নতির প্রচেষ্টায় এটি উদ্ভাবিত হয়েছিল, L–পরিমাপে অ্যান্ডারসন্ ব্রিজের বহুবিধ সুবিধা ও উৎকর্ষ রয়েছে। (ক) অত্যন্ত স্বল্পমানের স্বাবেশনাংক থেকে অতি সমুচ্চ মানের স্বাবেশনাংক এই ব্রিজের সাহায্যে যথাযথ সূক্ষ্মতার সঙ্গে পরিমাপ করা চলে। এতে বর্তনীসংক্রান্ত জটিলতা অবশ্য তুলনামূলকভাবে অনেক বেশি। (খ) প্রমাণ স্বাবেশক পাওয়া গেলে এই পদ্ধতিতে ধারকের ধারকত্ব পরিমাপ করা চলে—সেখানে অতি উচ্চমানের সূক্ষ্মতা পাওয়া যায়। (গ) নির্দিষ্ট মানের স্বাবেশন কুণ্ডলী প্রস্তুত করার কাজে এই ব্রিজ অপরিহার্য।

L–নির্ণয়ের প্রমাণ ত্রুটির আলোচনা

এখানে C কে প্রমাণ ধারক হিসাবে গণ্য করে কেবল অনিয়ত ত্রুটির (random error) আলোচনা করা হল।

যেহেতু $L = CR\,[Q + a(1 + Q/P)]$ আমরা $Q/P = 1$ ধরে নেবো গণনা সহজতর করার জন্য। ($\frac{P}{Q} \neq 1$ হলে প্রয়োজনীয় সংশোধন খুব কষ্টসাধ্য নয়)। L কে R, a এবং Q এই তিনটি চলরাশির অপেক্ষক বলে গণ্য করা যাবে। প্রকৃতপক্ষে C–এর বিভিন্ন মান নিয়ে পরীক্ষণ করে ধরা যাক আমরা L–এর পাঁচটি মান $L_1, L_2, \ldots L_5$ পেয়েছি এবং তাদের গড় $\bar{L}$, $\bar{L}$ এর প্রমাণ ত্রুটি (Standard error) যদি $\sigma_{\bar{L}}$ হয় তাহলে প্রচলিত সূত্র ব্যবহার করে আমরা $\sigma_{\bar{L}}$ গণনা করতে পারি এবং তারপর L এর মান $\bar{L} \pm \sigma_{\bar{L}}$ এই আকারে প্রকাশ করতে পারি।

তত্ত্বত: দেখা যাক (σ_L/L) এর মান কোন্ কোন্ R, a, এবং Q এর জন্য সবচেয়ে কম হতে পারে। $L = CR(2a+Q)$ লিখে পাই।

$$\frac{1}{L}\frac{\delta L}{\delta R} = \frac{1}{R}, \quad \frac{1}{L}\frac{\delta L}{\delta a} = \frac{1}{a+Q/2}, \quad \frac{1}{L}\frac{\delta L}{\delta Q} = \frac{1}{Q+2a} = \frac{1}{2(a+Q/2)}$$

অতএব $$\left(\frac{\sigma_L}{L}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_a}{a+Q/2}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_Q}{Q+2a}\right)^2$$

সচরাচর দিষ্ট প্রবাহ দ্বারা নির্ণীত R এবং Q এর মানের প্রমাণ ত্রুটি প্রায় একই মানের হয় এবং যথেষ্ট কম করা চলে। অতএব $\sigma_R = \sigma_Q$ লিখে পাই।

$$(\sigma_L/L)^2 = \left[\frac{1}{R^2} + 1\big/(Q+2a)^2\right]\sigma_R^{\,2} + \left(\frac{\sigma_a}{a+Q/2}\right)^2 \quad \text{.... (8g)}$$

σ_a সচরাচর σ_R এর থেকে বেশি হয়ে থাকে। অতএব R এবং $(Q+2a)$ এর মান যথাসাধ্য বাড়াতে হবে যাতে ব্রিজের সুবেদিত্ব বজায় রেখে σ_L/L এর মান ক্ষুদ্রতম করা চলে।

8.4.7 M–পরিমাপের ব্রিজ : ক্যারী ফস্টার প্রবর্তিত ও হেইড্‌ভাইলের্ দ্বারা রূপান্তরীকৃত ব্রিজ

চিত্র 8.9. এ যে ব্রিজ প্রদর্শিত সেটি ক্যারী ফস্টার প্রবর্তিত দিষ্ট প্রবাহ এবং ক্ষেপক গ্যাল্‌ভানোমিটার সহযোগে ব্যবহৃত ব্রিজের প্রবর্ধিত রূপ যেটি পর্যাবৃত্ত প্রবাহ এবং হেড্‌ফোন্ সহযোগে ব্যবহার করেছেন হেইড্‌ভাইলের M–পরিমাপের জন্য। পরবর্তীকালে এটি প্রায়শই ব্যবহৃত হয়েছে C–পরিমাপের জন্যও। বিশেষত পরিক্ষরণশীল (leaky) ধারকের ধারকত্ব ও ক্ষয়াংক (loss factor or loss angle) নির্ণয়ও করা হয়েছে।

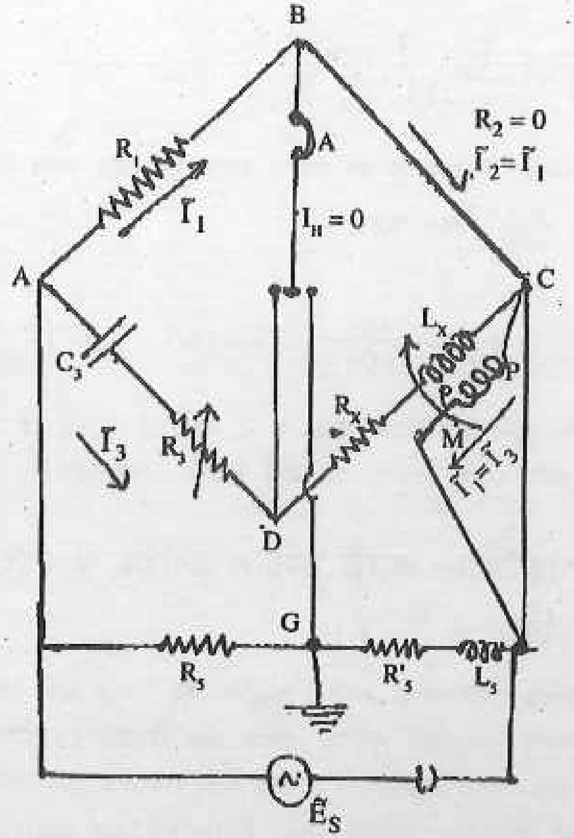
বর্তনীর পরিচয় এই। M হচ্ছে অন্যান্য আবেশক যার গৌণ-কুণ্ডলীর স্বাবেশনাংক L_x; CD শাখার মোট ওহ্মীয় রোধ R_x। প্রয়োজনে R_x এর সঙ্গে শ্রেণীতে L_4 এই অতিরিক্ত স্বাবেশকও যুক্ত করা চলে। C_3 এখানে প্রমাণ ধারক, বায়ু মাধ্যমে। R_3 রোধটি পরিবর্তন করে হেড়্‌ফোনের নি:শব্দ অবস্থায় আসা যায়। হেইড্‌ভাইলের-এর রূপান্তরে $R_2 = 0$। R_5, R'_5 এবং L_5 এই বর্তনীয় ভাগ্নার ক্ষিতি সংযোজন ব্যবস্থা।

হেড্‌ফোন যখন নিঃশব্দ হয়েছে তখন $\tilde{I}_D = 0$ এবং $\tilde{V}_{BC} = \tilde{V}_{CD}$

ফলে $\tilde{I}_1 R_2 = \tilde{I}_3(R_x + j\omega Lx) - (\tilde{I}_1 + \tilde{I}_3)j\omega M$ ($R_2 \neq 0$ ধরা হয়েছে) .... (9)

অর্থাৎ $\tilde{I}_1(R_2 + j\omega M) = \tilde{I}_3(R_x + j\omega Lx - j\omega M)$

আবার $\tilde{V}_{AB} = \tilde{V}_{AD}$ হওয়ায় $\tilde{I}_1 R_1 = \tilde{I}_3\left(R_3 + \dfrac{1}{j\omega C_3}\right)$ ..... (10)



চিত্র 8.9 M-পরিমাপের ব্রিজ্ C_3 = প্রমাণ ধারক

যদি $\dfrac{R_2 + j\omega M}{R_1} = \dfrac{R_x + j\omega(Lx - M)}{R_3 - j/\omega C_3}$ ..... (11)

অর্থাৎ $(R_2 + j\omega M)(R_3 - j/\omega C_3) = R_1 R_x + jR_1\omega(L_x - M)$

উভয় পক্ষের বাস্তব রাশিগুলি সমানীকৃত করে পাই $R_2 R_3 + \dfrac{M}{C_3} = R_1 R_x$ ..... (12a)

এবং কাল্পনিক রাশির সমতা থেকে $-R_2 / \omega C_3 + \omega M R_3 = \omega R_1 (L_x - M)$ .... (12b)

রাশিগুলি সরল করার পর দাঁড়ায়

$$M = C_3 [R_1 R_x - R_2 R_3] \quad \text{........} \quad (13)$$

এবং $L_x = \frac{M}{R_1}(R_1 + R_3) - \frac{R_2}{\omega^2 R_1 C_3} = M\left(1 + \frac{R_3}{R_1}\right) - \frac{R_2}{\omega^2 R_1 C_3}$

এবার যেহেতু $R_2 \cong 0$ লেখা চলে

$$M = C_3 R_1 R_x \quad \text{.....} \quad (13a)$$

$$L_x = M(1 + R_3/R_1) \quad \text{.....} \quad (14a)$$

লক্ষ্যণীয় যে $R_2 = 0$ করায় দ্বিতীয় সর্তটি কম্পাংক নিরপেক্ষ হয়ে পড়েছে। এটা এই ব্রিজের বিশেষ সুবিধে। ব্রিজে প্রেরিত প্রবাহ বিশুদ্ধ সাইন্-ধর্মী না হলেও পর্যাবৃত্ত তরঙ্গের রূপ বিশ্লেষণ করলে যে ফুরিয়ের উপাংশ (Fourier Components) পাওয়া যাবে তারা ব্রিজ প্রশমনে কোনও বাধা সৃষ্টি করবে না। M এর প্রমাণ মান জানা থাকলে এই ব্রিজ ব্যবহার করে C_3' র মান নির্ণয় করা যায়।

8.5 ভাগ্‌নার ক্ষিতি সংযোজন (Wagner earth) কি এবং কেন প্রয়োজনীয়?

Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, এই চারটি অক্ষর দিয়ে যথাক্রমে চারটি বাহুর প্রতিবাধা (impedance) সূচিত করা হলে প্রশমিত অবস্থায় হুইট্স্টোন তড়িজ্জালে

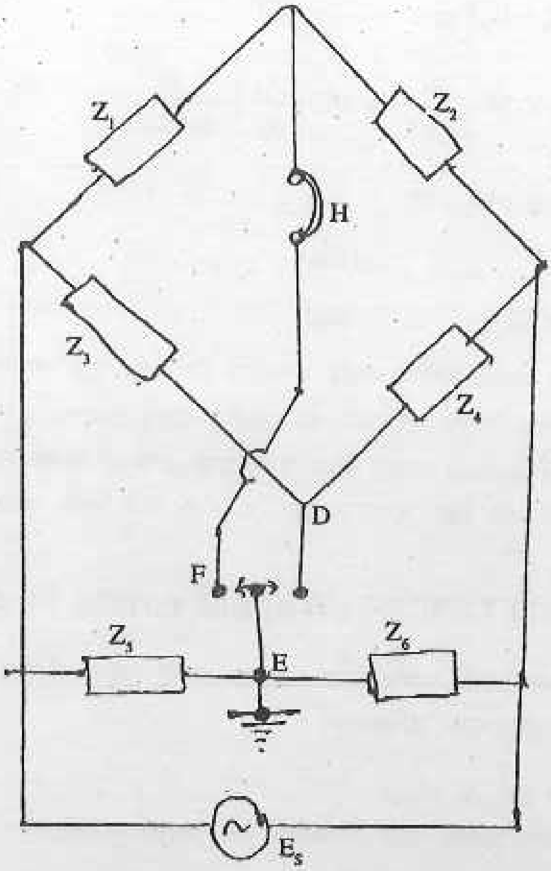
$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3$$

হবে ($I_H = 0$) অর্থাৎ প্রশমন যদি নিরবচ্ছিন্ন হয় তাহলে সর্বদাই

$$\tilde{V}_B = \tilde{V}_D$$

যুগপৎ মান এবং দশাকোণ উভয়পক্ষেই সমান হতে হবে। কিন্তু এ.সি. ব্রিজ ব্যবহার করার সময় ক্ষুদ্রমানের প্রতিরোধ (Reactance) পরিমাপ করতে গিয়ে কিছু ত্রুটি এসে পড়ে এর কারণ এই যে ব্রিজের বিভিন্ন বাহুগুলি ক্ষিতি-সাপেক্ষে উচ্চতর বিভবে সংস্থাপিত থাকার সময় বাহুগুলির ক্ষিতি-সংশ্লিষ্ট ধারকত্ব (earth capacitances) মান বর্তনীর বিভিন্ন অংশে প্রক্ষিপ্ত ধারকত্ব (stray Capacitance) আকারে যুক্ত হয়ে পড়ে। ফলে ব্রিজের বিভিন্ন বাহুতে বিভিন্ন পরিমাণের অবাঞ্ছিত প্রতিবাধা যুক্ত হয়ে যায়। এছাড়া পরীক্ষণকারীর মাথা ও হেড্‌ফোনের অন্তর্বর্তী ধৃতির মান অনুযায়ী (প্রশমিত হওয়া সত্ত্বেও) হেড্‌ফোনে শব্দ সৃষ্টি হতে পারে। এ সব ত্রুটির অপনোদন (elimination) করা হয় ভাগ্‌নার ক্ষিতি সংযোজন (Wagner earthing) করে।

মূল উদ্দেশ্য B এবং D বিন্দু দুটিকে গড়ে ক্ষিতিবিভবে স্থাপন করা। Z_1, Z_2 এই প্রতিবাধা দুটির অবিকল নকল করে Z_5, Z_6 এই দুটি অতিরিক্ত প্রতিবাধা বর্তনীতে যুক্ত করা হয় (চিত্র 8.10 দ্র) এবং এ দুটির



চিত্র 8.10 ব্রিজ্বর্তনীর সাথে ভাগ্নার (Wagner) ক্ষিতিসংযোজন

সংযোগবিন্দু E তে যুক্ত করা হয়। এবার হেড্‌ফোনে নৈঃশব্দ্য পরীক্ষা করতে হবে Z_3, Z_4 যথাযথ পরিবর্তন করে। প্রথমে D এবং E যুক্ত করে শব্দ প্রাবল্যের অবম মান স্থির করে নিন। এবার F এবং E যুক্ত করুন এবং Z_5, Z_6 পরিবর্তন করে শব্দের অবম মানে নিয়ে আসুন। এবার B বিন্দুটি ক্ষিতিবিভবে সংস্থাপিত হলো। আবার হেড্‌ফোন্ D তে যুক্ত করুন এবং যথাযথ প্রতিবাধা সমন্বয়িত করে (অর্থাৎ Z_3, Z_4 সমন্বয়িত করে) নৈঃশব্দ্য উৎপন্ন করুন। এবার D বিন্দুটি ক্ষিতি বিভবে সংস্থাপিত হলো। প্রয়োজন হলে ক্রমান্বয়ে F বিন্দুটি একবার E তে এবং একবার D তে সংযুক্ত করে যথাযথ প্রতিবাধা পরিবর্তন করে দুক্ষেত্রেই নৈঃশব্দ্য নিয়ে আসতে হবে।

8.6 সাধারণীকৃত হুইট্‌স্টোন ব্রিজ বর্তনীর বিশ্লেষণ : ম্যাক্সওয়েলের বৃত্তীয় প্রবাহের পদ্ধতি

এর আগে আমরা বেশ কয়েকটি ব্রিজবর্তনীর আলোচনা করেছি; সেখানে ব্রিজের প্রশমন বলতে অবেক্ষকের শূন্যমান প্রবাহ বোঝান হয়েছে। যে কোন উপায়ে ব্রিজের অবেক্ষক দিয়ে কোনও রকমে শূন্যমান প্রবাহ স্থাপন করতে পারলে ব্রিজবর্তনীতে সংযুক্ত তড়িতীয় রাশিগুলির যথাযথ মান নির্ণয় হয়ে থাকে।

চিত্র 8.4 এ Z_k ($k = 1, 2, 3, 4$) হচ্ছে k-তম বাহুর প্রতিবাধক। এগুলি কি ধরণের হতে পারে তা সংক্ষেপে আলোচনা করা যাক।

বর্তনীর প্রতিটি বাহুতে পৃথকভাবে R, L এবং C বর্তনী খণ্ডগুলিকে সংযুক্ত করা হয় নগণ্য রোধযুক্ত ধাতব তার দিয়ে। পর্যাবৃত্ত প্রবাহ সঞ্চালিত হওয়ায় দুটি পৃথক বাহুর তড়িৎপ্রবাহের জন্য যে পারস্পরিক আবেশন (mutual inductance) সৃষ্টি হবে তার পরিমাপ, k-তম বাহুতে, ধরা যাক, M_k। সংযোজক তারগুলির নিজস্ব রোধ, স্বাবেশনাংক প্রভৃতি অত্যন্ত নগণ্য হয়ে থাকে। এটা সংযোজকে তারগুলিতে প্রবাহ চলার সময় এদের অংশবিশেষে বিভিন্ন মাত্রার বিভব সন্নিবেশ ঘটে থাকে ফলে এজন্য যে প্রক্ষিপ্ত তড়িৎধারকত্ব (stray capacitances) উদ্ভূত হবে তার মান সাধারণভাবে প্রায়ই স্বল্পমানের হয় বটে কিন্তু এজন্য যে ধারকীয় প্রতিঘাত (Capacitive Reactance) তা $X_c = 1/\omega C$ হওয়ায়, ω' র মানের উপর নির্ভর করবে।

k-তম বাহুর রোধ ধরা যাক AB বাহুতে (বাহুসংখ্যা 1) স্থাপিত বিভিন্ন বর্তনীখণ্ডের রোধ প্রভৃতি আমরা লক্ষ্য করছি। R_1 বলতে আমরা এই 1-বাহুর মোট ওহ্‌মীয় রোধ বুঝবো। **K-তম বাহুর স্বাবেশাংক** L_1 হচ্ছে 1-বাহুর মোট স্বাবেশনাংক

$\therefore R_1 = R_1'$ (রোধকের ওহ্‌মীয় রোধ) + স্বাবেশক L_1 এর পারিবাহী তারের ওহ্‌মীয় রোধ $(R_1)_{L_1}$ + সংযোজক তারের ওহ্‌মীয় রোধ $(R_1)_\omega$

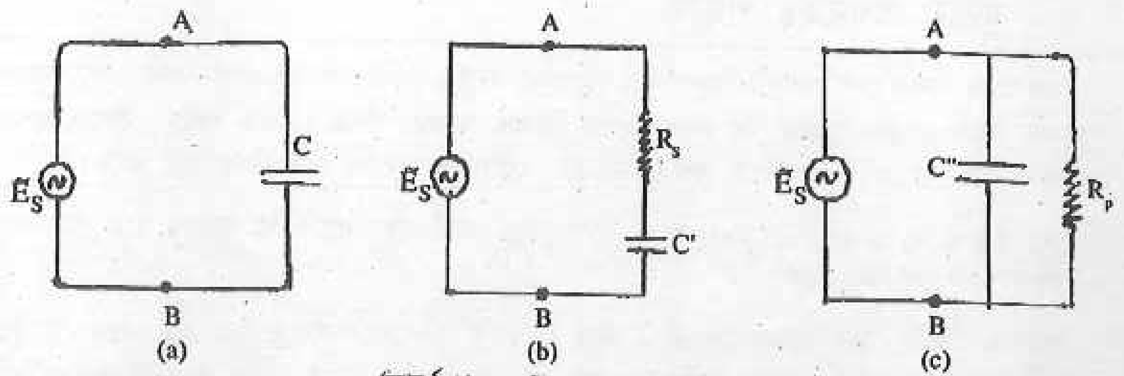
$= R_1' + \Delta R_1$ ধরা যাক। সাধারণত $\Delta R_1 << R_1'$ হয়ে থাকে। কিন্তু অতি সূক্ষ্ম পরিমাপের ক্ষেত্রে ΔR_1কেও পরিমাপ করতে হয়। অনুরূপে R_2, R_3, R_4।

এবং $L_1 = L_1'$ (স্বাবেশকের স্বাবেশনাংক) $+ (L_1)_R$ (রোধকের জড়ানো তারের স্বাবেশনাংক) $+ (L_1')_\omega$ (সংযোজক তারের স্বাবেশনাংক)

$= L_1' + \Delta L_1$ ধরা যাক। অনুরূপে L_2, L_3, L_4

K-তম বাহুর ধারকত্ব 1-বাহুতে যে ধারক সংযুক্ত হয়েছে তার ধারকত্বের আদর্শমান (ideal value) এটির জ্যামিতিক আকার, পরিবাহীখণ্ড দুটির দূরত্ব এবং আভ্যন্তরীণ ডাই-ইলেকট্রিকের ধ্রুবাংক ϵ এর উপর নির্ভর করে। বাস্তবে ব্যবহৃত ধারকের ক্ষেত্রে সচরাচর দেখা যায় যে পর্যাবৃত্ত প্রবাহ চলাকালে ডাই-ইলেকট্রিক বস্তুতে কিছুটা জুলতাপ উৎপন্ন হয়। আদর্শ ডাই-ইলেকট্রিক হলে ধারকের প্রবাহ এর প্রান্তিক বিভব প্রভেদের চেয়ে

90° অগ্রগামী হতো, কেননা এক্ষেত্রে কোনও শক্তি ক্ষরণ হতো না। বাস্তবে ব্যবহৃত ধারকে সামান্য হলেও ডাই-ইলেকট্রিকে শক্তি ক্ষরণ হয়ে থাকে। এই ক্ষরণ বোঝানোর জন্য C-ধারকত্বের পরিবর্তে একটি আদর্শ



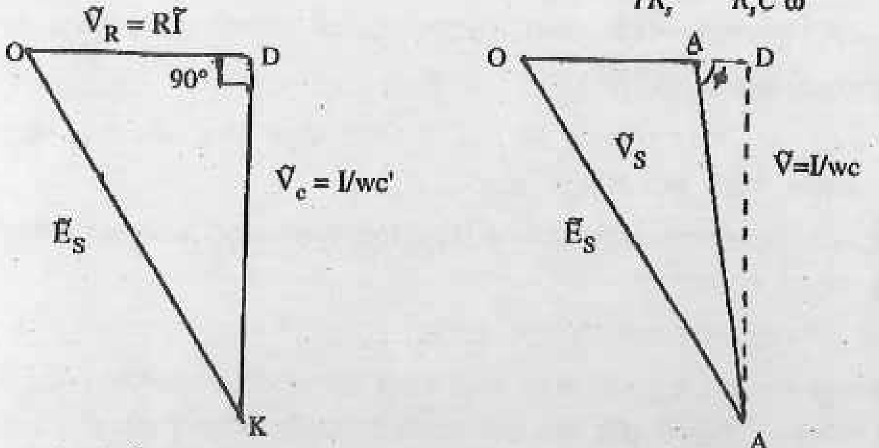
(অনাদর্শ ধারক C) (আদর্শ ধারক C' এবং রোধ R_s) (আদর্শ ধারক C'' এবং রোধ R_p)

চিত্র 8.11 অনাদর্শ (imperfect) ধারকের সমার্থক বর্তনী

ধারকত্ব C' এবং শ্রেণীতে সংযুক্ত রোধ R_s কল্পনা করা হয়। (চিত্র 8.11b)। A,B বিন্দু দুটিতে $\tilde{E}_s$ উৎস যোগ করার ফলে C-তে যে প্রবাহ হবে তা কার্যত $R_s–C'$ এর প্রবাহের সমান হবে। অর্থাৎ $R_s–C'$ হচ্ছে C' র সমার্থক (equivalent) এবং প্রতিবাধক Z হবে $Z_s=R_s+j/\omega C'$. এবং প্রবাহ $\tilde{I} = \dfrac{\tilde{E}_s}{Z_s} = \dfrac{\tilde{E}_s}{R_s + j/\omega C'}$

..... (15)

ভেক্টর চিত্র 8.12 অনুযায়ী প্রবাহের দশাকোণ হবে $\phi : \tan\phi = \dfrac{\tilde{I}/\omega c'}{\tilde{I}R_s} = \dfrac{1}{R_s C'\omega}$



(a) আদর্শ ধারক C' (a) অনাদর্শ ধারক C

চিত্র 8.12 ধারকের প্রান্তিক বিভবপ্রভেদের ভেক্টর চিত্র

ধারকত্বের পরিমাপে, অতএব, C' এবং R_s উভয়েরই পরিমাপ প্রয়োজন। ϕ-কে বলে দশা-ত্রুটি (phase defect)। আদর্শ ধারকের শ্রেণীতে R_s রোধ না ভেবে এর সমান্তরালে R_p-রোধও কল্পনা করা চলে (চিত্র 8.11c) সেক্ষেত্রে আদর্শ ধারকত্ব C'' এবং রোধ R_p : ফলে $Z_p = R_p(j/\omega c'')/(R_p+j/\omega c'')$

নিম্নের চিত্রে আমরা সমান্তরালে যুক্ত সমুচ্চ রোধ R_p কল্পনা করছি, ফলে 1-বাহুতে,

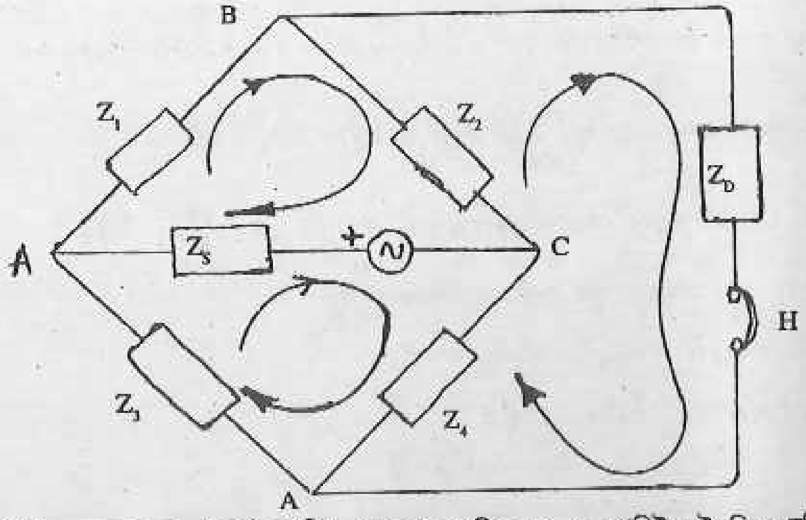
$$(Z_1)_C = \frac{1}{\frac{1}{R_p}+\frac{1}{1/j\omega c_1}} = \frac{1}{\frac{1}{R_p}+j\omega C_1}$$ অনুরূপে Z_2, Z_3, Z_4.

K-তম বাহুর অন্যোন্য আবেশাংক $M_1 =$ ব্রিজের 1-বাহুতে সক্রিয় যে পারস্পরিক আবেশনাংক তার স্তূপীকৃত মান (lumped value); এটি মূলত 2, 3, 4 বাহু তিনটিতে সংযুক্ত বিভিন্ন তারকুণ্ডলীর এবং বিভিন্ন সংযোজক তারের জন্য উদ্ভূত। 1-বাহুতে সংযুক্ত স্বাবেশকের বিশুদ্ধ স্বাবেশন অংশের সঙ্গে M_1-এর এই মানটি স্তূপীকৃত হয়ে যুক্ত হয়ে যায়। ফলে 1 বাহুর জন্য

$$j.X_1 = j\left[\left(X_L\right)_1 + \left(X_M\right)_1\right] = j\omega\left(L_1 + M_1\right)$$

Z_1 এর তাৎপর্য এই দাঁড়াল যে

$$Z_1 = R_1 + j\omega\left(L_1 + M_1\right) + \frac{1}{\frac{1}{R_p}+j\omega C_1} \qquad \text{..... (17)}$$



চিত্র 8.13 ব্রিজবর্তনীতে ম্যাক্সওয়েল প্রবর্তিত বৃত্তীয় প্রবাহের পথতি; সব প্রবাহগুলিই এই চিত্রে দক্ষিণাবর্তী (Clockwise) হিসাবে কল্পিত।

অনুরূপে Z_2, Z_3 এবং Z_4 এর সাধারণীকৃত রূপ সহজেই প্রকাশিত হবে।

তাহলে Z_k এর তাৎপর্য হলো

যেখানে k	R_k	$L_k + M_k$	C_k
$k = 1, 2, 3, 4$	R_2	L_2+M_2	C_2

চিত্র 8.13 এ প্রদর্শিত তড়িৎ উৎসের ত. চা. ব. (পর্যাবৃত্ত) $\tilde{E}_s$ যার আভ্যন্তরীণ প্রতিবাধক Z_s; Z_D হচ্ছে অবেক্ষক H এর সংশ্লিষ্ট প্রতিবাধক।

সাধারণীকৃত হুইটস্টোন ব্রিজের বিভিন্ন বাহুতে কি কি প্রবাহ সঞ্চালিত হচ্ছে সেটা স্থির করার জন্য আমরা ম্যাক্সওয়েল্-প্রবর্তিত বৃত্তীয় প্রবাহের (mesh current) পদ্ধতি অনুসরণ করবো। বিকল্প পদ্ধতি পরে প্রবর্তন করেছিলেন কার্শহোফ্ (Kirchhoff) যা কার্শহোফ্ সূত্র বলে আপনারা জেনে এসেছেন। ম্যাক্সওয়েলকে অনুসরণ করে ধরা যাক্

$\tilde{I}_s \Rightarrow$ তড়িৎ প্রবাহের উৎস থেকে ব্রিজে যে প্রবাহ ACDA পথে সঞ্চলিত

$\tilde{I}_1 \Rightarrow$ 1– বাহুতে প্রবাহিত হয়ে ABCA পথে যে প্রবাহ সঞ্চালিত হচ্ছে

$\tilde{I}_H \Rightarrow$ অবেক্ষকে সঞ্চালিত প্রবাহ যা CBDC পথে সঞ্চালিত।

লক্ষ্য করুন যে চিত্রে কল্পিত সব প্রবাহগুলিই দক্ষিণাবর্তী (Clockwise) এবং অনুরূপ বৃত্তীয় তীরচিহ্ন দিয়ে দেখানো হয়েছে। (বামাবর্তী প্রবাহ ও কল্পনা করা যাবে কিন্তু সেক্ষেত্রে সবগুলিই বামাবর্তী ধরতে হবে, এটাই ম্যাক্সওয়েল পদ্ধতির বৈশিষ্ট্য)।

ABCA আবদ্ধ পথ পরিক্রমার ফলে $Z_1\tilde{I}_1 + Z_2\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_H\right) + Z_s\left(\tilde{I}_1 - \tilde{I}_s\right) = -\tilde{E}_s$ .... (18a)

ACDA-পথের জন্য $Z_s\left(\tilde{I}_s - \tilde{I}_1\right) + Z_4\left(\tilde{I}_s - \tilde{I}_H\right) + Z_3 I_s = +\tilde{E}_s$ .... (18b)

অনুরূপে CBDB পথের ক্ষেত্রে $Z_2\left(\tilde{I}_H - \tilde{I}_1\right) + Z_D.\tilde{I}_H + Z_4\left(\tilde{I}_H - \tilde{I}_s\right) = 0$ .... (18c)

(A), (B), (C) সমীকরণগুলি সাজিয়ে লিখলে পাই।

$$(Z_1 + Z_2 + Z_s)\tilde{I}_1 \quad -Z_s\tilde{I}_s \quad -Z_2\tilde{I}_H = -\tilde{E}_s$$
$$-Z_s\tilde{I}_1 + (Z_s + Z_4 + Z_3)\tilde{I}_s \quad -Z_4\tilde{I}_H = +\tilde{E}_s$$
$$-Z_2\tilde{I}_1 \qquad -Z_4\tilde{I}_s + (Z_2 + Z_4 + Z_D)\tilde{I}_H = 0$$

উপরের সমীকরণ তিনটিতে $\tilde{I}_1, \tilde{I}_s$ এবং $\tilde{I}_H$ অজ্ঞাত; অক্ষরসূচিত বাকী সব রাশিই জ্ঞাত। ফলে সমাধান করে পাই

$$\tilde{I}_H = \frac{\Delta H}{\Delta} \text{ যেখানে } \Delta = \begin{vmatrix} Z_1+Z_2+Z_3 & -Z_s & -Z_2 \\ -Z_s & Z_s+Z_4+Z_3 & -Z_4 \\ -Z_2 & -Z_4 & Z_4+Z_2+Z_D \end{vmatrix} \quad .... \quad (19)$$

$$\text{এবং } \Delta_H = \begin{vmatrix} Z_1+Z_2+Z_s & -Z_s & -\tilde{E}_s \\ -Z_s & Z_s+Z_4+Z_3 & +\tilde{E}_s \\ -Z_2 & -Z_4 & 0 \end{vmatrix} = (Z_1Z_4 - Z_2Z_3)\tilde{E}_s \quad ...... \quad (20)$$

$$\text{অতএব } \tilde{I}_H = \frac{E_s(Z_1Z_4 - Z_2Z_3)}{\Delta}$$

[লক্ষ্য করুন যে Δ এই ডিটার্মিন্যান্ট্‌টির কর্ণাশ্রয়ী অংশগুলি (diagonal elements) যথাক্রমে $ABCA$, $ACDA$ এবং $CBDB$ মেশ্‌-এর প্রতিবাধকগুলির যোগফল। কর্ণবহির্ভূত (off-diagonal) অংশগুলি প্রধান কর্ণ সাপেক্ষে প্রতিসম অর্থাৎ $-Z_s \to -Z_s$, $-Z_2 \to -Z_2$, $-Z_4 \to -Z_4$ ধরা যাক তৃতীয় বাহুর প্রতিবাধক যখন Z'_3 তখন $\tilde{I}_s = 0$; এই অবস্থায় $Z_1Z_4 = Z_2Z'_3$। ব্রিজটি যখন অপ্রশমিত তখন ধরা যাক $Z_3 = Z'_3 + Z$ অর্থাৎ Z হচ্ছে অপ্রশমিত ব্রিজের তৃতীয় বাহুতে স্থাপিত অতিরিক্ত প্রতিবাধক। তাহলে অপ্রশমিত ব্রিজের প্রবাহ হবে

$$\tilde{I}_H = -\frac{\tilde{E}_s Z_2 Z}{\Delta} = -\tilde{E}_s Z_2 \left(\frac{Z}{a+bz}\right) \quad .... \quad (22)$$

Δ কে $a + bZ$ এইভাবে লেখা চলে, যেখানে 'a' এবং 'b' তে কোনও Z নেই অর্থাৎ Δ হচ্ছে Z এর রৈখিক অপেক্ষক (linear function)।

ব্রিজবর্তনী বিশ্লেষণের সারাংশ

যেহেতু $\tilde{I}_H$ সংবেদী যন্ত্রের প্রবাহ সূচিত করে, অপ্রশমিত অবস্থায় $\tilde{I}_H \neq 0$ এবং

$$\tilde{I}_H = \frac{\Delta H}{\Delta} = -\frac{\tilde{E}_s Z_2 Z}{a+bZ} = -\frac{\tilde{E}_s Z_2}{a}\left(\frac{Z}{1+kZ}\right), \; k = b/a \quad .... \quad (23)$$

$$\text{এক্ষেত্রে } Z = Z_3 - Z_3' = Z_3 - \frac{Z_1Z_4}{Z_2}, \; Z = 0 \text{ হলে } \tilde{I}_H = 0 \quad ..... \quad (24)$$

$$a = Z_2\left[Z_s + Z_4 + Z_3' + Z_s\frac{Z_4}{Z_2}\right]\left[Z_H + Z_3' + Z_1 + Z_H\frac{Z_3'}{Z_4}\right](ohm)^3 \quad ...... \quad (25)$$

$$bZ = Z\left[(Z_3+Z_1).(Z_2+Z_4+Z_H)+Z_2(Z_4+Z_D)\right] \ (ohm)^3 \quad ..... \quad (26)$$

ব্রিজের সুবেদিত্ব এবং পরিমাপের নির্ভুলতা (accuracy)

ব্রিজের k–বাহুতে যে প্রতিবাধক Z_k রয়েছে তার নির্দিষ্ট পরিমাণ পরিবর্তন ΔZ_k করা হলে অবেক্ষকের প্রবাহের পরিবর্তন $\Delta \tilde{I}_H$ সংঘটিত হয়; অর্থাৎ $Z_k \rightarrow Z_k + \Delta Z_k$ করা হলে $\tilde{I}_H \rightarrow \tilde{I}_H + \Delta \tilde{I}_H$: ব্রিজের সুবেদিত্ব-জ্ঞাপক সংখ্যা হচ্ছে।

$$S_I = \frac{\Delta \tilde{I}_H}{\Delta Z_k}$$

সচরাচর প্রশমিত ব্রিজের $(I_H = 0)$ সন্নিকটেই S_1 এর মান বিবেচিত হয়। ফলে তৃতীয় বাহুর পরিবর্তন বিবেচনা করলে যেহেতু $I_H = f(Z_3)$, ব্রিজের প্রবাহ-সংবেদিত্ব S_1 এর সংজ্ঞা এই :

$$S_I = \left(\frac{d\tilde{I}_H}{dZ_3}\right)_{I_H=0} \quad \text{ব্রিজের প্রবাহ সুবেদিত্ব} \quad .... \quad (27)$$

অনুরূপে $$S_V = \left(\frac{d\tilde{V}_H}{dZ_3}\right)_{I_H=0} \quad \text{ব্রিজের বিভব-সুবেদিত্ব} \quad .... \quad (28)$$

উপরের সূত্রগুলিতে অবশ্যই লক্ষ্যনীয় যে $\tilde{I}_H$ ব $\tilde{V}_D$ হচ্ছে দশামান-যুক্ত রাশি (Phasor) এবং Z হচ্ছে জটিল রাশি যাকে $R + jX$ রূপে লেখা চলে।

লক্ষণীয় : অবেক্ষকের সুবেদিত্ব (detector sensitivity) ব্রিজ-সুবেদিত্বের অংশ নয় কিন্তু অবেক্ষকের সুবেদিত্ব S_H নির্ধারণ করে দেয় $\Delta \tilde{I}_H$ এর কত কম মান, ধরা যাক $(\Delta \tilde{H}_H)_{min}$, আমরা পর্যবেক্ষণ করতে পারবো। S_H নির্ধারণ করে দেবে কতটা নির্ভুলতার (accuracy) সঙ্গে আমরা প্রশমন কাজটি সম্পন্ন করতে পারবো। অতএব ব্রিজ বাহুর Z এর পরিবর্তন যেন এমন হয় যে $(\Delta I_H)_{min}$ এর চেয়ে ΔI_H বেশি হয়। ব্যবহৃত প্রবাহের তরঙ্গরূপের (wave form) উপর S_1 বা S_V নির্ভর করে না। প্রবাহ সাইন্‌ধর্মী বা বর্গাকার তরঙ্গ হতে পারে কিংবা যে কোনও পৌনঃপুনিক তরঙ্গ হতে পারে। ব্রিজের নির্ভুলতার সূচক হচ্ছেঃ $1/[(\Delta Z_3)_{min}/Z_3]$ .... (29)

যেখানে $(\Delta Z)_{min}$ হচ্ছে Z_3' র সবচেয়ে কম পরিবর্তন যা করা হলেও অবেক্ষকে প্রদর্শনযোগ্য প্রবাহ ঘটে থাকে।

তড়িৎপ্রবাহর উৎস এবং অবেক্ষকের স্থান বিনিময় : ম্যাক্সওয়েলের নিয়ম

অবেক্ষকের প্রবাহ $\tilde{I}_H = 0$ হলে ব্রিজটি প্রশমিত হয়েছে বলা হয়। তখন $Z_1Z_4 = Z_2Z_3 = Z_2Z_3'$ ধরা

যাক। এক্ষেত্রে উৎস $\tilde{E}_s$ অবেক্ষক H এর পারস্পরিক স্থানবিনিময় করা হলে উপরের সর্তের কোনও পরিবর্তন হবে না। এখানে যদি প্রথমে AC কর্ণে $\tilde{E}_s$ এবং BD কর্ণে H বসানো হয় তাহলে স্থানবিনিময় করার পর AC কর্ণে H এবং BD কর্ণে $\tilde{E}_s$ সংযুক্ত করা হবে (চিত্র 8.13 দ্র:)। ব্রিজের সুবেদিত্ব কিন্তু পরিবর্তিত হবে অর্থাৎ

$$S_I = \left(\frac{dI_H}{dZ_3}\right)_{I_H=0}$$ এই সংখ্যাটি পরিবর্তিত হবে।

কিভাবে তা হয় দেখা যাক্।

Δ এই ডিটার্মিন্যান্টে Z_H' র পরিবর্তে Z_s এবং Z_s র পরিবর্তে Z_H লিখলে Δ′ পাওয়া যাবে, যেখানে [সমীকরণ (19) দ্র:)]

$$\Delta' = \begin{vmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_H & -Z_H & -Z_2 \\ -Z_H & Z_H + Z_4 + Z_3 & -Z_4 \\ -Z_2 & -Z_4 & Z_4 + Z_2 + Z_s \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots \quad (30)$$

যেহেতু $$\tilde{I}_H = \frac{\tilde{E}_s(Z_1Z_4 - Z_2Z_3)}{\Delta}$$ কাজেই $$\tilde{I}_H{}' = \frac{\tilde{E}_s(Z_1Z_4 - Z_2Z_3)}{\Delta'} \quad \ldots\ldots \quad (31)$$

$$\therefore\ \tilde{I}_H - \tilde{I}'_H = \underline{\tilde{E}_s}(Z_1Z_4 - Z_2Z_3)\left(\frac{1}{\Delta} - \frac{1}{\Delta'}\right)$$

$$= \frac{\tilde{E}_s(Z_1Z_4 - Z_2Z_3)}{\Delta\Delta'}(Z_H - Z_s)(Z_1 - Z_4)(Z_2 - Z_3) \quad \ldots\ldots \quad (32)$$

(I) যদি $Z_H > Z_s$, $|Z_1| > |Z_4|$ এবং $|Z_2| > |Z_3|$ হয়

(কিংবা $|Z_1| < |Z_4|$ এবং $|Z_2| < |Z_3|$)

তাহলে উপরের সূত্র অনুসারে $\tilde{I}_H - \tilde{I}'_H > 0$

(II) যদি $Z_H < Z_s$, $|Z_1| > |Z_4|$ কিন্তু $|Z_2| < |Z_3|$ হয়

তাহলেও $\tilde{I}_H - \tilde{I}'_H > 0$

অর্থাৎ এই উভয়ক্ষেত্রেই $\tilde{I}_H > \tilde{I}_H'$

কাজেই প্রতিবাধকগুলির মান যদি এমন হয় যে $|Z_H|$ এবং $|Z_s|$ এর মধ্যে যেটি বৃহত্তর সেটি বৃহত্তর দুই প্রতিবাধকের সন্ধিবিন্দুর সঙ্গে ক্ষুদ্রতর দুই প্রতিবাধকের সন্ধিবিন্দুকে যুক্ত করবে। প্রতিবাধকগুলির সাপেক্ষে উৎস এবং অবেক্ষকের এই সজ্জাটিতে অবেক্ষকের প্রবাহ বেশি হবে। এটিই, অতএব সর্বাধিক কাম্য। এটিই ম্যাক্সওয়েলের নিয়ম।

অতএব যদি (1) $Z_H > Z_s$ (2) $|Z_1|<|Z_4|$ এবং $|Z_2|<|Z_3|$ হয় তাহলে অবেক্ষক যুক্ত হবে B এবং D' র সঙ্গে এবং $\bar{E}_s$.A এবং C–তে। $|Z_1|>|Z_4|$ এবং $|Z_2|>|Z_3|$ হলেও একই নিয়ম। (চিত্র 8.13 দ্র:)

8.6.7 অনুশীলনী

1. চিত্র 8.4 এ প্রদর্শিত এ. সি. ব্রিজে অবিক্ষেপ অবস্থায় বিভিন্ন বাহুগুলির প্রতিবাধার মান এরকম দেখা গেল : AB বাহুতে $R_1 = 450\Omega$; BC বাহুতে $R_2 = 300\Omega$-এর সাথে শ্রেণীতে $C_2 = 0.265\mu F$; CD বাহুতে প্রতিবাধা অজ্ঞাত; বাহু DA তে $R_3 = 200\Omega$ এবং শ্রেণীতে $L_3 = 15.9\ mH$; স্পন্দকের কম্পাংক $1kHz$ হলে CD বাহুর প্রতিবাধা নির্ণয় করুন।

[উ: $Z_4 = j150\Omega$; j' র তাৎপর্য কি?]

2. 1 kHz কম্পাংকে একটি ব্রিজ প্রশমিত হওয়ায় দেখা গেল যে $C_1 = 0.2\mu F$; $R_2 = 5K\Omega$; $Z_4 = ?$ Z_3 তে আছে $R_3 = 300\Omega$ যার সমান্তরালে $C_3 = 0.1\mu F$; Z_4 বাহুতে R_4 এর সঙ্গে শ্রেণীতে L_4 যুক্ত রয়েছে। $|R_4, L_4 = ?$ [উ: $R_4 = 34.3\Omega$; $L_4 = 29\ mH$; Z_4 কত?]

3. চিত্র 8.4 দেখুন। $C_1 = 0.2\mu F$; $R_2 = 500\Omega$; $R_4 = 50\Omega$ যার শ্রেণীতে $L_4 = 0.1H$. তৃতীয় বাহুতে $C_3 = 0.4\mu F$ যার সঙ্গে শ্রেণীতে R_3 একটি পরিবর্তনীয় রোধ। $\omega = 5000\ rex/s$ ব্রিজ প্রশমিত করতে $R_3 = ?$ [উ: $R_3 = 1k\Omega$]

4. ধারকত্ব তুলনার ব্রিজে ধারকীয় প্রতিবাধা $2kHz$ কম্পাংকে নির্ণয় করতে হবে। ব্রিজের বাহুগুলিতে আছে। $C_2 = 100\mu F$, $R_1 = 10k\Omega$, $P_2 = 50\Omega$, $R_3 = 100k\Omega$; অজ্ঞাত প্রতিবাধা কত? [সমাধানের সংকেত : $R_x = R_2R_3/R_1 = ... = 500\ K\Omega$ $C_x = R_1C_3/R_2 = ... = 20\mu F$ এবার $Z_x = R_x + 1/j\omega C_x$ .....]

5. একটি ম্যাক্সওয়েল্ ব্রিজ প্রশমন করার সময় $C_1 = .01\mu F$, $R_1 = 470K\Omega$

$R_2 = 5.1K\Omega$ $R_3 = 100K\Omega$; অজ্ঞাত প্রতিঘাত কত?

[সমাধানের সংকেত; $R_x = R_2R_3/R_1 = 1.09k\Omega$; $\omega_x = 1KHz \times 2\pi$ ধরুন।

$L_x = R_2 R_3 C_1$; $Z_x = \sqrt{R_x^2 + (\omega L_x)^2}$]

6. শেরিং ব্রিজ ব্যবহার করে প্রশমনকালে যে মান পাওয়া গেল তা এই : $C_1 = 0.5\mu F \parallel R_1 = 1K\Omega$; $R_2 = 2k\Omega$; $C_3 = 0.5\mu F$; চতুর্থ বাহুতে R_x, C_x শ্রেণীতে যুক্ত। কম্পাংক $1kHz$; R_x, C_xএর মান কত? ক্ষয়াংক $D = \omega C_x R_x = ?$ [উ: $R_x = 2k\Omega$; $C_x = 0.25\mu F$; $D = 3.1kz$]

7. একটি ভিন্‌ব্রিজে $R_1 = 3.1k\Omega$; $4 = 5.2\mu F$; $R_2 = 25k\Omega$

$f = 2.5kHz$ $R_4 = 100k\Omega$

[উ: $R_3 = 12.4k\Omega$, $C_3 = 20.3pF$]

8. 8e এবং 8f সমীকরণ দুটির যাথার্থ প্রতিপাদন করুন।

9. সমীকরণ 23, 25 এবং 26 উপপাদন (derivation) করুন।

10. সমীকরণ 32'র যাথার্থ প্রমাণ করুন।

8.8 প্রশ্নাবলি

1. একটি স্বাবেশকের স্বাবেশনাংক L নির্ভর করে এটির (ক) জ্যামিতিক আকার (খ) পাকসংখ্যার বর্গ (গ) মাধ্যমের μ (ঘ) প্রবাহের উপর (ঙ) দৈর্ঘ এবং প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফলের উপর (চ) dI/dt র উপর। (হ্যাঁ/না লিখুন। সূত্র লিখে বোঝান)

2. ধারকের ধারকত্ব পরিমাপে কেন পর্যাবৃত্ত প্রবাহ ব্যবহৃত হয়? ধারকের ডি. সি. এবং এ. সি. পদ্ধতিতে মাপা ধারকত্ব সমান হয় কী?

3. দুই কুণ্ডলীর অন্যোন্য আবেশনাঙ্ক কী কী রাশির উপর নির্ভর করে? কুণ্ডলী প্রস্তুত করার জন্য অন্তরক ফর্মার (former) একান্তই প্রয়োজনীয় কি?

4. রোধকের ত্বক্-ক্রিয়া (Skin effect) কেন হয়? সংক্ষেপে বোঝান।

5. প্রক্ষিপ্ত ধৃতি (stray Capacitance) কী? কিভাবে এগুলির নিরসন করা হয়?

6. সংযোজক তারের স্বাবেশনাংক কম হলেও কিছুটা থাকেই। কিভাবে একটা অপনোদন করা যায়?

7. রোধকের তার জড়ানো কিভাবে করা হলে এটি স্বাবেশন-বর্জিত হয়? কারণসহ লিখতে হবে।

8. অ্যান্ডারসন্ ব্রিজের সাহায্যে L-এর মান কিভাবে স্থির করা যায় লিখুন। সম্ভাব্য ত্রুটি এবং এই ব্রিজের উৎকর্ষ আলোচনা করুন।

9. ম্যাক্সওয়েলের নীতি কিভাবে এসি ব্রিজে প্রয়োগ করা হয় লিখুন।

10. ব্রিজের সুবেদিত্ব বলতে কী বোঝায়? এটা কি অবেক্ষকের সুবেদিত্বের উপর নির্ভরশীল? আলোচনা করুন।

11. ব্রিজ্ প্রশমন করার সময় হেড্‌ফোনে নৈঃশব্দ্য পাওয়ার প্রচেষ্টায় অন্তরায় কী কী? এর প্রতিকার কিভাবে হয়?

12. ডি. সি. প্রশমন এবং এ.সি. প্রশমন এদের মূল পার্থক্য কোথায়, বুঝিয়ে লিখুন।

13. M-পরিমাপে ডি. সি. পদ্ধতিও রয়েছে। কখন সেটি প্রযোজ্য হয়?

14. যে কটি ব্রিজ আলোচিত হয়েছে তাদের কোন্‌গুলির প্রশমনের সর্তে ω-রয়েছে দেখান।

15. একটি প্রমাণ ধারক ও একটি প্রমাণ স্বাবেশক দেওয়া হলে আপনি কোন্‌টি বেশি ব্যবহার করবেন এবং কেন করবেন।

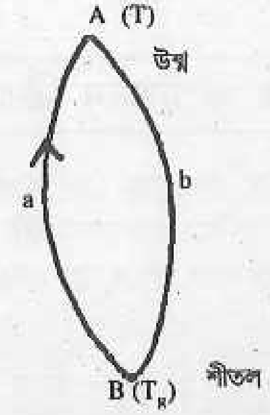
[উপরের প্রশ্নগুলির উত্তর কঠিন নয়। আলোচিত অংশে অনেক জায়গায়ই এদের উত্তর লেখা আছে। খুঁজে নিন।]

একক 9 ❑ তাপ-তড়িৎ ক্রিয়া

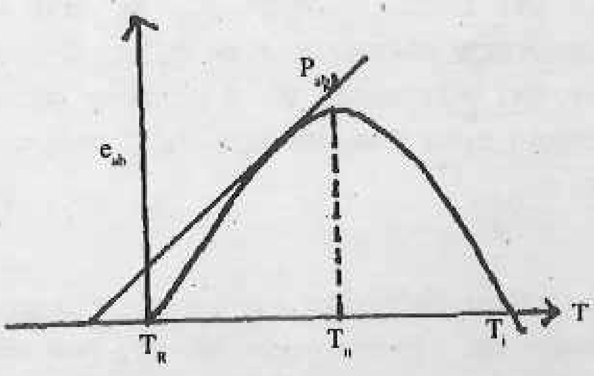
গঠন

9.1 প্রস্তাবনা

দুটি ভিন্ন উপাদানের পরিবাহীর দুটি প্রান্ত যুক্ত করে গঠিত তড়িৎবর্তনীকে তাপযুগ্ম বলে। তড়িৎ প্রবাহের ফলে তাপের উদ্ভব এই পরিচিত অনুৎক্রমণীয় প্রক্রিয়ার কথা বাদ দিলে, তাপযুগ্মের ক্ষেত্রে দেখা যায়



তড়িৎপ্রবাহের ফলে একটি সন্ধির তাপমাত্রা কমে যাচ্ছে ও অপর সন্ধিটির তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাচ্ছে। আবার বিপরীত ক্রমে সন্ধিদ্বয়ের তাপমাত্রার পার্থক্যর জন্য বর্তনীতে তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়। কার্য-কারণের সম্পর্ক থেকে বোঝা যায় এই প্রক্রিয়াগুলি উৎক্রমণীয়। তাপযুগ্মের ক্ষেত্রে এই উৎক্রমণীয় প্রক্রিয়াগুলিকে একসাথে



তাপ তড়িৎক্রিয়া বলা হয়। এই প্রক্রিয়াগুলি কাজে লাগিয়ে তাপযুগ্ম থার্মোমিটার, থার্মোপইল প্রভৃতি মাপনযন্ত্র ও হিমায়ক ব্যবস্থার উদ্ভাবন করা হয়েছে।

এই অধ্যায়ে আমরা শিখব

- বিভিন্ন উৎক্রমণীয় তাপ তড়িৎক্রিয়ার বৈশিষ্ট্য
- তাপযুগ্মের তড়িৎচালক বল ও তাপমাত্রার (e-T) পরীক্ষালব্ধ সম্পর্ক বা লেখ থেকে পেল্টিয়ার ও টমসন গুণাঙ্কর মান কি করে নির্ণয় করা যায়।
- তাপতড়িৎ সংক্রান্ত দুটি সূত্র ও তার উপযোগীতা

9.2 সিবেক, পেল্টিয়ার ও টমসন ক্রিয়া :

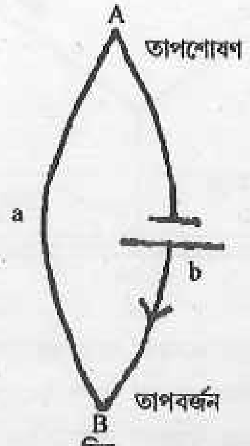
a ও b দুটি ভিন্ন ধাতু দ্বারা গঠিত তাপযুগ্মের কোন একটি সন্ধির তাপমাত্রা স্থির রেখে (সন্ধি B) অন্য সন্ধিকে (সন্ধি a) উত্তপ্ত করলে বর্তনীতে তড়িৎপ্রবাহ সৃষ্টি হয়। চিত্র (9.1) দেখুন। শুধুমাত্র সন্ধিদ্বয়ের তাপমাত্রার ব্যবধানের জন্য উদ্ভুত তড়িৎচালক বলকে তাপ তড়িৎচালক বল (Thermo emf) বলা হয় ও এই ঘটনাকে সীবেক ক্রিয়া বলে।

উষ্ণ সন্ধির তাপমাত্রার পরিবর্তনের সাথে তড়িৎচালক বলের পরিবর্তন লেখচিত্রের সাহায্যে দেখান হয়েছে (চিত্র 9.1a)। তাপমাত্রার সাথে তড়িৎচালক বলের বৃদ্ধির হারকে তাপতড়িৎ ক্ষমতা (Therm-Electric power) (P_{AB}) বলে অর্থাৎ কোন একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় $P_{AB}(T) = \dfrac{de_{AB}{}^{(T)}}{dT}$। পরীক্ষালব্ধ লেখচিত্র হতে দেখা যায় উষ্ণতা পরিবর্তনে তড়িৎচ্চালক বল বৃদ্ধি পেয়ে একটি সর্বোচ্চ মানে পৌঁছায়। যে তাপমাত্রায় তড়িৎচালক বলের মান সর্বোচ্চ হয়। সেই তাপমাত্রাকে উদাসীন তাপমাত্রা (neutral temperature) বলে অর্থাৎ $P_{AB}(T = T_n) = 0$ উষ্ণতর সন্ধির তাপমাত্রা $T > T_n$ হলে e_{AB}র মান ক্রমেই কমতে থাকে এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রার উপর যে তাপমাত্রায় তড়িৎচালক বলের মান শূন্য হয় সেই তাপমাত্রাকে উৎক্রম তাপমাত্রা (inversion temperature) বলে। উৎক্রম তাপমাত্রা যদি T_i হয় সেক্ষেত্রে দেখা যায় $(T_i + T_r)/2 \cong T_n$. T_nএর মান কেবলমাত্র তাপযুগ্মের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। কিন্তু T_i তাপযুগ্মের প্রকৃতি ও শীতল সন্ধির উষ্ণতার উপর নির্ভরশীল।

পেল্টিয়ার ক্রিয়া :

পেল্টিয়ার পরীক্ষায় সীবেক ক্রিয়ার বিপরীত ঘটনা লক্ষ্য করা যায়। তড়িৎকোষে বা অন্য কোন উপায়ে ভিন্ন উপাদানে দুইটি পরিবাহীর মধ্যে তড়িৎপ্রবাহ পাঠালে সন্ধি দুটির কোন একটি থেকে তাপ শোষিত হয় অর্থাৎ সন্ধিটির তাপমাত্রা কমে যায় ও অপর সন্ধিটিতে তাপ বর্জন হয় অর্থাৎ, সন্ধিটির তাপমাত্রা বাড়তে থাকে। সিবেক ক্রিয়ার ফলে নির্দিষ্ট দিকে (চিত্র (9.1) অনুযায়ী ধরা যাক a ⟳ b) তড়িৎপ্রবাহ চালাতে গেলে সন্ধি Aকে B-র তুলনায় উষ্ণ রাখা প্রয়োজন, এখন তড়িৎকোষ দিয়ে যদি সেই দিকেই তড়িৎপ্রবাহ

চালান হয়, সেক্ষেত্রে সন্ধি A-তে তাপশোষিত হবে এবং সন্ধি Bতে তাপ বর্জিত হবে। (চিত্র (9.2) দেখুন) এই ক্রিয়াকে পেল্টিয়ার ক্রিয়া বলে। তড়িৎপ্রবাহের দিক পরিবর্তন করলে যে সন্ধি থেকে তাপশোষিত হচ্ছিল,

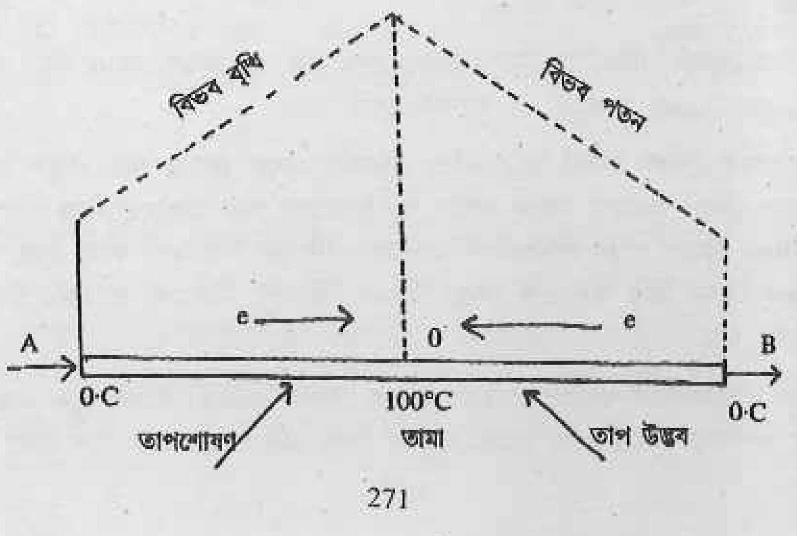


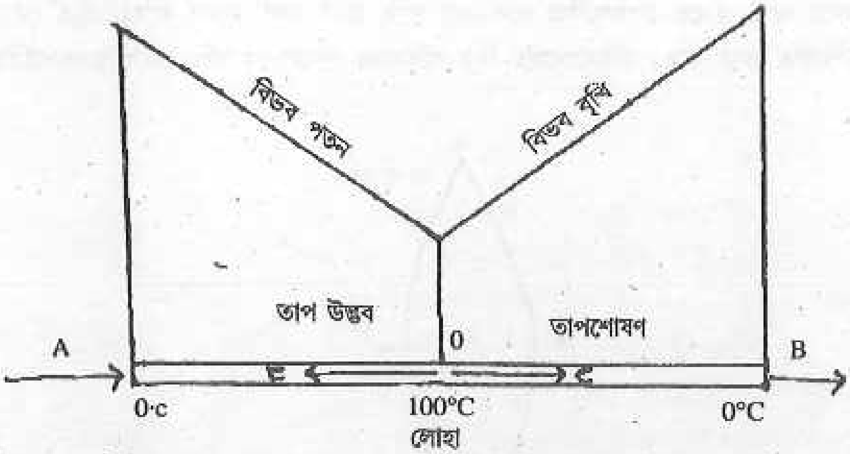
চিত্র

এখন সেই সন্ধিটিতে তাপ বর্জিত হবে অর্থাৎ শীতল সন্ধিটি উষ্ণ ও উষ্ণ সন্ধিটি শীতল হবে। এই কারণে পেল্টিয়ার ক্রিয়া একটি উৎক্রমণীয় (Reversible) প্রক্রিয়া। প্রতি একক তড়িৎআধান চালনার জন্য যে পরিমাণ তাপ সন্ধি থেকে শোষিত বা বর্জিত হয় তাকে ঐ সন্ধির পেল্টিয়ার গুণাঙ্ক π_{ab} বলা হয়।

কোন সন্ধির পেল্টিয়ার গুণাঙ্ক সন্ধির তাপমাত্রা ও প্রকৃতির উপর নির্ভর করে। সাধারণতঃ তড়িৎ আধানের পরিমাণকে কুলম্বে ও পেল্টিয়ার গুণাঙ্ককে ভোল্টে প্রকাশ করা হয়। পেল্টিয়ার ক্রিয়া উৎক্রমণীয় বলে $\pi_{ab}(T) = -\pi_{ab}(T)$

টমসন ক্রিয়া :





এই ক্রিয়ার উপস্থিতির মাধ্যমে আমরা জানতে পারি যে কোন তাপযুগ্মে তড়িৎপ্রবাহের ফলে তাপের শোষণ বা উদ্ভব কেবলমাত্র উহার দুই সন্ধিস্থলে হয় না, শক্তির শোষণ বা উদ্ভব পরিবাহীদ্বয়ের দৈর্ঘ বরাবর সকল স্থানেই ঘটে যেহেতু দুই প্রান্ত বিভিন্ন উষ্ণতায় থাকায় দৈর্ঘ বরাবর উষ্ণতার অবক্রম বর্তমান। সুতরাং কোন পরিবাহীর দৈর্ঘ বরাবর উষ্ণতার অবক্রম থাকলে উহাতে তড়িৎপ্রবাহের ফলে শক্তির শোষণ বা উদ্ভবকে টমসন ক্রিয়া বলে। এই প্রক্রিয়াও একটি উৎক্রম ক্রিয়া।

পরীক্ষা ঃ ধরি কোন মোটা তামার পরিবাহীর দুইপ্রান্ত একটি নির্দিষ্ট উষ্ণতায় (T) এবং উহার মধ্যস্থল অপেক্ষাকৃত বেশি উষ্ণতায় [(T_o); $T_o > T$] রাখা আছে। তাপের পরিবহনে এরকম সাম্য পাওয়া সম্ভব (চিত্র 9.3) (i) ও (ii)। স্বভাবতই পরিবহনের নিয়ম অনুসারে O হতে উভয়দিকে সমদূরবর্তী বিন্দু যুগ্ম A, B একই উষ্ণতায় থাকে। যদি এখন ঐ পরিবাহীতে তড়িৎপ্রবাহ পাঠানো হয় যেমন চিত্রে পরিবাহীর দৈর্ঘ AB বরাবর তাহলে টমসন ক্রিয়ার জন্য A বিন্দুর উষ্ণতা B বিন্দু অপেক্ষা কম হবে। এখানে AO অংশে তড়িৎ উষ্ণতার ধনাত্মক অবক্রমে চালিত হয় শক্তির শোষণ ঘটায় এবং OB অংশে উষ্ণতার ঋণাত্মক অবক্রমে প্রবাহিত হয়ে শক্তির উদ্ভব ঘটায়।

এই একই শর্তে লোহার পরিবাহীতে টমসন ক্রিয়ায় দেখা যায় AO অংশে তাপের উদ্ভব এবং OB অংশে তাপের শোষণ। ফলে Aএর তাপমাত্রা B অপেক্ষা বেশি হয়।

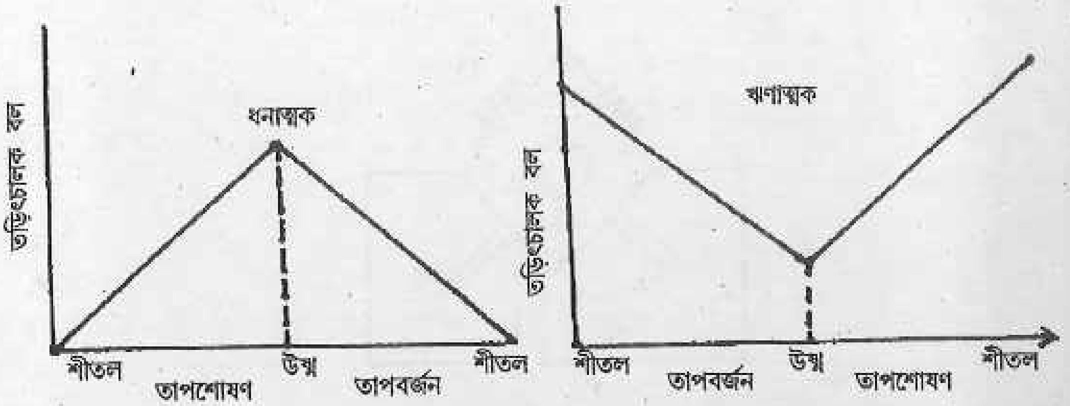
এই কারণে আমরা দুরকম টমসন ক্রিয়া বিভিন্ন পরিবাহীর মধ্যে দেখতে পাই। এগুলি যথাক্রমে ধনাত্মক ও ঋণাত্মক টমসন ক্রিয়া। ধনাত্মক টমসন ক্রিয়ায় তড়িৎপ্রবাহের জন্য প্রবাহের দিকে শক্তির বিনিময় হয়। কিন্তু ঋণাত্মক টমসন ক্রিয়ায় শক্তির বিনিময় তড়িৎপ্রবাহের বিপরীত দিকে হয়। তামা, রূপা, দস্তা, অ্যান্টিমনি ইত্যাদিতে ধনাত্মক টমসন ক্রিয়া হয় এবং লোহা, নিকেল, কোবাল্ট, বিসমাথ, প্লাটিনাম ইত্যাদিতে ঋণাত্মক টমসন ক্রিয়া দেখা যায়।

কোন সন্ধিতে I অ্যামপিয়ার তড়িৎপ্রবাহ হলে সন্ধিতে শোষিত (বর্জিত) তাপের হার $= \pi I$ জুল, প্রসঙ্গত পেল্টিয়ো ক্রিয়া প্রদর্শনের ক্ষেত্রে তাপ যুগ্মের ধাতুদ্বয় মোটা নেওয়া হয় যাতে জুল ক্রিয়া কম হয়। জুল

ক্রিয়া ও পেল্টিয়ার তড়িৎপ্রবাহের ফলে ক্রিয়ার মধ্যে পার্থক্য অবশ্যই জানা প্রয়োজন।

সীসাতে কোন টমসন ক্রিয়া দেখা যায় না। অর্থাৎ সীসার দণ্ড নিয়ে উপরে উল্লেখিত পরীক্ষা করলে দৈর্ঘ বরাবর তড়িৎপ্রবাহের ফলে কোন তাপের শোষণ বা উদ্ভব হয় না। ফলে O বিন্দুর উভয়দিকে সমদূরবর্তী বিন্দুগুলি একই উষ্ণতায় থাকে।

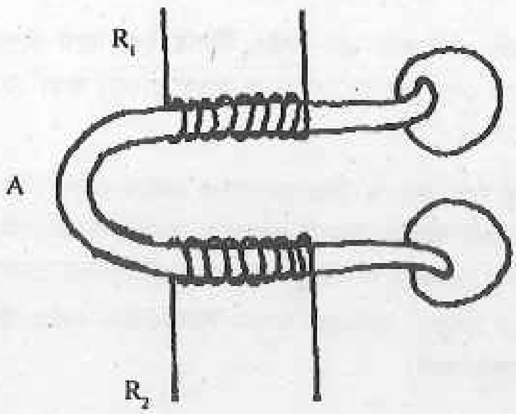
এই প্রসঙ্গে বিভিন্ন ধাতুতে দৈর্ঘ বরাবর উষ্ণতার পার্থক্য বজায় রেখে তড়িৎচালনা করলে শক্তির শোষণ বা বর্জনের পরিমাণ বোঝার জন্য আমরা টমসন গুণাঙ্কের সংজ্ঞার সাহায্য নিতে পারি। টমসন গুণাঙ্কের (σ), সংজ্ঞা হিসাবে বলা যায়, অসমভাবে উত্তপ্ত পরিবাহীর দুই বিন্দুর মধ্যে উষ্ণতা পার্থক্য 1°C হলে ওদের একটি বিন্দু হতে অপর বিন্দুতে 1 কুলম্ব আধান স্থানান্তরিত করতে যে পরিমাণ শক্তির শোষণ বা বর্জন হয় তাকে টমসন গুণাঙ্ক বলে।

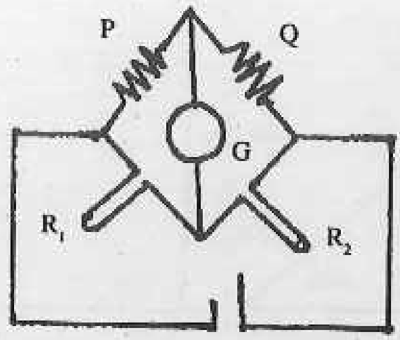


সুতরাং σ ধনাত্মক হলে পরিবাহীর শীতল প্রান্ত হতে উষ্ণ প্রান্তে তড়িৎপ্রবাহের জন্য তাপ শোষিত হয় এবং শীতল থেকে উষ্ণপ্রান্তের দিকে তড়িচ্চালক বলের মান বৃধি পাবে (চিত্র 9.4)। এবং σ ঋণাত্মক হলে পরিবাহীর শীতল প্রান্ত হতে উষ্ণপ্রান্তে তড়িৎপ্রবাহের ফলে তাপের উদ্ভব হয় এবং শীতল থেকে উষ্ণপ্রান্তের দিকে তড়িচ্চালক বলের মান হ্রাস পায়। সীসার ক্ষেত্রে σএর মান শূন্য।

টমসন ক্রিয়া প্রতিপাদনের জন্য একটি সহজ পরীক্ষা বর্ণনা করা হল (চিত্র 9.5)।

একটি মোটা লোহার U আকৃতির দণ্ড নেওয়া হল। দণ্ডটির দুই প্রান্ত পারদ পাত্রের মধ্যে ডুবান এবং এই বর্তনীতে 10Aএর মত তড়িৎপ্রবাহ পাঠান হল। R_1 ও R_2 দুইটি অন্তরিত এ তারের কুণ্ডলী U আকৃতির দণ্ডের দুই বাহুর মাঝামাঝি দণ্ডটিকে জড়িয়ে রাখা হয়। R_1 ও R_2 কুণ্ডলী দুটি হুইটস্টোন ব্রীজের বিপরীত দুটি বাহুর সাথে যুক্ত। অপর দুটি বাহুর রোধের পরিবর্তন করে, ব্রীজটি সাম্যাবস্থায় আনা হল। এখন U আকৃতির দণ্ডের বক্র অংশের মাঝখানে A বিন্দুটিকে বুনসেন বার্ণারের সাহায্যে উত্তপ্ত করা হলে, দণ্ডের দৈর্ঘ বরাবর তাপমাত্রা অবক্রম সৃষ্টি হয় এক্ষেত্রে তড়িৎপ্রবাহের ফলে একটি বাহুতে তাপের শোষণ ও অপর





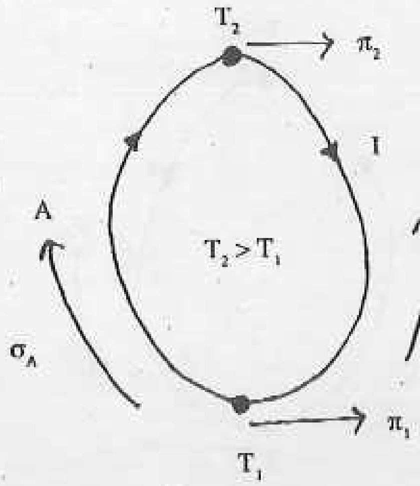
বাহুতে তাপের উদ্ভব হয়। তাপমাত্রার পরিবর্তনের ফলে কুণ্ডলী দুটির রোধের পরিবর্তন হয় ও ব্রীজটি সাম্যাবস্থায় থাকে না। তড়িৎ প্রবাহের দিক পরিবর্তন করলে দেখা যায়, গ্যালভানোমিটারের আলোর বিন্দুর বিক্ষেপ বিপরীত দিকে হচ্ছে। এই পরীক্ষা দ্বারা কোন পদার্থের টমসন গুণাঙ্কর মান ধনাত্মক না ঋণাত্মক হবে তা সহজেই অনুমান করা যায়।

9.3 তাপযুগ্মে মোট তড়িচ্চালক বল ঃ

A ও B পরিবাহী দ্বারা তৈরি তাপযুগ্মের দুই সংযোগস্থলের উষ্ণতা বিভিন্ন হলে দুই সংযোগস্থলের পেলটিয়ার ক্রিয়ার জন্য তড়িচ্চালক বল ক্রিয়া করে এবং ধাতু দুটির দৈর্ঘ বরাবর টমসন ক্রিয়ার জন্য তড়িচ্চালক বলের সৃষ্টি হয়। ধরি যুগ্মটির এক প্রান্তের উষ্ণতা T_1K ও অপরপ্রান্তের উষ্ণতা T_2K $(T_2 > T_1)$ এবং ওদের টমসন গুণাঙ্ক যথাক্রমে σ_A ও σ_B এবং ওরা উভয়েই ধনাত্মক (চিত্র 9.6)। এক্ষেত্রে বর্তনীতে বিভিন্ন তড়িচ্চালক বলগুলি হোল ঃ

(i) T_2K উষ্ণতার সংযোগস্থলে পেলটিয়ার তড়িচ্চালক বল $= \pi_2$

(ii) B ধাতুতে মোট টমসন তড়িচ্চালক বল $+\int_1^2 \sigma_B dT$



[তড়িৎপ্রবাহ উচ্চ তাপমাত্রা থেকে নিম্ন তাপমাত্রায় প্রবাহিত হওয়ায় – ve চিহ্ন ধরা হোল]

(iii) T_1K উষ্ণতার সংযোগস্থলে পেলটিয়া তড়িচ্চালক বল π_1।

(iv) A ধাতুতে মোট টমসন তড়িচ্চালক বল $-\int_1^2 \sigma_A dT$

$\therefore$ বর্তনীতে মোট তড়িচ্চালক বল (সীবেক তড়িচ্চালক বল)

$$e = \pi_2 - \pi_1 - \int_1^2 (\sigma_A - \sigma_B) dT \quad ...... \quad (9.1)$$

যদি সংযোগস্থলদ্বয়ের উষ্ণতা $(T + dT)$ এবং T হয় এবং এদের পেলটিয়ের গুণাঙ্ক$(\pi + d\pi)$ এবং π হলে

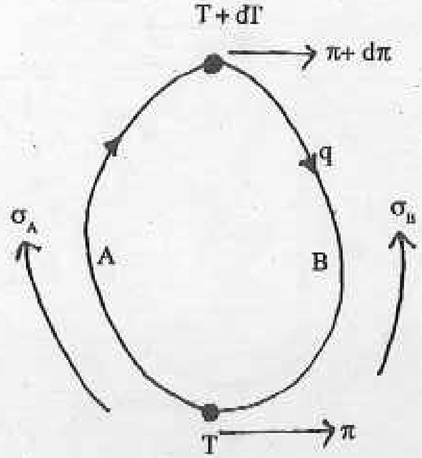
$$de = D\pi - (\sigma_A - \sigma_B) dT \quad ...... \quad (9.2)$$

A ও B পরিবাহীর তাপযুগ্মের তাপতড়িৎ ক্ষমতা হবে

$$P = \frac{de}{dT} = \frac{d\pi}{dT} - (\sigma_A - \sigma_B) \quad ...... \quad (9.3)$$

9.4 তাপগতিবিদ্যার সাহায্যে তাপতড়িৎ ক্রিয়ার ব্যাখ্যা

পেলটিয়ার ও টমসন ক্রিয়া উৎক্রমী হওয়াও এবং যথার্থ পরিবাহী ব্যবহার করে জুলের তাপীয় ক্রিয়া [যাহা একটি অনুক্রমণীয় ক্রিয়া] উপেক্ষণীয় হলে আমরা তাপযুগ্মে তাপগতিবিদ্যার দ্বিতীয় সূত্র প্রয়োগ করতে



(চিত্র 9.7)

পারি। এই সূত্র অনুসারে আমরা জানি যে প্রত্যবর্তক তাপ ইঞ্জিনে পূর্ণ আবর্তে মোট এনট্রপির পরিবর্তন শূন্য। অর্থাৎ,

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad 9.4$$

মনে করি A ও B দুটি ভিন্ন পরিবাহী এবং ওদের সন্ধিদ্বয়ের উষ্ণতা যথাক্রমে T ও $T + dT_1$। ঐ পরিবাহীদ্বয়ের সন্ধিস্থলে তড়িৎচ্চালক বল B হতে Aর অভিমুখে ক্রিয়া করে। ঐ তাপযুগ্মে T ও $(T + dT)$ উষ্ণতার সন্ধিস্থলের পেলটিয়ের গুণাঙ্ক যথাক্রমে π ও $\pi + \frac{d\pi}{dT}dT$ পরিবাহীদ্বয়ের টমসন গুণাংক যথাক্রমে σ_A ও σ_B এবং ওরা প্রত্যেকেই ধনাত্মক। বর্তনীতে স্বল্প আধান dq প্রবাহ হলে সংযোগস্থলে ও পরিবাহীতে তাপ বিনিময় হবে—

(i) $T + dT$ উষ্ণতার সন্ধি হতে গৃহীত তাপ $\left(\pi + \frac{d\pi}{dT}dT\right)\frac{dq}{J}$

(ii) পরিবাহী Aতে বর্জিত তাপ $\sigma_A dTdq/J$ এবং (iv) পরিবাহী Bতে গৃহীত তাপ $\sigma_B dTdq/J$

পরিবাহীর রোধ খুব কম হলে, অন্যক্রমণীয় পদ্ধতিতে (মুলতঃ জুল ক্রিয়ার জন্য) উৎপন্ন তাপ উপরের উল্লেখিত তাপের তুলনায় খুবই কম হয়। ফলতঃ এই আবর্তনকে একটি উৎক্রমণীয় চক্র হিসাবে চিন্তা করলে দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে (সমীকরণ 9.4)

$$\frac{\left(\pi+\frac{d\pi}{dT}dT\right)dq}{T+dT}=\frac{\sigma_A dqdT}{T}-\frac{\pi dq}{T}+\frac{\sigma_B dqdT}{T}=0 \text{......} \quad (9.5)$$

dT ক্ষুদ্র হওয়ায় A ও B এর দৈর্ঘ বরাবর উষ্ণতার পার্থক্য উপেক্ষণীয়।

সমীকরণ (9.5)কে সরল করে লেখা যায়,

$$\frac{T\frac{d\pi}{dT}-\pi}{T(T+dT)}=\frac{\sigma_A-\sigma_B}{T}$$

বা, $$\frac{T\frac{d\pi}{dT}-\pi}{T^2}=\frac{\sigma_A-\sigma_B}{T}$$

বা, $$\frac{d\pi}{dT}-\frac{\pi}{T}=\sigma_A-\sigma_B \text{ .....} \quad (9.6)$$

বা, $$\pi=T\left[\frac{d\pi}{dT}-\left(\sigma_A-\sigma_B\right)\right]$$

$$=T\frac{de}{dT} \text{ .....} \quad (9.7)$$

সমীকরণ (9.6) হতে লেখা যায়

$$\sigma_A-\sigma_B=\frac{d\pi}{dT}-\frac{\pi}{T}=T\frac{d}{dT}\left(\frac{\pi}{T}\right)$$

$$=T\frac{d^2e}{dT^2} \text{ ....} \quad (9.8)$$

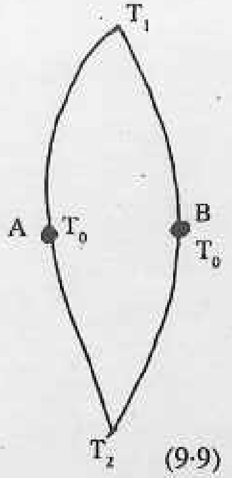
প্রসঙ্গত উল্লেখ করা যেতে পারে টমক্রিয়া আবিষ্কারের আগে শুধুমাত্র সিবেক ক্রিয়া ও পেলটিয়ার ক্রিয়ার সাহায্যে তড়িৎযুগ্মে তড়িচ্চালক বলের উদ্ভবের ব্যাখ্যা দেওয়ার চেষ্টা করা হয়। কিন্তু সেক্ষেত্রে তাপ-তড়িচ্চালক বল-সংযোগস্থলের উষ্ণতার মধ্যে একটি রৈখিক সম্পর্ক তত্ত্বগতভাবে পাওয়া যায়। (তাপগতীয় তত্ত্বের সাহায্যে

প্রমাণ করে দেখুন) কিন্তু পরীক্ষালব্ধ লেখচিত্র অধিবৃত্তাকার। সুতরাং তাপতড়িৎ ক্রিয়ার সঠিক তত্ত্বগত ব্যাখ্যার কারণেই টমসন ক্রিয়ার কথা ভাবা হয় এবং পরীক্ষার দ্বারা যাচাই করা হয়।

9.5 দুটি প্রয়োজনীয় সূত্র :

(ক) মধ্যবর্তী তাপমাত্রার সূত্র (Law of intermediate temperature)

কোন তাপমাত্রা পার্থক্য $T_2 - T_1$কে ক্ষুদ্রতর কতকগুলি তাপমাত্রার ব্যবধানে ভাগ করা হল, সেক্ষেত্রে ক্ষুদ্রতর ব্যবধানে পরিচালিত একইরকম তাপযুগ্মগুলির তড়িৎচালক বলের সমষ্টি $(T_2 - T_1)$ তাপমাত্রা পার্থক্যে পরিচালিত তাপযুগ্মে উদ্ভূত তড়িৎচালক বলের সমান।



(9·9)

$$e_{AB}\Big|_{T_1}^{T_2} = e_{AB}\Big|_{T_1}^{T_0} + e_{AB}\Big|_{T_0}^{T_2}$$

এখন $(T_2 - T_1)$ তাপমাত্রার অন্তরকে ধরা যাক দুটি ভাগে ভাগ করা হল ভাগ দুটি যথাক্রমে $T_1 - T_0$ ও $T_0 - T_2$ এই দুটি তাপ মাত্রার ব্যবধানে পরিচালিত একই রকম দুটি তাপ যুগ্মের (চিত্র 9.8) উদ্ভুত তড়িৎচালক বল যথাক্রমে e_1 ও e_2

এখন আমরা জানি

$$e_1 = \pi(T_0) - \pi(T_1) + \int_{T_1}^{T_0} (\sigma_a - \sigma_b)\, dT$$

$$e_2 = \pi(T_2) - \pi(T_0) + \int_{T_0}^{T_1} (\sigma_a - \sigma_b) T$$

$$\therefore\ e_1 + e_2 = \pi(T_2) - \pi(T_1) + \int_{T_1}^{T_2} (\sigma_a - \sigma_b) dT = e$$

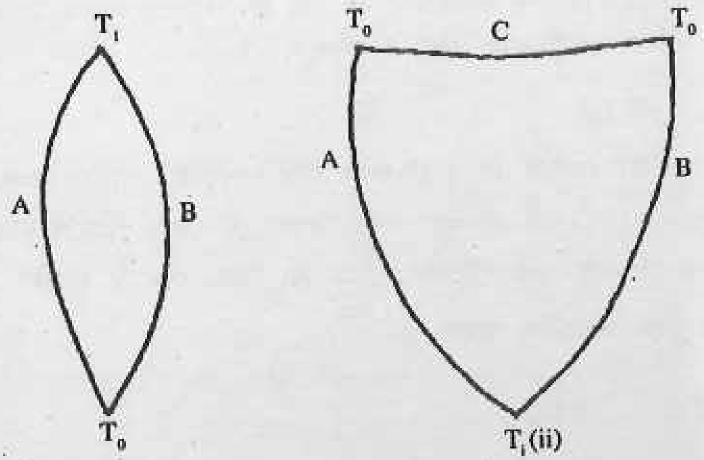
যেখানে $(T_2 - T_1)$ তাপমাত্রার ব্যবধানে পরিচালিত তাপযুগ্মের তড়িৎচালক বল e একই রকমভাবে, যেকোন সংখ্যক তাপমাত্রার ব্যবধানের জন্য উপরের সূত্রটি প্রমাণ করা যায়।

সাধারণভাবে

$$e_{Ab}\Big|_{T_1}^{T_2} = e_{AB}\Big|_{T_1}^{T_i} + e_{AB}\Big|_{T_i}^{T_j} + e_{AB}\Big|_{T_j}^{T_k} \ldots\ldots\ldots + e_{AB}\Big|_{T_n}^{T_2}$$

(খ) মধ্যাবর্তী পরিবাহী (বা ধাতুর সূত্র Law of intermediate metal) A ও B ধাতুদ্বয় দ্বারা তৈরী তাপযুগ্মের একটি প্রান্ত T_0k কে খুলে একটি তৃতীয় ধাতু C প্রবেশ করা হলে মোট তড়িচ্চালক বল অপরিবর্তিত থাকে। এক্ষেত্রে C-এর সহিত A ও B উভয় সংযোগ স্থলের উষ্ণতাই T_0k হবে।

অর্থাৎ গাণিতিক ভাবে $E_{AB}\Big|_{T_0}^{T_1} = E_{AC}\Big|_{T_0}^{T} + E_{CB}\Big|_{T_0}^{T_1}$ ..... (9.10)



সুতরাং কোন গ্যালভানোমিটার বা পোটেনশিয়োমিটারকে তাপযুগ্ম বর্তনীতে যুক্ত করলে তাপ তড়িচ্চালক বল অপরিবর্তিত থাকে যদি যুক্ত অংশের উষ্ণতা ঐ সংযোগস্থলের উষ্ণতায় রাখা হয়। (চিত্র 9.8)

$$E_{AC}\Big|_{T_0}^{T_1} = \pi_{AC}(T_1) - \pi_{AC}(T_0) = \int_{T_0}^{T_1} \sigma_A dT.$$

$$E_{CB}\Big|_{T_0}^{T_1} = \pi_{CB}(T_1) - \pi_{CB}(T_0) + \int_{T_0}^{T_1} \sigma_B dT.$$

$$\therefore\ E_{AC}\Big|_{T_0}^{T_1} + E_{CB}\Big|_{T_0}^{T_1} = \left(\pi_{AC}(T_1) + \pi_{CB}(T_1)\right) - \left((\pi_{AC}(T_0) + \pi_{CB}(T_0)\right)$$

$$-\int_{T_0}^{T_1}(\sigma_A - \sigma_B)dT$$

$$= \pi_{AB}(T_1) - \pi_{AB}(T_0) - \int_{T_0}^{T_1}(\sigma_A - \sigma_B)dT$$

$$= E_{AB}\Big|_{T_0}^{T_1}$$

9.6 উদাসীন উষ্মতা, উৎক্রম উষ্মতা ও তাপতড়িৎক্ষমতা :

কোন তাপ তড়িৎবর্তনীতে যে তাপ তড়িচ্চালক বল সৃষ্টি হয় তা সংযোগদ্বয়ের উষ্মতার পার্থক্যের সাথে একটি অধিবৃত্তাকার সম্পর্ক বজায় রাখে এবং ঐ সম্পর্কে,

$e = \alpha t + \beta t^2$........ (9.11)

আকারে প্রকাশ করা যায় যেখানে α ও β ধ্রুবক রাশি তাপযুগ্মের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে এবং $t = t_2 - t_1$, সুবিধার্থে $t_1 = 0^\circ C$ ধরা যায় এবং এখানে উষ্মতা °C স্কেলে পরিমাপ করা হয়েছে। স্বভাবতই t_2 উষ্ম সংযোগস্থলের তাপমাত্রা। এই পরিবর্তন (9.12 নং চিত্রে) দেখানো হয়েছে।

(9.11) সমীকরণ হতে তাপতড়িৎ ক্ষমতা

$P = \frac{de}{dt} = \alpha + 2\beta t$ ..... (9.12)

সুতরাং তাপ তড়িৎক্ষমতা উষ্মতার সঙ্গে সরলরৈখিক সম্পর্ক বজায় রাখে এবং এর একক ভোল্ট/ডিগ্রী

যে উষ্মতায় $\frac{de}{dt} = 0$ তাকে উদাসীন তাপমাত্রা বলা হয়। অর্থাৎ 9.12 সমীকরণ হতে

$t = t_n = -\alpha/2\beta$ .... (9.13)

এই উষ্ণতায় তাপ তড়িচ্চালক বলের মান সর্বোচ্চ।

আবার 't_2' বৃদ্ধি পেয়ে এমন অবস্থায় পৌঁছায় যে $e=0$ হয় এবং 't_2'এর বৃদ্ধিতে তাপ তড়িচ্চালক বলের দিক বিপরীতমুখী হয়। যে উষ্ণতার জন্য এটি ঘটে তাকে উৎক্রম উষ্ণতা বলে।

স্বভাবতই,

$$e=\alpha+\beta t^2=0$$

বা, $t=t_i-\alpha/\beta$ ..... (9.14)

বাস্তবে শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতা t_1 হলে

$$t_n=\frac{t_1+t_i}{2} \quad \text{... (9.15)}$$

9.6A তাপতড়িৎ লেখচিত্র এবং তার ব্যবহার :

তাপতড়িৎ লেখচিত্র, যাকে টেইট চিত্রও বলা হয়, তা মুখ্য তাপতড়িৎক্ষমতা P ও উষ্ণতার লেখচিত্র। সমীকরণ 9.12 হতে দেখা যায় এটি লেখচিত্রে একটি সরলরেখা নির্দেশ করে এবং 9.10 চিত্রে তাপতড়িৎক্ষমতা P ও উষ্ণ প্রান্তের উষ্ণতা T এর সম্পর্ক দেখানো হয়ে এমন একটি তাপযুগ্মের যার একটি ধাতু সীসা ($\sigma_{Pb}=0$) এবং সেটির শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতা 0C এ-স্থির রাখা আছে। তাপযুগ্মের অপর ধাতুর টমসন গুণাঙ্ক ধনাত্মক হলে $\left|\sigma=T\dfrac{d^2e}{dT^2}=T\dfrac{dP}{DT}\right|$ লেখচিত্রের গতি উর্ধগামী হবে কিন্তু ঐ ধাতু ঋণাত্মক টমসন গুণাঙ্ক যুক্ত হলে লেখচিত্রের গতি নিম্নগামী।

9.10 চিত্রে সীসা সাপেক্ষে একটি ধাতুর ($P-T$) লেখ AB। ধরি শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_1K (0°C ধরা যেতে পারে) এবং উষ্ণ সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_2K।

চিত্রে T_1K উষ্ণতায় ক্ষমতা $P_1=GF$ এবং T_2K উষ্ণতায়

ক্ষমতা $P_2=KH$

সুতরাং 9.7 সমীকরণ হতে T_1K শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতায় পেলটিয়া গুণাঙ্ক π_1 নির্ণয় করা যায়

অর্থাৎ $\pi_1=T_1P_1=OG\times GF=$ ক্ষেত্রফল OGFC

অনুরূপে T_2K উষ্ণতায় পেলটিয়ের গুণাঙ্ক π_2 হলে

$\pi_2=T_2P_2=OH\times HK=$ ক্ষেত্রফল $OHKD$.

এই চিত্র হতে সমীকরণ (9.8) এর সাহায্যে আমরা টমসন গুণাঙ্ক ও নির্ণয় করতে পারি।

(9.8) সমীকরণ হতে

$$\sigma_A - \sigma_B = T\frac{d}{dT}\left(\frac{de}{dT}\right) = T\frac{dP}{dT}$$

$$\therefore \int_{T_1}^{T_2}(\sigma_A - \sigma_B)dT = \int_{T_1}^{T_2} TdP = \text{ক্ষেত্রফল } FKDC$$

এখানে $\sigma_B = 0$ সীসা হলে σ_A নির্ণয় সম্ভব।

সুতরাং তাপযুগ্ম বর্তনীর মোট তাপ তড়িচ্চালক বল

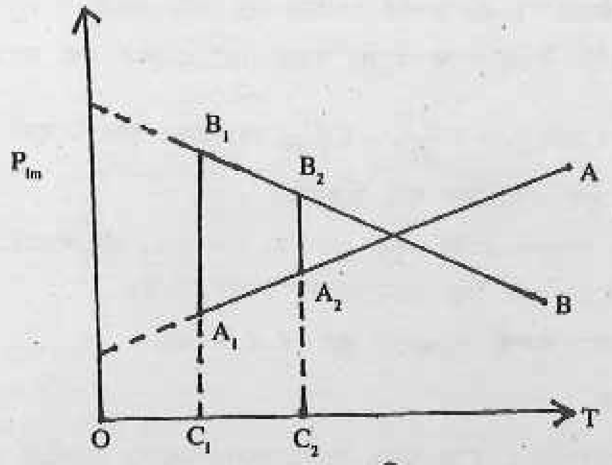
$$e = \pi_2 - \pi_1 - \int_{T_1}^{T_2}(\sigma_A - \alpha_B)dT$$

$= \text{ক্ষেত্র } OHKD - \text{ক্ষেত্র } OGFC - \text{ক্ষেত্র } FKDC$

$= \text{ক্ষেত্র } GHKF$

ক্যালকুলাসের নিয়ম অনুসারে $P-T$ লেখচিত্রের অন্তর্গত ক্ষেত্রফল হিসাবেও 'e'কে একইভাবে নির্ণয় সম্ভব।

কারণ $P = \frac{de}{dT}$



এর $\int_{T_1}^{T_2} P.dt = \text{ক্ষেত্র } GHFK$ (চিত্র 9.11a)

or $\int_{T_1}^{T_2}\frac{de}{dt}dT = \text{ক্ষেত্র } GHFK$

or $e = \text{ক্ষেত্র } GHFK$

এ পর্যন্ত আলোচনায় সীসা ও অপর একটি ধাতুর দ্বারা তৈরী তাপযুগ্মের কথা বলা হয়েছে। এখন যদি দুটি ধাতু X ও Y দ্বারা গঠিত তাপযুগ্ম নেওয়া হয় তাহলে (9.10) সমীকরণের সাহায্যে উপরের পদ্ধতিতে উপযোগী করা যায়।

চিত্র 9.11-এ $A_1A_2A_3$ লেখচিত্র ধনাত্মক টমসন গুণাঙ্ক (σ_A) যুক্ত A ধাতু ও সীসার তৈরি তাপযুগ্মের $P-T$ লেখচিত্র এবং $B_1B_2B_3$ লেখচিত্র ঋণাত্মক টমসন গুণাঙ্ক (σ_B) যুক্ত B ধাতু ও সীসার তৈরি তাপযুগ্মের $P-T$ লেখচিত্র। কোন AB ধাতু দ্বারা তাপযুগ্মের সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_1 ও T_2 হলে $(T_2>T_1)$ এই লেখচিত্র হলে AB তাপযুগ্মের উদ্ভূত তাপতড়িচ্চালক বল E_{AB} নির্ণয় সম্ভব।

এখন সীসা ও A ধাতুর তাপযুগ্মের সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_1 ও T_2 হলে $E_{Pb.A}=$ ক্ষেত্র $A_1A_2T_2T_1$

এবং ঐ একই উষ্ণতায় সীসা ও B ধাতু দ্বারা তৈরি তাপযুগ্মের ক্ষেত্রে $E_{Pb.B}=$ ক্ষেত্র $B_1B_2T_2T_1$।

$\therefore E_{AB}=E_{Pb.B}-E_{PbA}=$ ক্ষেত্র $B_1B_2T_2T_1-$ ক্ষেত্র $A_1A_2T_2T_1$

$=$ ক্ষেত্র $B_1B_2A_1A_2$

শীতল সংযোগস্থলের উষ্ণতা T_1 অপরিবর্তিত রেখে অপর সংযোগস্থলের উষ্ণতা বাড়াতে থাকলে $B_1B_2A_1A_2$ এর ক্ষেত্রফল অর্থাৎ E_{AB} বাড়ে যতক্ষণ না A ও B ধাতুর সীসা সাপেক্ষে $P-T$ লেখচিত্রের ছেদবিন্দু N পৌঁছায়। ঐ অবস্থায় E_{AB} এর মান সর্বোচ্চ।

লেখচিত্রের N বিন্দুতে যুক্ত উষ্ণতা T_n AB তাপযুগ্মের উদাসীন উষ্ণতা নির্দেশ করে।

সুতরাং উপরোক্ত আলোচনা থেকে তাপতড়িৎ লেখচিত্রের ব্যবহারগুলি নিম্নরূপ

(i) এই লেখচিত্রের সাহায্যে তাপতড়িৎ ক্রিয়া বিভিন্ন রাশিগুলি যথা পেল্টিয়ের গুণাঙ্ক, টমসন গুণাঙ্ক ও তাপযুগ্মের তাপতড়িচ্চালক বল নির্ণয় করা যায়।

(ii) উদাসীন উষ্ণতা নির্ণয়

(iii) লেখচিত্র হতে (9.11) সমীকরণের ধ্রুবকদ্বয় α ও β নির্ণয় সম্ভব। ইহার যথাক্রমে P অক্ষের সহিত লেখের ছেদিতাংশ ও লেখচিত্রের নতিমাত্রা দ্বারা পরিমাপ প্রকাশ করা হয়।

9.9 তড়িৎক্রিয়ার অনুবীক্ষণিক ব্যাখ্যা :

পরিবাহীর মধ্যে যে ইলেকট্রন কণাগুলি প্রায় মুক্ত অবস্থায় বিচরন করতে পারবে তারাই তড়িৎ পরিবহন করতে সক্ষম।

মুলত এই মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যার ঘনত্বর উপর পদার্থের তড়িৎ পরিবাহীতা নির্ভর করে। সুপরিবাহীর ক্ষেত্রে এই ঘনত্বের মান 10^{23} (সে.মি)$^{-3}$ মত হতে পারে। পরিবাহীর তড়িৎ পরিবহনের পরীক্ষালব্ধ ফলাফলের সহজ ব্যাখ্যা দেওয়ার জন্য ধরে নেওয়া হয় এই মুক্ত ইলেকট্রনগুলি গ্যাসের অণুর মত আচরণ করে, নির্দিষ্ট আয়তনে গ্যাসের চাপ অণু সংখ্যার ঘনত্ব ও তাপমাত্রার সাথে বৃধি পায়।

দুটি ভিন্ন পরিবাহী ধরা যাক। তামা ও লোহা তাদের দুই প্রান্ত যুক্ত করা হয়েছে, মুক্ত ইলেকট্রনের সংখ্যার ঘনত্ব লোহা অপেক্ষা তামায় বেশি। সেই কারণে পরিবাহীর সন্ধিতে লোহা থেকে তামার দিকে ইলেকট্রনের ব্যাপন শুরু হয়। এই ক্ষেত্রে এ ধরণের গতীয় সাম্যের কথা ভাবা যেতে পারে।

ব্যাপনের ফলে সন্ধিতে ইলেকট্রন ঘনত্ব কমে যাওয়ায় তামার ঐ অংশ ধনাত্মক আধানযুক্ত হয় ও লোহার অংশ ধনাত্মক আধান যুক্ত হয়। সুতরাং সন্ধিতে বা তড়িৎচালক বলের উদ্ভব হয়। এই বিভব তামা থেকে লোহার দিকে ইলেকট্রনের গতিকে বাধা দেয়। অচিরেই প্রবাহ বন্ধ হয়ে যায়। মুক্ত বর্তনীর বদলে তামা ও লোহার তড়িৎযুগ্মের কথা ভাবা যাক্। যুগ্মটির সন্ধি দুইটি A ও B (চিত্র 9.12a দেখুন) A ও B সন্ধিতে ইলেকট্রন প্রবাহর তাৎক্ষণিক মান I_A ও I_B সমান। সুতরাং বর্তনীর মোট তড়িৎপ্রবাহ $\mathrm{I} = \mathrm{I_A} - \mathrm{I_B} = 0$ এবং গতীয় সাম্যের জন্য A ও B সন্ধিতে উদ্ভুত বিভব পার্থক্যর মান সমান ও বিপরীতমুখী সুতরাং বর্তনীর মোট তড়িৎচালক বল $e_{AB} = e_A - e_B = 0$ A ও B সন্ধির তাপমাত্রা যথাক্রমে T_A ও $\mathrm{T_B}$ যদি সমান না হয়, ধরা যাক $T_A > T_B$. সেক্ষেত্রে তাপমাত্রা বৃধির দরুণ A সন্ধিতে ইলেকট্রন গ্যাসের গতিশক্তি B সন্ধিতে গ্যাসের গতিশক্তির চেয়ে বেশি হবে এবং A সন্ধিতে গ্যাসের ব্যাপনের হারও বেশি হবে, সুতরাং $I_A > I_B$ বর্তনীর মোট ইলেকট্রন প্রবাহ $I = I_A - I_B \neq 0$ অর্থৎ A সন্ধিতে তামা থেকে লোহার দিকে ইলেকট্রন প্রবাহ চলতে থাকবে। পুনরায় A সন্ধিতে গতীয় সাম্যের কথা ভাবা যাক, সন্ধির তাপমাত্রা বেশি থাকায় A সন্ধিতে ইলেকট্রনের গতিশক্তি বৃধি পায়। সাম্যের ক্ষেত্রে এই প্রবাহকে বাধা দেওয়ার জন্য প্রয়োজনীয় বিভব পার্থক্যের মানও বেশি হওয়া প্রয়োজন। সেই কারণে $(e)_A > (e)_B$ সুতরাং বর্তনীর মোট তড়িৎচালক বল $e_{AB} = e_A - e_B \neq 0$।

তাপমাত্রার পার্থক্যর জন্য বর্তনীতে তড়িৎচালক বলের উদ্ভবই সীবেক ক্রিয়া।

তড়িৎযুগ্মের A ও B সন্ধির তাপমাত্রা সমান রেখে বর্তনীতে একটি তড়িৎকোষ এমনভাবে যুক্ত করা হল যার ফলে A সন্ধিতে ইলেকট্রন প্রবাহের ফলে ওর শক্তি বৃধি পাওয়ার দরুণ অতিরিক্ত শক্তি সন্ধিতে তামা থেকে লোহার দিকে ইলেকট্রন প্রবাহিত হয়।

A সন্ধিতে ইলেকট্রন গতিতে বাধা অতিক্রম করার জন্য শক্তির যোগান দেওয়া প্রয়োজন এবং এই শক্তি ঐ সংযোগস্থল হতে তাপশক্তি হিসাবে নেওয়া হয়। সেই কারণে তড়িৎপ্রবাহের ফলে A সন্ধিতে তাপের শোষণ হয়। B সন্ধিতে ইলেকট্রন প্রবাহের ফলে তার শক্তি বৃধি পাওয়ার দরুণ অতিরিক্ত শক্তি সন্ধিতে তাপ হিসাবে বর্জিত হয়।

তাপযুগ্মের সন্ধির দুইপাশ মুক্ত ইলেকট্রনের ঘনত্বের পার্থক্যর জন্য সন্ধিতে বিভব পার্থক্যর উদ্ভব হয়।

যেহেতু মুক্ত ইলেকট্রনের ঘনত্ব তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল সুতরাং একটি সমসত্ত্ব পরিবাহীর দৈর্ঘ বরাবর তাপমাত্রার পার্থক্য বজায় রাখতে পারলে, দৈর্ঘ বরাবর ছোট ছোট অংশে মুক্ত ইলেকট্রনের ঘনত্বের পার্থক্য দেখা যায়। তাপমাত্রার সাথে যেমন ইলেকট্রনের গতিশক্তি বৃদ্ধি পায় সে কারণে দৈর্ঘ বরাবর বিভব পার্থক্যরও বৃদ্ধি ঘটে। এই বিভবের বাধা অতিক্রম করে তড়িৎপ্রবাহ বজায় রাখার জন্য প্রয়োজনীয় শক্তির জোগান দিতে হয় ও সে কারণে পরিবাহীতে তাপের শোষণ হয়।

তড়িৎ প্রবাহর দিকে যদি বিভব পার্থক্য কমতে তাকে সেক্ষেত্রে তাপ শোষণের বদলে পরিবাহীতে তাপের উদ্ভব হয়। এই ঘটনাই টমসন ক্রিয়া। প্রসঙ্গত উল্লেখ করা যেতে পারে কোন পদার্থের টমসন্ গুনাঙ্কর মান ঋণাত্মক হলে দৈর্ঘ বরাবর তাপমাত্রা বৃদ্ধির সাথে বিভব পার্থক্য কমে যায় তার কারণ এক্ষেত্রে ইলেকট্রনের বদলে হোল (hole)ই তড়িৎপ্রবাহর জন্য মুখ্য ভূমিকা নেয়।

9.10 তাপ তড়িৎক্রিয়ার ব্যবহারিক প্রয়োগ :

তাপমাত্রার সাথে তাপযুগ্মের তড়িৎচালক বলের মানের পরিবর্তন হয়—তাপ তড়িৎক্রিয়ার এই ধর্মকে কাজে লাগিয়ে শুধুমাত্র বর্তনীর তড়িৎচালক বলের পরিমাপের সাহায্যে তাপমাত্রা নির্ণয় করা সম্ভব অর্থাৎ তাপযুগ্মকে থার্মোমিটার হিসাবে ব্যবহার করা যায়। তাপমাত্রার বিভিন্ন পাল্লায় সুবিধামতো ভিন্ন ভিন্ন উপাদানের তাপযুগ্ম ব্যবহার করা হয়। বিশেষতঃ উচ্চ তাপমাত্রার ক্ষেত্রে এই থার্মোমিটারের প্রচলন সর্বাধিক। প্রয়োগের ক্ষেত্রে এর বিশেষ সুবিধা আছে যেমন (1) থার্মোমিটারের তাপগ্রাহীতা তুলনামূলকভাবে অন্যান্য থার্মোমিটারের তুলনায় অনেক কম (2) খুব ছোট অঞ্চলের তাপমাত্রার নির্ভরযোগ্য পরিমাপ সম্ভব।

ভিন্ন উপাদানের পরিবাহীর অনেকগুলি দণ্ডকে পাশাপাশি যুক্ত করে একটি শ্রেণী সমবায়ের কথা ভাবা যেতে পারে যার দুইপ্রান্তের বিভব প্রভেদ একটি তাপযুগ্মের তুলনায় বহুগুণ বেশি, এই ধরণের সজ্জাকে থার্মোপাইল বলে। এই ব্যবস্থার সাহায্যে খুব সামান্য তাপমাত্রা পার্থক্য ও পরিমাপ করা সম্ভব। বিকিরণের তাপমাত্রা বা পরিমাণ নির্ণয়ের ক্ষেত্রে এই থার্মোপাইলের ব্যবহার উল্লেখযোগ্য।

তড়িৎপ্রবাহর ফলে তাপযুগ্মের কোন একটি সন্ধিতে তাপের শোষণ হয়। এই ধর্মকে কাজে লাগিয়ে হিমায়কের পরিকল্পনা করা যায়। একটি আবদ্ধ পাত্রকে থার্মোপাইলের তাপ খাদ্য হিসাবে ব্যবহার করলে তড়িৎপ্রবাহর ফলে আবদ্ধ পাত্রের তাপমাত্রা কমতে থাকবে। প্রচলিত রেফ্রিজেটারে ব্যবহৃত গ্যাসের পরিবেশ দূষণের মাত্রা যথেষ্ট বেশি পেল্টিয়ার ক্রিয়াকে কাজে লাগিয়ে দূষণমুক্ত হিমায়ক ব্যবস্থা তৈরি করা সম্ভব।

9.11 সারাংশ

- $\pi = T\dfrac{dE}{dt} = TP$ ও $\sigma_a - \sigma_b = -T\dfrac{dP}{dT}$

- T_1 ও T_2 তাপমাত্রায় কার্যরত তাপযুগ্মের তড়িৎচালক বল
- $E(T_1,T_2) = E(T_1,T_0) + E(T_0,T_2)$ যেখানে $T_1 < T_0 < T_2$
- $E_{ab} = E_{ac} - E_{bc}$

9.12 সর্বশেষ প্রশ্নাবলী

1. একটি সুষম ও সমসত্ত্ব পরিবাহীর প্রস্থচ্ছেদ 1 সেমি^{2} ও রোধাঙ্ক $150\mu\Omega$ সেমি। দৈর্ঘ বরাবর তাপমাত্রা পরিবর্তনের হার 1°C/সেমি. $0{\cdot}05A$ তড়িৎপ্রবাহর ফলে যদি পরিবাহীর তাপীয় অবস্থার পরিবর্তন না হয়, সেক্ষেত্রে পরিবাহীর উপাদানের টমসন গুণাঙ্কের মান কত?

2. তাপযুগ্মের শীতল সন্ধির তাপমাত্রা 0°C, সেন্টিগ্রেড স্কেলে উষ্ম সন্ধির তাপমাত্রা θর সাথে তড়িৎচালকবলের সম্পর্ক $E = \alpha\theta + \frac{1}{2}\beta\theta^2$ যেখানে α ও β ধ্রুবক।

(ক) উদাসীন তাপমাত্রা θ_n ও উৎক্রম তাপমাত্রা θ_iএর মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

(খ) θ°C তাপমাত্রায় পেল্টিয়ার গুণাঙ্ক πএর মান কত।

শীতল সন্ধির তাপমাত্রা θ°C হলে,

(গ) উদাসীন তাপমাত্রা ও উৎক্রম তাপমাত্রার মধ্যে সম্পর্ক কি হবে?

3. তাপযুগ্মের একটি সন্ধির তাপমাত্রা 0°C.

তড়িৎচালক বল $E = [87{\cdot}276\theta - 14,527\{1 - exp(-0{\cdot}00253{\cdot}\theta)\}]$

যেখানে তাপমাত্রা θ সেন্টিগ্রেড স্কেলে ও E, μ ভোল্টে মাপা হয়েছে।

(ক) 0°C তাপমাত্রায় পেল্টিয়ার গুণাঙ্কর মান কত?

(খ) দেখাও যে 122°Cএর কাছাকাছি পরিবাহী দুটির টমসন গুণাঙ্কর পার্থক্য তাপমাত্রার উপর নির্ভরশীল নয়।

(4) 0°C তাপমাত্রায় সীসার (Pb) সাপেক্ষে বিসমাথের তাপ তড়িৎক্ষমতার মান $-74{\cdot}42\mu$ ভোল্ট/ ডিগ্রী এবং প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধিতে ক্ষমতার পরিবর্তনের হার $0{\cdot}032\mu$ ভোল্ট। বিসমাথের বদলে রূপার (Ag) ক্ষেত্রে এই মানগুলি যথাক্রমে 3·34 এবং 0·008। বিসমাথ—রূপা তাপ যুগ্মের

(ক) সন্ধি দুটির তাপমাত্রা 100°C ও 200°C হলে তড়িৎচালক বলের মান কত?

(খ) উদাসীন তাপমাত্রার মান কত?

(গ) 100°C য়ে পেল্টিয়ার গুণাঙ্কর মান কত?

(ঘ) 0°C য়ে টমসন গুণাঙ্ক দুটির মানের পার্থক্য কত?

9.13 উত্তরমালা :

(1) তাপীয় অবস্থার পরিবর্তন না হবার শর্ত জুল ক্রিয়া দ্বারা একক সময় উদ্ভুত তাপের পরিমাণ = টমসন ক্রিয়া দ্বারা শোষিত তাপের পরিমাণ।

পরিবাহীর প্রস্থচ্ছেদ $A = 1$ সেমি^{2} পরিবাহীর প্রতি ΔL দৈর্ঘের জন্য, রোধ $R=\frac{\rho}{A}\Delta L$ ও তাপমাত্রার ব্যবধান $\Delta T=\frac{\Delta T}{\Delta L}.\Delta L$

$\therefore I^2 R=\sigma I\Delta T$

বা $I^2\frac{\rho}{A}\Delta L=\sigma I\frac{\Delta T}{\Delta L}\Delta L$

এখন $\rho=100\mu\Omega$ সেমি, $\frac{\Delta T}{\Delta L}=1°C$/সেমি, $I=0{\cdot}05A$

$\therefore (0{\cdot}05)\times 150=\sigma \therefore \sigma=7{\cdot}5\mu$ ভোল্ট/°C

2. (ক) $\therefore$ উদাসীন তাপমাত্রায় $\frac{dE}{d\theta}=0$ হয়,

$\therefore$ উদাসীন তাপমাত্রা $\theta_n=-\frac{\alpha}{\beta}$

$E(\theta=\theta_i)=0 \therefore \theta_i=\frac{-2\alpha}{\beta} \therefore \theta_i=2\theta_n$

(খ) $\pi=T\frac{dE}{dT}=(\theta+273)\frac{dE}{d\theta}=(\theta+273)(\alpha+\beta\theta)=273\alpha+(\alpha+273\beta)\theta+\beta\theta^2$

(গ) মধ্যবর্তী তাপমাত্রার সূত্রর সাহায্যে বলতে পারে T_1 ও T_2 তাপমাত্রায় কর্মরত তড়িৎযুগ্মের তড়িৎচালক ফল

$E(T,\theta)=E(T,\theta_0)+E(\theta_0,\theta)$ যেখানে $T_1<\theta_0<\theta$

এখন $T = 0°C$ হলে

$$E(\theta_R, \theta) = E(0,\theta) - E(0,\theta_0)$$

$$= \alpha\theta + \frac{1}{2}\beta\theta^2 - (\alpha\theta_R + \frac{1}{2}\beta\theta^2)$$

$$= \alpha(\theta - \theta_0) + \frac{1}{2}\beta(\theta^2 - \theta_0^{\ 2})$$

এমন উদাসীন তাপমাত্রায় $\frac{dE}{d\theta} = 0$ হয়। সুতরাং

$$\therefore \alpha + \beta\theta_n' = 0 \ \therefore \theta_n' = -\frac{\alpha}{\beta}$$

আবার উৎক্রম তাপমাত্রায় $E = 0$ হয়

$$\therefore E(\theta_i') = 0 = \frac{1}{2}\beta\left(\theta_i^! + \theta_0\right)$$

$$\therefore \theta_2' + \theta = -\frac{2\alpha}{\beta}$$

$$\therefore \frac{\theta_i' + \theta_R}{2} = \theta_n'$$

3. $(\pi)_{\theta=0} = \left(T\frac{dE}{dT}\right)_{273} = 273[87 \cdot 276 - 14{,}527 \times 0 \cdot 00253 \times \exp(0)]$

$= 273(87 \cdot 28 - 36 \cdot 76)\mu$ ভোল্ট $= 1 \cdot 38 \times 10^{-2}$ ভোল্ট

এখন $\sigma_a - \sigma_b = -T\frac{d^2E}{dT^2}, \frac{d^2E}{d\theta^2} = 14{,}527(0 \cdot 00253)^2 \times e - (0 \cdot 00253v)$

$$\therefore (\sigma_a - \sigma_b) = -(273 + \theta)Ae(-0 \cdot 002030)$$

এখন $\frac{d}{d\theta}(\sigma_a - \theta_b) = -Ae^{-b\theta}\left[1 - b(273 + \theta)\right]$

এখন $\frac{d(\sigma_a - \sigma_b)}{d\theta} = 0$ শর্ত $\frac{1}{b} - 273 = \theta$

$$\therefore \theta = 122°C$$

$\therefore \left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right) = 0$ যখন $\theta = 122°C$

4. আমরা জানি $P = a + b\theta$

বিসমাথের ক্ষেত্রে $-74 \cdot 42 = a + b \times 0$

$\therefore a = -74 \cdot 42$

এবং $\frac{dP}{dt} = b = \cdot 032$

অনুরূপ রূপা ক্ষেত্রে $P_{Pb/Ag} = 3 \cdot 34 + \cdot 008\theta$

অত এব $Bi - Ag$ তাপযুগ্মের জন্য

$P_{Bi-Ag} = P_{Pb-Ag} - P_{Pb,Bi}$

$= 3 \cdot 34 + \cdot 008\theta - (-74 \cdot 42 - \cdot 032\theta)$

$= 77 \cdot 76 - \cdot 024\theta$

তড়িৎচালক বলের মান $E_{Bi-Ag} = \int_{\theta_1}^{\theta_2} P d\theta = 77 \cdot 76(\theta_2 - \theta_1) - \frac{0 \cdot 024}{2}(\theta_2^2 - \theta_1^2)$

$\theta_1 = 100°C$ ও $\theta_2 = 200°C \therefore E = 7 \cdot 596$ মিলি ভোল্ট

উদাসীন তাপমাত্রায় $(\theta_n) P_{Bi-Ag}(\theta = \theta_n) = 0$

$\therefore \theta_n = \frac{77 \cdot 76}{0 \cdot 024} = 3240°C$

পেল্টিয়ার গুণাঙ্ক $\pi(T) = TP(I)$

কেলভিন স্কেলে, $T = (\theta + 273) \therefore \pi(\theta) = (\theta + 273) P(\theta + 273)$

এখন $\theta = 100°C$

$\therefore \pi(100°C) = 373[77 \cdot 76 - 0 \cdot 024 \times 373] = 25 \cdot 66$ মিলি ভোল্ট

এখন $(\sigma_{Bi} - \sigma_{Ag}) = -T\frac{dP}{dT} \therefore (\sigma_{Bi} - \sigma_{Ag})_{\theta°C} = -(\theta + 273)\frac{dP}{d\theta}$

এখন $\theta = 0°C$; $(\sigma_{Bi} - \sigma_{Ag})_{0°C} = (273 \times 0 \cdot 024) = 6 \cdot 552\mu$ ভোল্ট/°C

একক 10 □ ম্যাক্সওয়েলের সূত্র ও তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ

গঠন

10.1 প্রস্তাবনা

সনাতন ধারণা অনুযায়ী তড়িৎ চুম্বকীয় অন্তঃক্রিয়া চারটি প্রাথমিক সূত্রের সাহায্যে ব্যাখ্যা করা যায়। এই সূত্রগুলি ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ নামে পরিচিত। প্রযুক্তির ক্ষেত্রে এই তত্ত্বের গুরুত্ব অপরিসীম। পৃথক পৃথক ভাবে স্থির তড়িৎক্ষেত্রেও স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের ক্রিয়া অনেক আগেই জানা ছিল। অস্থায়ী প্রবাহের তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের পারস্পরিক অন্তঃক্রিয়া প্রথম লক্ষ্য করেন ফ্যারাডে। বৈদ্যুতিক জেনারেটারের উদ্ভাবন-ফ্যারেডের সূত্রের একটি গুরুত্বপূর্ণ প্রয়োগ। এরপর প্রাথমিক সূত্রগুলিকে সঠিকভাবে উপস্থাপন করেন ম্যাক্সওয়েল। এই সকল অবকল সমীকরণগুলির সমাধান একটি চলতরঙ্গ। তিনিই প্রথম তত্ত্বিক দিক থেকে সিধান্তে আসেন আলো প্রকৃত পক্ষে তড়িৎ চুম্বক তরঙ্গ—যা নিঃসন্দেহে একটি বিস্ময়কর অবদান। এইভাবে আলো ও তড়িৎচুম্বকক্রিয়া পদার্থবিদ্যার দুইটি পৃথক ক্ষেত্রের মেলবন্ধন ঘটে। প্রয়োগের দিক থেকে এই আবিষ্কার নতুন যুগের সূচনা করে। বেতার তরঙ্গ প্রেরক ও গ্রাহক যন্ত্রের উদ্ভাবন নতুন ধরনের যোগাযোগ ব্যবস্থার হদিশ দেয়। বিভিন্ন কম্পাঙ্কে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গর বিশেষ বিশেষ ধর্মকে কাজে লাগিয়ে উন্নততর পরিষেবার সংযোজন হচ্ছে। যেমন এফ. এম. রেডিও, কৃত্রিম উপগ্রহ মারফত যোগাযোগ সেলুলার ফোন ইত্যাদি। এই অধ্যায়ে আমরা তড়িৎচুম্বক তরঙ্গের সাধারণ ধর্ম ও বিভিন্ন মাধ্যমে এই তরঙ্গ কিভাবে বিস্তার করে, সেই আলোচনা করব। প্রতিফলন ও প্রতিসরণ সূত্রের তাত্ত্বিক প্রমাণ ও এই ঘটনার বিশদ ব্যাখ্যা একমাত্র তড়িৎ চুম্বকীয় তত্ত্বের সাহায্যেই দেওয়া যায়। এই তত্ত্বের সাহায্যে আলোর সমাবর্তন ব্যাখ্যাই প্রমাণ করে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ একটি অনুপ্রস্থ তরঙ্গ। এই তত্ত্বে মাধ্যমের স্বাপ্ত ধর্মই প্রকাশ পায়।

উদ্দেশ্য ঃ

এই অধ্যায়ের আমরা শিখব

- ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলিকে একত্রে লেখবার সময় প্রথমে আলোচিত হবে—
  ভ্রংশ ভেক্টর প্রবাহ বলতে কি বোঝায় ও এই রাশিটির ব্যবহার করে কিভাবে অস্থায়ী তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রে অ্যামপিয়ারের সূত্রের সঠিক রূপটি লেখা যায়।
- তড়িৎ আধানের অবিচ্ছিন্নতার সূত্রের সাথে সামঞ্জস্য রেখে কিভাবে তড়িৎ-চুম্বকীয় ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্রকে সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায় ও তা থেকে পয়েন্টিং ভেক্টরের আলোচনা করা।
- ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলির সাহায্যে বিভিন্ন ধরণের মাধ্যমের ক্ষেত্রে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের সমীকরণের কিভাবে গঠন করা যায়। বিভিন্ন মাধ্যমে তড়িৎচুম্বকীয় সমতল তরঙ্গের বিস্তারণের ধর্মগুলিই বা কি?
- প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্রের প্রমাণ, দুটি পরা তড়িৎ মাধ্যমের সংযোগতলে তড়িৎ ও চৌম্বকক্ষেত্রর শর্তগুলি আরোপ করে কিভাবে ফ্রেনেলের সম্পর্কগুলি নির্ণয় করা যায়।

● প্রতিফলনের ফলে আলোক তরঙ্গের সমাবর্তন, আভ্যন্তরীণ পূর্ণ প্রতিফলনের ঘটনা আলোচনা কর।

10.2 ম্যাক্সওয়েলের তড়িৎ চুম্বকীয় সমীকরণ

তড়িৎক্ষেত্র ও চুম্বকক্ষেত্র সংক্রান্ত সূত্রগুলি মূলতঃ পরীক্ষালব্ধ। পরিবর্তনশীল তড়িৎ-চুম্বকীয় ক্ষেত্রে এই সমীকরণগুলির সাধারণ রূপকে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ বলে।

প্রথমে স্থির তড়িৎ ও চুম্বকক্ষেত্রর সূত্রগুলি আলোচনা করা যাক।

স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের সূত্র হিসাবে কুলম্বের সূত্রকে সরাসরি উপস্থিত না করে, গাউসের সূত্রের সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। ইহার ভেক্টর অবকল সমীকরণ (10.1)। আবার কুলম্ব বল সংরক্ষী। ফলে তড়িৎ প্রাবল্য ভেক্টর একটি অঘূর্ণন ভেক্টর।

সুতরাং, স্থির তড়িৎক্ষেত্রের সূত্র হিসাবে লিখতে পারি,

$$\nabla . E = \rho / \epsilon_0 \quad (10.1)$$

$$\bar{\nabla} \times \bar{E} = 0 \quad (10.2')$$

তড়িৎ আধান যেমন তড়িৎ ক্ষেত্রের উৎস, তার সাথে সামঞ্জস্য রেখে, এভাবেও বলা যায়, যে একাধিক চুম্বক মেরুর আবেশের ফলে চুম্বক ক্ষেত্রের সৃষ্টি হয়। কিন্তু এক্ষেত্রে, চুম্বক মেরু বা আধানের সমাবেশ বিচ্ছিন্ন বা অবিচ্ছিন্ন যাই হোক না কেন, চুম্বক আধানের যোগফল শূণ্য হবে। সুতরাং, চৌম্বক ক্ষেত্রের সাধারণ ধর্ম "একক চুম্বক মেরুর অনুপস্থিতি" এই সূত্রের গাণিতিক রূপ $\bar{\nabla} . \bar{B} = 0$। স্থায়ী তড়িৎ প্রবাহই স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের উদ্ভবের কারণ। স্থায়ী প্রবাহ ঘনত্ব J-এর সাথে উদ্ভুত চৌম্বক ক্ষেত্রর সম্পর্ক অ্যামপিয়ারের সূত্রর সাহায্যে প্রকাশ করা যায়। স্থির চুম্বক ক্ষেত্রের সূত্রগুলি

$$\bar{\nabla} . \bar{B} = 0 \quad (10.3)$$

$$\bar{\nabla} . \bar{B} = \mu_0 J \quad (10.4')$$

যদিও স্থায়ী তড়িৎ প্রবাহই স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের উৎস, তবুও স্থির তড়িৎ ও স্থির চৌম্বক ক্ষেত্রের সূত্রগুলির সাথে কোন যোগাযোগ নেই। এই ক্ষেত্রগুলি যথাক্রমে স্থির আধান ঘনত্ব ρ ও স্থির প্রবাহ ঘনত্ব J-এর উপর নির্ভর করে। ফ্যারাডেই প্রথম দেখান পরিবর্তনশীল চৌম্বকক্ষেত্র, তড়িৎক্ষেত্রের উৎস হতে পারে।

ফ্যারাডের সূত্রের গাণিতিক রূপ $\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ (10.2)

এক্ষেত্রে উল্লেখ করা যেতে পারে উদ্ভুত তড়িৎক্ষেত্র স্থির তড়িৎক্ষেত্রর মত সংরক্ষী নয়, অর্থাৎ, $\bar{\nabla} \times \bar{E} \neq 0$. সমীকরণ (10.2) সমীকরণ (10.2′) এর সাধারণ রূপ অস্থায়ী প্রবাহর জন্য সত্যি। এখন প্রশ্ন উঠতে পারে, পরিবর্তিত তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্রের অন্যান্য সমীকরণগুলির সাধারণ রূপ কি হওয়া উচিত?

তড়িৎ আধান স্থির না থাকলে কুলম্বের সূত্র প্রযোজ্য নয়। সেক্ষেত্রে দেখাই যাচ্ছে $\bar{\nabla} \times \bar{E} \neq 0$. কিন্তু

তড়িতাধানের মান গতির সাথে বদলায় না, যে কোন নির্দেশ তন্ত্রে তার মান অচর। সুতরাং, কোন আবধ্ব তল থেকে নির্গত তড়িৎফ্লাক্সের মান সেই মুহূর্তে সেই তলে আবধ্ব তড়িত আধানের সমষ্টির সমানুপাতিক হবে, অর্থাৎ সময়ের সাথে পরিবর্তনশীল তড়িৎক্ষেত্রের জন্যও গীডসের উপপাদ্য প্রযোজ্য (প্রান্তিক প্রশ্ন 1 দেখুন)

একক চৌম্বক মেরুর অনুপস্থিতি কখনই চৌম্বক ক্ষেত্রের বা উৎস প্রবাহের স্থায়ীত্বর উপর নির্ভর করে না। সুতরাং, $\vec{\nabla}.\vec{B}=0$ এই সূত্রটি অস্থায়ী তড়িৎ-চুম্বক ক্ষেত্রেও প্রযোজ্য। অপর সমীকরণটি আলোচনার আগে আমরা এই সমীকরণগুলিকে প্রাথমিক সূত্র হতে প্রতিষ্ঠা করার চেষ্টা করব।

ম্যাক্সওয়েল সমীকরণগুলির প্রতিষ্ঠা ঃ

(ক) $Div\ \vec{D}=\rho$

একটি পরাবৈদ্যুতিক মাধ্যমের কোন আয়তন 'v' এর আবধ্ব তলের ক্ষেত্রফল s। এই মাধ্যমে মোট আধান মুক্ত আধান ও আবেশী আধান এর যোগফল। ঐ তলের কোন বিন্দুতে ρ এবং ρ_d যথাক্রমে মুক্ত আধান ও মেরুবর্তী আধানের ঘনত্ব হলে গাউস সূত্র অনুসারে,

$$\int_s \vec{E}.\overrightarrow{ds}=\frac{1}{\epsilon_0}\int_v(\rho+\rho_d)\,dv$$

কিন্তু মেরুবর্তী আধান ঘনত্ব ও মেরুবর্তিত ভেক্টর $\vec{P}$. এর সম্পর্ক কিন্তু $\rho_d=-div\,P$

$$\therefore \int_s \epsilon_0 \vec{E}.d\vec{S}=\int_v(\rho-div\,\vec{P})\,dv$$

$$\therefore \int_v div\,\epsilon_0\,\vec{E}\,dv=\int_v(\rho-div\,\vec{P})\,dv$$

$$\therefore \int \vec{\nabla}.(\epsilon_0 E+\vec{P})\ dv=\int_v \rho dv$$

or, $\nabla.\vec{D}=\rho$ where $\vec{D}=\epsilon_0\vec{E}+\vec{P}=$ তড়িৎ ভ্রংশ ভেক্টর

ঘ) $div\,\vec{B}=\vec{\nabla}.\vec{B}=0$

বাস্তবে বিচ্ছিন্ন চুম্বক মেরু পাওয়া যায় না। ফলে চৌম্বক বলরেখা সর্বদাই আবধ্ব। সুতরাং, চুম্বকক্ষেত্রের যে কোন আবধ্ব তলে যতগুলি বলরেখার প্রবেশ করে ততগুলিই ঐ তল হতে বেরিয়ে যায়। সুতরাং, যে কোন আবধ্ব তলে মোট চৌম্বক আবেশ রেখার প্রবাহ শূন্য হয়। অর্থাৎ, $\int_s \vec{B}.d\vec{s}=0$

বা, $\int_v \vec{\nabla}.\vec{B}\,dv=0$ বা, $\vec{\nabla}.\vec{B}=0.$

গ) $\text{Curl}\,\vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

10.2 সমীকরণে উল্লেখ করা হয়েছে যখন চৌম্বক প্রবাহ সময়ের সহিত পরিবর্তিত হয় তখন স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রে $\vec{E}$ এর ধর্ম $\nabla \times E = 0$ সমীকরণ (10.2') প্রযোজ্য হয় না। ফ্যারাডের তড়িৎচুম্বকীয় সমীকরণ থেকে 10.2 এর প্রতিষ্ঠা সম্ভব। আমরা জানি কোন বধ্ব ক্ষেত্রে চুম্বক প্রবাহের পরিবর্তন হলে একটি ক্ষণস্থায়ী তড়িচ্চালক বল আবিষ্ট হয় এবং এটির মান $e = -{}^{d\phi}\!/_{dt}$.

কিন্তু $\varphi = \int_s \vec{B}.d\vec{s}$ $s =$ আবধ্ব বর্তনীর সীমাতল।

$$\therefore\ e = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B}.d\vec{s}$$

আবার তড়িচ্চালক বলের সংজ্ঞা থেকে পাই, $e = \oint_c \vec{E}.dl$

C ঐ আবধ্ব তলের বেষ্টিত রেখা।

$$\therefore\ \oint_c E.dl = -\frac{d}{dt}\int_s \vec{B}.\,d\vec{s}$$

$$\int_s (\vec{\nabla} \times \vec{E}).\,d\vec{s} = -\int_s \frac{d}{dt}\vec{B}.d\vec{s}$$

or, $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$.

ঘ) $\text{Curl}\,\vec{H} = \vec{\nabla} \times H = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

অ্যামপিয়ারের পরিক্রমণ উপপাদ্যের গাণিতিক রূপ

$\oint H.dl = I = \int \vec{J}.\,d\vec{s}$ $[\vec{J} =$ প্রবাহ ঘনত্ব।$]$

বাঁদিকে ষ্টোকস সূত্র প্রয়োগ করে পাই

$\int_s (\vec{\nabla} \times \vec{H}).d\vec{s} = \int \vec{J}.d\vec{s}$ অতএব, $\vec{\nabla} \times \vec{H} = J$ —(10.4′)

অস্থায়ী প্রবাহের ক্ষেত্রে 10.4′ সমীকরণ সঙ্গতিপূর্ণ কিনা তা প্রমাণের জন্য আমরা প্রবাহী বলবিজ্ঞানে তড়িৎ আধানের নিত্যতার সুত্রটির সাহায্য নেব। ইহার গাণিতিক রূপ $\frac{\partial P}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{J} = 0$ (10.5)

10.4' এর উভয়দিকে ডাইভারজেন্স নিয়ে পাই,

$$\nabla.(\nabla\times H)=\nabla.J$$

or, $\nabla.J=0$.

ইহা 10.5 সমীকরণের সঙ্গে সঙ্গতি পূর্ণ নয়। যদিও স্থায়ী প্রবাহের ক্ষেত্রে $\frac{\partial P}{\partial t}=0$ বলে সেটির ক্ষেত্রে 10.4' প্রযোজ্য হলেও অস্থায়ী প্রবাহের ক্ষেত্রে সেটির সংশোধন প্রযোজ্য।

চৌম্বকক্ষেত্রের পরিবর্তনের ফলে তড়িৎক্ষেত্রের উদ্ভব ফ্যারাডের এই পর্যবেক্ষণের সাথে সামঞ্জস্য রেখে আমরা বিপরীতক্রমে তড়িৎক্ষেত্রের পরিবর্তনের ফলে চৌম্বকক্ষেত্রের উদ্ভবের সম্ভাবনার প্রশ্নটির তাত্ত্বিক বিশ্লেষণ করতে পারি। এই বিশ্লেষণ ও একই সাথে অ্যামপিয়ার উপপাদ্যের অসংগতি দূরীকরণ ম্যাক্সওয়েলের একটি অন্যতম অবদান। এই সংশোধনের জন্য ম্যাক্সওয়েল ভ্রংশ প্রবাহের ধারণার অবতারণা করেন এবং তার মতে মোট প্রবাহ ঘনত্ব $J+J_d$ [J_d = ভ্রংশ প্রবাহ ঘনত্ব]

সুতরাং, $\nabla\times\vec{H}=(\vec{J}+\vec{J}_d)$

এখন, $\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}\times\vec{H})=\vec{\nabla}.(\vec{J}+\vec{J}_d)$

or, $\vec{\nabla}.(\vec{J}+\vec{J}_d)=0$

or, $-\frac{\partial P}{\partial t}+\nabla.J_d=0$

or, $-\frac{\partial P}{\partial t}(\vec{\nabla}.\vec{D})+\nabla.J_d=0$ [সমীকরণ 10.1 হতে]

$$J_d=\partial\vec{D}/\partial t$$

সুতরাং, অ্যামপিয়ারের পরিক্রমণ উপপাদ্য হতে এবং ভ্রংশ প্রবাহের ধারণাকে ধরে 10.4' সমীকরণের সংশোধিত রূপ

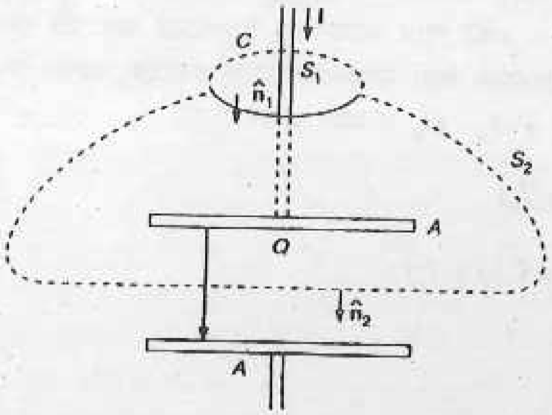
$$\vec{\nabla}\times\vec{H}=\vec{J}+\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \qquad (10.4)$$

পর্যবেক্ষণ 1 ঃ স্থির প্রবাহর ক্ষেত্রে অ্যামপিয়ারের সূত্রটি অবিকৃত থাকে।

পর্যবেক্ষণ 2 ঃ ফ্যারাডের সূত্রের সাথে সামঞ্জস্য রেখে বলা যায়, চৌম্বক ক্ষেত্রের পরিবর্তনের ফলে যেমন তড়িৎ ক্ষেত্রের উদ্ভব হয়, সেরকম শুধুমাত্র তড়িৎক্ষেত্রের পরিবর্তনের ফলে (পরিবাহী প্রবাহর অনুপস্থিতিতেও) চৌম্বকক্ষেত্রের উদ্ভব সম্ভব।

ভ্রংশ প্রবাহের প্রয়োজনীয়তা ভালভাবে বোঝার আমরা একটি সহজ উদাহরণ আলোচনা করব।

উদাহরণ ঃ একটি সমান্তরাল পাত ধারককে সমহারে তড়িতাকরণ—আলোচনার সুবিধার জন্য ধরে নিতে পারি, ধারকের দুইপাতের মধ্যে তড়িৎক্ষেত্র $\overline{E}$ পাতের লম্ব পাত দুটির মধ্যেই সীমাবদ্ধ। আমরা পরিবাহীর তড়িৎপ্রবাহ মাত্রার মান নির্ণয় করতে চাই। প্রথমে পরিবাহীকে ঘিরে একটি বদ্ধ রেখা c কল্পনা করা হল (চিত্র 10.1) আমরা বিভিন্ন ধরনের তলের কথা ভাবতে পারি যাদের প্রত্যেকটির সীমানা c বক্র দ্বারা নির্দিষ্ট। আসুন, আমরা এই ধরনের দুইটি তল নেই, একটি s_1: শুধু মাত্র পরিবাহীকে ছেদ করে (ধারককে নয়) এবং s_2: এই তল শুধুমাত্র ধারককে ছেদ করে (পরিবাহীকে নয়)। এই দুটি তলের ওপর অ্যামপিয়ার সূত্রের সাধারণ রূপটি অর্থাৎ সমীকরণ (10.4) কে সমাকলন করে পাই,



চিত্র 10.1

$$\int_{s_1} \overline{\nabla} \times \overline{B} . \hat{n}_1 d s_1 = \mu_0 \int J . \hat{n}_1 d s_1 + \epsilon_0 \int \frac{\partial E}{\partial t} . \hat{n}_1 d s_1 \quad (10.6a)$$

$$\int_{s_2} \overline{\nabla} \times B . \hat{n}_2 d s_2 = \mu_0 \int J . \hat{n}_2 d s_2 + \epsilon_0 \int \frac{\partial E}{\partial t} . \hat{n}_2 d s_2 \quad (10.6b)$$

যেহেতু s_1 ও s_2 উভয় তলের সাধারণ সীমা রেখা c, সুতরাং, সেগুন্সের উপপাদ্যর সাহায্য লিখতে পারি

$$\int_{s_1} (\overline{\nabla} \times \overline{B}) . \hat{n}_1 d s_1 = \oint_c \overline{B} . \overline{dl} = \int_{s_2} (\overline{\nabla} \times B) . \hat{n}_2 d s_2$$

উপরের সম্পর্ক থেকে বলতে পারি সমীকরণ (10.6a) ও (10.6b) এর ডান দিকের অংশ দুইটির মান সমান। এখন ধারক পাতের মধ্যে তড়িৎ প্রবাহর মান শূন্য $\therefore \overline{J} = 0$, আবার পরিবাহীর ক্ষেত্রে $\overline{J}_d = 0$,

সুতরাং, তড়িৎপ্রবাহ $I = \in \frac{\partial}{\partial t}\int \bar{E}.d\bar{s} = \frac{\partial Q}{\partial t} = \oint_c \bar{B}.\overline{dl}.$

একই পদ্ধতিতে s_1 ও s_2 তলের উপর অ্যামপিয়ারের সূত্রকে অর্থাৎ সমীকরণ 10.4′ কে সমাকলন করলে দেখা যাবে, তল দুইটির সাধারণ সীমারেখা c-র উপর $\oint_c \bar{B}.d\bar{l}$ এর মান দুইটি ক্ষেত্রে আলাদা অর্থাৎ অসঙ্গতিপূর্ণ। সমীকরণ 10.5′ এর সাহায্যে বলতে পারি বর্তনীর মধ্যে সামগ্রিক প্রবাহ $I_T = I_d + I$ এর মান ধ্রুবক। উপরের উদাহরণটিকে সরাসরি এই ভাবেও ব্যাখ্যা করা যায় যে পরিবাহী মধ্যে $I_T = I$ (যেহেতু $J_d = 0$) ও ধারকের মধ্যে $I_T = I_d = \frac{dQ}{dt}$ (যেহেতু $I = 0$) সুতরাং, $I_T = I = \frac{\partial Q}{\partial t}$

পরিবাহীর মধ্যে প্রবাহমাত্রার তড়িৎক্ষেত্রের পর্যাবৃত্ত পরিবর্তনের ক্ষেত্রে আমরা সহজেই ভ্রংশ প্রবাহ ও তড়িতাধান প্রবাহর অনুপাত নির্ণয় করতে পারি। এখানে $\bar{J} = \sigma \bar{E} = 1$ ও $\frac{\partial D}{\partial t} = \in \frac{\partial E_0 e^{i\omega t}}{\partial t} = i\omega E$। প্রবাহ দুটির অনুপাত $\frac{|J|}{|J_d|} = \frac{\sigma}{\omega t}$ মাধ্যম সুপরিবাহী হলে $\frac{\sigma}{\omega t} >> 1$, বাস্তবক্ষেত্রে মাধ্যম কতটা সুপরিবাহী তা বোঝার জন্য এই অনুপাতটি ব্যবহার করা হয়।

উপাদান মাধ্যমে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ ঃ

উপাদানের উপস্থিতিতে আবেশের জন্য মাধ্যমের বিভিন্ন বিন্দুতে তড়িতাধান ঘনত্ব ρ বা প্রবাহ ঘনত্ব J-এর মান সঠিকভাবে নির্ণয় করা যায় না। শুধু স্বাধীন তড়িতাধান ঘনত্ব ρ_f বা স্বাধীন তড়িৎ প্রবাহ ঘনত্ব J_f মান নির্দিষ্ট রূপে বলা যায়। সেই কারণে উপাদান মাধ্যমে গাউস বা অ্যামপিয়ারের সূত্র $\bar{E}$ ও $\bar{B}$ ক্ষেত্রর পরিবর্তে সহযোগী রাশি $\bar{D}$ ও $\bar{H}$ এর সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি যথাক্রমে

$\bar{\nabla}.\bar{D} = \rho_f$ ... 10.7a $\qquad$ $\bar{\nabla}.\bar{B} = 0$ ... 10.7c

$\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$ ... 10.7b $\qquad$ $\bar{\nabla} \times \bar{H} = \bar{J}_f + \frac{\partial \bar{D}}{\partial t}$ ... 10.7d

সমসত্ত্ব ও সমদৈশিক (isotropic) মাধ্যমের ক্ষেত্রে $\bar{D} = \in \bar{E}$ ও $\bar{B} = \mu \bar{H}$ যেখানে তড়িৎ ও চৌম্বক ভেদ্যতা $\in$ ও μ এর মান মাধ্যমের যে কোন বিন্দুতে সমান তবে সহযোগী ক্ষেত্র D বা H-এর ওপর নির্ভর করতে পারে। যদি $\in$ বা μ এর মান ধ্রুবক হয় অর্থাৎ সহযোগীক্ষেত্রগুলি D ও H এর সাথে $\bar{E}$ ও $\bar{B}$ এর সমন্ধ রৈখক, সেক্ষেত্রে মাধ্যমকে রৈখিক মাধ্যম বলা হয়।

সুতরাং, রৈখিক মাধ্যমের ক্ষেত্রে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ, শূণ্য মাধ্যমের জন্য লিখত সমীকরণগুলির অনুরূপ [সমীকরণ 10.1-10.4 দেখুন] শুধুমাত্র $\in_0$ ও μ_0 এর পরিবর্তে স্বাভাবিক ভাবেই $\in$ ও μ ব্যবহার করতে হবে।

10.3 পয়েন্টিং ভেক্টর উপপাদ্য বা শক্তির নিত্যতা সূত্র

শক্তির নিত্যতা সূত্র তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রে কিভাবে প্রযোজ্য সেটাই পয়েন্টিংয়ের উপপাদ্যের মূল বিষয়। মাধ্যম রৈখিক হলে, তড়িৎ আধানের কোন নির্দিষ্ট সমাবেশের জন্য স্থির তড়িৎ ক্ষেত্রের শক্তি ঘনত্ব u_ϵ কে সাধারণত $\frac{\epsilon}{2}E^2$ এই রাশিমালার সাহায্যে প্রকাশ করা হয়। অনুরূপভাবে চৌম্বকক্ষেত্রের শক্তি ঘনত্ব $u_B = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$. অতএব তড়িৎচুম্বক ক্ষেত্রের শক্তি ঘনত্ব $u_f = u_B + u_\epsilon = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2\mu}B^2$.

মাধ্যমে তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রের উপস্থিতিতে, কোন তড়িৎ আধানের উপর প্রযুক্তবল $F = q[E + v\times B]$ এই বলের বিরুদ্ধে δq পরিমাণ তড়িতাধানের উপর কৃতকার্য্য $\delta W = \bar{F}.\bar{dl} = \delta q\,[E + v\times B].\bar{v}dt$ যেখানে dt সময়ে আধানটি dl দূরত্ব অতিক্রম করে। আবার $\rho d^3x = \delta q$ এবং $\rho\bar{v} = J$ অতএব যান্ত্রিক ক্ষমতা, $\frac{dW}{dt} = \int \bar{E}.J\,d^3x$

ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ (10.7d) এর সাহায্যে লিখতে পারি

$$E.J = E\left[\nabla\times H - \frac{\partial D}{\partial t}\right] = E.\nabla\times H - E.\frac{\partial D}{\partial t}$$

[যেহেতু $\bar{\nabla}.(\bar{E}\times\bar{H}) = H.\bar{\nabla}\times\bar{E} - \bar{E}.\bar{\nabla}\times\bar{H}$ এবং $\bar{\nabla}\times E = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}$

সুতরাং, $\bar{E}.J = -H.\frac{\partial B}{\partial t} - E\frac{\partial D}{\partial t} - \nabla.(E\times H)$

$$\therefore \frac{dW}{dt} = -\int_v\left(\bar{H}.\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} + E.\frac{\partial\bar{D}}{\partial t}\right)d^3x - \int_v\bar{\nabla}.(\bar{E}\times\bar{H})\,d^3x$$

এখন যদি আমরা ধরে নেই, (i) মাধ্যমটি রৈখিক সেক্ষেত্রে উপরের সম্পর্কটির ডানদিকের প্রথম পদকে তরিৎচুম্বকীয় শক্তির ঘনত্ব রূপে প্রকাশ করা যায়, যেহেতু $\bar{H}.\frac{d\bar{B}}{\partial t} + E.\frac{\partial\bar{D}}{\partial t} = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial B^2}{\partial t} + \frac{1}{2}\epsilon\frac{\partial E^2}{\partial t} = \frac{\partial U_f}{\partial t}$.
U_f রাশিটি স্থির তড়িৎ ও স্থায়ী চুম্বক ক্ষেত্রের শক্তি ঘনত্ব নির্দেশ করে। যা হোক আমরা দরে নিতে পারি অস্থায়ী তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রে এই গাণিতিক রূপটি সমভাবে প্রযোজ্য। অতএব

$$\int_v \frac{u_{mech}}{\partial t}d^3x + \int_v\frac{\partial uf}{\partial t}d^3x + \int_v\nabla.(\bar{E}\times\bar{H})d^3x = 0$$

যেখানে মোট যান্ত্রিক কাজ $W=\int u_{mech}d^3x$. সুতরাং, $\frac{\partial}{\partial t}\left(u_{mech}+u_f\right)+\overline{\nabla}.(E\times H)=0$ (10·8)

এই সমীকরণটি তড়িৎ আধানের অবিচ্ছিন্নতার সূত্র $\frac{\partial\rho}{\partial t}+\overline{\nabla}.J=0$ এর অনুরূপ।

এই সমীকরণ শক্তির নিত্যতা সূত্রকে নির্দেশ করে। এখানে তড়িতাধান ঘনত্ব ρ-এর বদলে শক্তি ঘনত্ব $u\,(=u_{mech}+u_f)$ ও তড়িৎপ্রবাহ ঘনত্ব J-এর বদলে $(E\times H)$ রাশিটি শক্তিপ্রবাহকে নির্দেশ করে। $\bar{s}=\bar{E}\times\bar{H}$ রাশিটি পয়েন্টিং ভেক্টর নামে পরিচিত। s রাশিটি যে এক ধরনের প্রবাহকে নির্দেশ করে তা সহজেই অনুমেয়।

$$\frac{\partial}{\partial t}\,ud^3x=-\int\overline{\nabla}.\bar{S}\,d^3x=-\int\bar{s}.\hat{n}\,da$$

$\int S\,\hat{n}\,da$ বহিঃতল থেকে নির্গত মোট শক্তির ফ্লাক্স।

পয়েন্টিং উপপাদ্য ঃ তড়িৎ আধানের উপর তড়িৎ চুম্বকীয় বল দ্বারা কৃতকার্য তড়িৎ চুম্বকীয় শক্তির হ্রাস ও বহিঃতল থেকে নির্গত শক্তি ফ্লাক্সের যোগফল।

10.4 তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ

ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণের সাহায্যে তরঙ্গের সমীকরণ গঠন করা যায়। সুতরাং, তাত্ত্বিক দিক থেকে, এই সমীকরণ তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গের অস্তিত্বকে স্বীকার করে। এই তত্ত্বের উপর ভিত্তি করে হার্জ সর্বপ্রথম পরীক্ষাগারে এই তরঙ্গের অস্তিত্বকে প্রমাণ করেন।

পূর্বে লক্ষ্য করেছি যে ম্যাক্সওলেয়লের সমীকরণ হতে শক্তির সমাকলন অসীমে বর্তমান। এটি শক্তির প্রবাহ নির্দেশ করে এবং আমরা এই বর্তমান শক্তিকে বিকিরণ বলি। ম্যাক্সওয়েলের চারটি প্রথম ক্রম রৈখিক আংশিক অবকল সমীকরণগুলিকে একত্র করে দুটি দ্বিতীয় ক্রম আংশিক অবকল সমীকরণে পরিণত করা যায়। এগুলি তরঙ্গ সমীকরণের অনুরূপ।

তড়িতাধান ঘনত্ব ρ_f বা প্রবাহ ঘনত্ব J_f এর স্পন্দনের জন্য তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রে আন্দোলন সৃষ্টি হয় এই আন্দোলন সময়ের সাথে তরঙ্গাকারে ছড়িয়ে পড়ে। ধরে নেওয়া যেতে পারে, মাধ্যমের যে অংশে এই আন্দোলন ছড়িয়ে পড়ছে, মাধ্যমের সেই অংশে কোন তড়িতাধান নেই অর্থাৎ ρ=0. মাধ্যমের প্রকৃতির ওপর নির্ভর করে তরঙ্গের সমীকরণের রূপের কিছু পরিবর্তন হতে পারে। কয়েকটি বিশেষ ক্ষেত্রে এই সমীকরণ কিভাবে গঠন করা যায়, এই অনুচ্ছেদে সেটাই আমাদের আলোচ্য বিষয়।

আমরা ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি হতে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ সমীকরণ পাওয়ার জন্য মাধ্যমকে সমসত্ত্ব রৈখিক মাধ্যম হিসাবে কল্পনা করব। ফলে মাধ্যমের বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক ভেদ্যতা ∈ এবং μ ও পরিবহিতাঙ্ক σ ধরলে,

$\vec{D} = \in \vec{E}$, $\vec{B} = \mu\vec{H}$ এবং $\vec{J} = \sigma\vec{E}$। আধানহীন মাধ্যমের ক্ষেত্রে $\rho=0$ ও প্রযোজ্য। এই মাধ্যমে কোন আধান রাখলেও তা দ্রুত মাধ্যমের সীমানায় পৌছে যায়। ফলে $\rho=0$; এই গুলি ধরে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ

$$\nabla . E = 0 \quad (10.9a) \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10.9c)$$

$$\nabla \times \vec{B} = 0 \quad (10.9b) \text{ এবং } \quad \nabla \times \vec{B} = \mu\sigma\vec{E} + \in \mu . \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (10.9d)$$

(10.9c) এর উভয় দিকে কার্ল $\vec{\nabla}_x$ প্রয়োগ করে পাই,

$$\nabla \times \left(\vec{\nabla} \times E\right) = -\vec{\nabla} \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\nabla} \times \vec{B}\right)$$

বা, $\nabla\left(\vec{\nabla}.\vec{E}\right) - (\nabla.\nabla)E = -\frac{\partial}{\partial t}\left[\mu\sigma E + \mu \in \frac{\partial E}{\partial t^2}\right]$

বা, $-\nabla^2 E = -\left[\mu\sigma\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}\right]$

বা, $\nabla^2 E - \mu\sigma\frac{\partial E}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$ (10.10a)

অনুরূপে (10.9d) এর উভয়দিকে কার্ল প্রয়োগ করে পাই,

$$\nabla^2 \vec{B} - \sigma\mu\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0 \quad (10.10b)$$

উভয় সমীকরণ (10.10a) ও (10.10b) সমীকরণ পাওয়ার জন্য (10.9a), (10.9d), (10.9b) ও (10.9c) সমীকরণ ব্যবহার করা হয়েছে। (10.10a) ও (10.10b) সমীকরণ দুটির তরঙ্গের সমীকরণ নির্দেশ করলেও উভয়ের মধ্যবর্তী পদটি $\mu \in \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ বা $\mu\sigma\frac{\partial B}{\partial t}$ তরঙ্গের ক্ষয় নির্দেশ করে। অর্থাৎ চলতরঙ্গে বিস্তার সময়ের সাথে কমতে থাকে। পরিবাহী মাধ্যমের ক্ষেত্রে উপরোক্ত সমীকরণদ্বয় তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ সমীকরণ নির্দেশ করে।

শূন্য মাধ্যমে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ সমীকরণ ঃ

শূন্য মাধ্যমের ক্ষেত্রে $J = 0$ এবং অবশ্যই $\rho = 0$। $\in_0$ ও μ_0 যথাক্রমে শূন্য মাধ্যমের বৈদ্যুতিক ও চৌম্বক ভেদ্যতা। $J = 0$ হওয়াতে (10.10a) ও (10.10b) এর পরিবর্তে আমরা শূন্য মাধ্যমের তরঙ্গ সমীকরণ হিসাবে পাই,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (10.11a)$$

এবং $$\nabla^2 B = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad (10.11b)$$

এরা উভয়েই চলতরঙ্গের সমীকরণের $\nabla^2 u = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ এর অনুরূপ। এই সমীকরণে c তরঙ্গ বেগ নির্দেশ করে। ফলে (10.11a) ও (10.11b) কে তরঙ্গ সমীকরণের সাধারণরূপ হিসাবে তুলনা করে পাই

$$c_u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

এখানে লক্ষ্যণীয়—(ক) এই সমীকরণ গঠনের ক্ষেত্রে ভ্রংশ প্রবাহের উপস্থিতি অবশ্যই প্রয়োজন।

(খ) এই সমীকরণ অনুযায়ী $\bar{E}$ ও $\bar{B}$ ক্ষেত্র ভেক্টর শূন্য মাধ্যমে তরঙ্গ আকারে প্রসারিত হয় যার তরঙ্গ বেগ $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ শূন্য মাধ্যমের এই বেগের মান $3\times10^8 . m/s$ যা আলোর বেগের সমীকরণ। c-এর এই তাত্ত্বিক মান প্রমাণ করে আলো একটি তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ।

(গ) এই তাত্ত্বিক আলোচনার ফলে আলোক তরঙ্গের প্রসারে কল্পিত ইথার মাধ্যমের প্রয়োজনীয়তা দূর হয়। ম্যাক্সওয়েল সমীকরণ হতে পাওয়া তরঙ্গ সমীকরণ হতে বলা যায় যে, পরিবর্তনশীল তড়িৎক্ষেত্র উৎপন্ন করে। পর্যায়ক্রমে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ ক্ষেত্রের একটি নির্দিষ্ট গঠন মাধ্যমের উপস্থিতি ছাড়াও তরঙ্গাকারে বিস্তার লাভ করতে পারে।

পরা তড়িৎ মাধ্যমে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গ :

সমদৈহিক পরা তড়িৎ মাধ্যমে (10.11a) ও (10.11b) এর প্রকৃতি পাওয়ার জন্য আমরা কেবল ঐ মাধ্যমের ভেদ্যতা ও μ ধরে এবং এক্ষেত্রেও $J = 0$ ধরে পাই,

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \epsilon \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (10.12a)$$

এর $$\nabla^2 B = \mu \epsilon \frac{\partial^2 B}{\partial t} \quad (10.12b)$$

সুতরাং, এক্ষেত্রে যে কোন পরা তড়িৎ মাধ্যমে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ ক্ষেত্র ভেক্টর তরঙ্গ আকারে প্রবাহিত হয় তরঙ্গ বেগ $c = 1/\sqrt{\mu \epsilon}$.

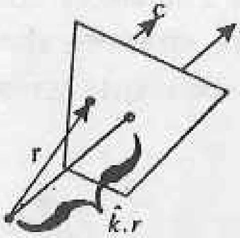
K_m মাধ্যমের আপেক্ষিক ভেদ্যতা ও K_c মাধ্যমের পরাবৈদ্যুতিক ধ্রুবক হলে,

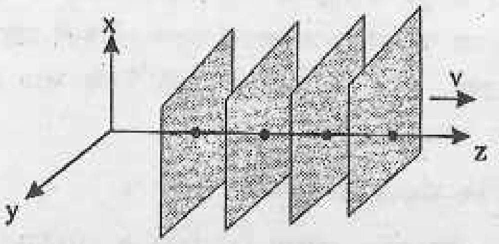
$$c=\frac{1}{\sqrt{\mu \in}}=\frac{1}{\sqrt{K_m\mu_0 . K_c \in_0}}=\frac{c_0}{\sqrt{K_m K_c}} \qquad (10.13)$$

যেহেতু K_m ও K_c উভয়েই 1 অপেক্ষা বড় $c<c_0$ এবং $\frac{c_0}{v}=\sqrt{K_m K_c}=n$ মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক। বিভিন্ন তরঙ্গ দৈর্ঘ্যের তরঙ্গের ক্ষেত্রে μ বা $\in$ তরঙ্গ কম্পাঙ্কের উপর নির্ভরশীল হওয়া এই ধরনের মাধ্যমকে বিচ্ছুরক মাধ্যম বলা হয়।

সমতল চল তরঙ্গর সমাধান :

তরঙ্গ সমীকরণের বিভিন্ন ধরনের সমাধান হতে পারে, আমাদের বিবেচ্য বিষয়, অপেক্ষাকৃত সরল চল-তরঙ্গ সমাধান। যদি দেখা যায় কোন সমতলের উপর প্রতিটি বিন্দুতে তরঙ্গের দশার মান সমান সেক্ষেত্রে তরঙ্গকে সমতল তরঙ্গ বলা হয়। উৎসের আকার যাই হোক, উৎস থেকে অনেক দূরে চল তরঙ্গে কোন অংশকে সমতল চল-তরঙ্গ হিসাবে ভাবা যায়। এই সমতল কোন নির্দিষ্ট দিকে যে বেগে ধাবমান হয় তাকেই চল-তরঙ্গের গতি বেগ বলা হয়। সমতলের ভেক্টর সমীকরণ $\hat{n}.\bar{r}=$ধ্রুবক যেখানে $\hat{n}$ সমতলের উপর লম্ব। (চিত্র 10.2 দেখুন) এখন $\hat{n}$ এর দিকে v গতিবেগে ধাবমান সমতলের সমীকরণ $\hat{n}.\bar{r}=\pm vt$ এবং দেখান যায় চল-তরঙ্গের সমাধানকে $\hat{n}.\bar{r}-vt$ ও $\hat{n}.\bar{r}+vt$ এর আপেক্ষক হিসাবে লেখা যায়।





চিত্র 10.2

গাণিতিক বিশ্লেষণের সুবিধার জন্য আমরা ধরে নিতে পারি তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ সমীকরণের সমতল চল-তরঙ্গ সমাধান $\begin{pmatrix}\vec{E}(r,t)\\ \vec{B}(r,t)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\vec{E}_0\\ \vec{B}_0\end{pmatrix}e^{j(\bar{K}.\bar{r}-wt)}$ (10.14)

এখানে তরঙ্গের বিস্তারণ ভেক্টর (Propagation Vector) $K=\frac{2\pi}{\lambda}\hat{n}$ যেখানে λ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য ও ω তরঙ্গের কৌণিক কম্পাঙ্ক নির্দেশ করে সুতরাং $\frac{\omega}{K}=v$ (দশা গতিবেগ)। এই সমাধান E_0 বা $\bar{B}_0$ তরঙ্গের বিস্তার ও $e^{j(\bar{K}.\bar{r}-\omega t)}$ তরঙ্গের দশা অংশ। এই সমাধান জটিল রাশির সাহায্যে প্রকাশ করা হলেও পরিমাপের ক্ষেত্রে রাশিগুলির শুধু মাত্র বাস্তব বা কাল্পনিক অংশই বিচার করা হয়।

উপরের E বা B ক্ষেত্রের নির্দিষ্ট রূপ (সমীকরণ 10.14 দেখুন) শুধু মাত্র যে তরঙ্গের সমীকরণের সমাধান তাই নয়, ঐ সমাধান ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণে সিদ্ধ হবে অর্থাৎ উপরের সমাধানে কতকগুলি অতিরিক্ত শর্ত আরোপিত হবে। এটাই আমাদের আলোচ্য বিষয়। প্রয়োগের সুবিধার জন্য নিম্নলিখিত সম্পর্কগুলি উল্লেখ করা হল।

$$\overline{\nabla}\, e^{j(\overline{K}.\overline{r}-\omega t)} = \left(\hat{x}\frac{\partial}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial}{\partial z}\right) e^{j(K.\overline{r}-\omega t)}$$

$$=\left(\hat{x}\frac{\partial\phi}{\partial x}+\hat{y}\frac{\partial\phi}{\partial y}+\hat{z}\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)\frac{\partial e^{j\phi}}{\partial\phi}$$

(যেখানে $\phi = K_x x + K_y Y + K_z Z - \omega t$) $= j^{e^{j\phi}K}$ (10.15a)

$$(\overline{\nabla}.\nabla)\, e^{j\phi} = \nabla.\, je^{j\phi}K = j(\nabla e^{j\phi}).\overline{K} = -e^{j\phi}(K.\overline{K})$$

(যেহেতু K একটি ধ্রুবক ভেক্টর) (10.15b)

$$\frac{\partial e^{j\phi}}{\partial t} = j\omega e^{j\phi} \text{ এবং } \frac{\partial^2}{\partial t^2} = -j\omega\frac{\partial}{\partial t}e^{j\phi} = -\omega^2 e^{j\phi} \qquad (10.15c)$$

উপরের সমাধান (10.14) ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$\overline{\nabla}.E = \overline{\nabla}.E_0 e^{j\phi} = E_0.\nabla e^{j\overline{K}.\overline{r}}$ (যেহেতু E_0 একটি ধ্রুবক ভেক্টর)

$$= je^{j\phi}\, E_0.\overline{K}$$

$$= j\, E.\overline{K}$$

$\therefore\ E.\,K = 0$ (10.16a) $[\because \nabla.E = 0]$

একই রকম ভাবে $\overline{\nabla}.B = 0$ এই সমীকরণে সমাধান (10.14) বসালে পাই

$B.K = 0$ (10.16b)

(10.16a) ও (10.16b) শর্ত দুইটি থেকে পাই

(1) $\overline{E}$ ও $\overline{B}$ উভয়ই বিস্তারণ ভেক্টর $\overline{K}$ এর লম্ব অর্থাৎ $\overline{E}$ ও $\overline{B}$, K-এর লম্ব তলে থাকে সুতরাং তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ।

ফ্যারাডের সূত্র থেকে পাই

$$\overline{\nabla}\times\overline{E}=\frac{\delta\overline{B}}{\delta t}=j\omega\overline{B}$$

আবার $\overline{\nabla}\times\overline{E}_0 e^{j\overline{k}.\overline{r}}=\left(\nabla\times\vec{E}_0\right)e^{j\overline{k}.\overline{r}}-\overline{E}_0\times\nabla e^{j\overline{k}.\overline{r}}$ ($\because$ $\vec{E}_0$ একটি ধ্রুবক ভেক্টর)

$$=-E_0\times Je^{j\overline{k}\overline{r}}\,\overline{K}$$

$$=-j\overline{E}\times\overline{k} \qquad (\because \text{ সম্পর্ক } 10.15a)$$

$$\therefore\ \overline{B}=\frac{1}{\omega}\left(\overline{k}\times\overline{E}\right) \qquad (10.16C)$$

অনুরূপে $\vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu\in\frac{\delta\vec{E}}{\delta t}$ ব্যবহার করে পাই

$$\overline{k}\times\vec{B}=-\mu\in\omega\vec{E} \quad -10.16C^1$$

10.16C ব্যাখ্যা হিসাবে বলা যায় $\vec{B}$ ভেক্টর $\vec{k}$ ও $\vec{B}$ উভয়ে লম্ব এবং অনুরূপে $10.116C^1$ থেকে বলা যায় $\vec{E}$ ভেক্টর $\vec{k}$ ও $\vec{B}$

উভয়ের লম্ব। সুতরাং ক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ পরস্পর লম্ব এবং উহারা উভয় $\vec{k}$ বিস্তারণ ভেক্টরের লম্ব।

অর্থাৎ $\overline{B}$, $\overline{k}$ ও $\overline{E}$ ভেক্টর তিনটি পরস্পর লম্ব। এই তিনটি ভেক্টরকে কার্টেজীয় তন্ত্রের তিনটি অক্ষ দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

সমীকরণ (10.16C) থেকে বলা যায় $\overline{B}$ এর বিস্তার $\overline{B}_0$ এর মান

$$B_0=\frac{k}{\omega}E_0 \quad -(10.16d)$$

এখন মাধ্যমের প্রকৃতি অনুযায়ী k ও ω এর অনুপাতের নির্দিষ্ট সম্পর্ক থাকে। এই ক্ষেত্রে E_0/B_0 এর অনুপাত বাস্তব ও ধনাত্মক হওয়ায় ক্ষেত্রভেক্টর এই দশায় থাকে।

(ক) মাধ্যম যদি তড়িৎ পরিবাহী না হয়।

সেক্ষেত্রে তরঙ্গের সমীকরণ (10.11) -এ সমাধান (10.14) বসালে পাই

$$\nabla^2 E=-\overline{E}\left(\overline{k}.\overline{k}\right) \qquad (\because \text{ সম্পর্ক } 10.15b)$$

$$= \mu \in \frac{\delta^2 E}{\delta t^2} = -\mu \in \omega^2 E \quad (\therefore \text{ সম্পর্ক } 10.15C)$$

$$\therefore \; \bar{k}.\bar{k} = \mu \, t \, \omega^2$$

বা $$\frac{\omega}{k} = \nu = \frac{1}{\sqrt{\mu \in}} \qquad (10.16C)$$

10.16C মাধ্যমে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের বেগ নির্দ্দেশ করে।

(খ) মাধ্যম যদি তড়িৎ পরিবাহী হয়।

পরিবাহী মাধ্যমের তরঙ্গের অবকল সমীকরণে (10.13) তরঙ্গাকার সমাধান (10.14) বসালে পাই

$$-\left(\bar{k}.\bar{k}\right)\bar{E} = -j\sigma\omega\vec{E} - \mu \in \omega^2 \vec{E}$$

[$\therefore$ সম্পর্ক 10.15b – 15C দেখুন]

$\therefore \; k^2 = j\sigma\mu\omega + \mu \in \omega^2$ পরিবাহী প্রবাহজনিত অতিরিক্ত পদ $j\sigma\mu\omega$ এর উপস্থিতির জন্য k রাশিটি এ ক্ষেত্রে জটিল।

ধরা যাক $k = k_+ + jk_-$ উপরের সমীকরণের বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ তুলনা করলে পাই
$k_+^2 - k_-^2 = \mu \in \omega^2$

$$2k_+k_- = \sigma\mu\omega$$

এই সমীকরণ দুটি থেকে k_+ বা k_- কে অপনয়ন করে চর্তুঘাত সমীকরণ পাওয়া যাবে। এই সমীকরণের গ্রহণ যোগ্য বীজ

$$k_+ = \sqrt{\frac{\mu \in}{2}}\omega\left(\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\in\omega}\right)^2}+1\right)^{1/2} \qquad (10.17a)$$

$$k_- = \sqrt{\frac{\mu \in}{2}}\omega\left(\sqrt{H^+\left(\frac{\sigma}{\in\omega}\right)^2}-1\right)^{1/2} \qquad (10.17b)$$

আবার $\bar{k} = (k_+ + jk_-)\hat{k} = |k|e^{j\theta\hat{k}}$

সুতরাং $\bar{k}$ এর মান $|k| = \sqrt{\mu \in}\,\omega\left(1+\left(\frac{\sigma}{\in\omega}\right)^2\right)^{1/4}$ (10.17c)

$\bar{k}$ এর দশা $\theta = Tan^{-1}\frac{k_-}{k_+}$

এখানে উল্লেখ করা যেতে পারে, ω ও k র অনুপাত ω এর উপর নির্ভর করে, সুতরাং পরিবাহী মাধ্যম অনিবার্য্য ভাবে বিচ্ছুরক মাধ্যমে অর্থাৎ $\frac{d\omega}{dk} \neq 0$

এ ক্ষেত্রেও ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ থেকে প্রমাণ করা যায় $\bar{B}$, $\bar{E}$ ও $\bar{k}$ পরস্পর লম্ব। লক্ষ্যণীয় বিষয় হল

ফ্যারাডের সূত্র, $\bar{B} = \frac{1}{\omega}(\bar{k} \times \bar{E})$ সম্পর্কটির ক্ষেত্রে $\bar{k}$ জটিল রাশি। সুতরাং এই সমীকরণের বাস্তব ও কাল্পনিক অংশ দুইটি আলাদা শর্ত নির্দেশ করবে সেক্ষেত্রে

$$\bar{B} = \frac{|k|e^{j\theta}}{\omega}(\hat{k} \times \bar{E}) \quad (10.17d)$$

বাস্তব অংশ তুলনা করলে পাই $|B_0| = \frac{|k|}{\omega}|E_0|$

এখন ধরা যাক তড়িৎ ক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{E}$ Z অক্ষ বরাবর অগ্রগামী সুতরাং চল তরঙ্গর সমাধান $\bar{E} = \bar{E}_0 e^{-k_- z} e^{j(k_+ z - \omega t)}$ সম্পর্ক 10.17d থেকে পাই $\bar{B} = \bar{B}_0 e^{-k_- z} e^{j(k_+ z - \omega t + \theta)}$

অর্থাৎ B ও E কে এর মধ্যে দৃশা পার্থক্য θ, $\bar{B}$ বা $\bar{E}$ র

দশা গতি বেগ $v_{ph} = \frac{\omega}{k_+}$ অর্থাৎ $\bar{K}$ ভেক্টরের বাস্তব অংশ তরঙ্গের বিস্তারণের সাথে যুক্ত অন্য দিকে k এর কাল্পনিক অংশে, k_ তরঙ্গ বিস্তারের সূচক ক্ষয় নির্দেশ করে।

পরিবাহীর মধ্যে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ যে দুরত্ব অতিক্রম করলে তরঙ্গের বিস্তার e ভাগ কমে যায়, সেই দুরত্বকে ত্বক গভীরতা (Skindepth) বলা হয়। যেহেতু সূচকক্ষয় $e^{-k_- z}$, সুতরাং ত্বক গভীরতা $Z_s = \frac{1}{k_-}$ ধরে নেওয়া যেতে পারে তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গ পরিবাহীর মধ্যে $\frac{1}{k_-}$ দূরত্ব পর্যন্ত প্রবেশ করতে পারে।

আগেই উল্লেখ করা হয়েছে, $\frac{\sigma}{\epsilon\omega}$ এই অনুপাত থেকে মাধ্যমটি সুপরিবাহী না কুপরিবাহী এই ধারণা করা যায়।

(i) যখন $\frac{\sigma}{\epsilon\omega} << 1$ মাধ্যমটি কুপরিবাহী, সেক্ষেত্রে সম্পর্ক (10.17a) ও (10.17b) থেকে লিখতে পারি

$$k_+ \simeq \sqrt{\mu\epsilon\omega}$$

$$k_- \cong \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}}\omega\left[1+\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^2-1\right]^{1/2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}\,\sigma$$

এবং BE মধ্যে যদি দশা পার্থক্য θ হয়,

$$tan\,\theta = \frac{k_-}{k_+} = \frac{\sigma}{2\epsilon w} << 1$$ অর্থাৎ দশা পার্থক্য নগন্য।

(2) যখন $\frac{\sigma}{2\epsilon\omega} >> 1$ অর্থাৎ মাধ্যমে সুপরিবাহী,

সেক্ষেত্রে $$k_+ \cong \sqrt{\frac{\mu\epsilon}{2}}\omega\left(\frac{\sigma}{\epsilon\omega}\right)^{1/2} = \sqrt{\frac{\mu\omega\sigma}{2}} = k_- \quad (10.17e)$$

$$\tan\theta = 1 \quad \therefore\ \theta = 45^\circ$$ ত্বক গভীরতা, $d = \frac{1}{k_-} = \left(\frac{2}{\mu\omega\sigma}\right)^{1/2}$

এখন $k_+ = k_-$ $\quad \therefore\ d = \frac{1}{k_+}$ বা তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\lambda = 2\pi d$

10.17(d) হতে $\left|\frac{B}{E}\right| = \frac{k}{\omega} = \frac{k_+ + jk_-}{\omega}$

এই রাশিমালা জটিল হওয়ায় আমরা বলতে পারি যে $\vec{B}$ ও $\vec{E}$ একই দশায় নেই।

তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের শক্তি ঘনত্ব ও পয়েন্টিং ভেক্টর

আলোচনার সুবিধার্থে বিভিন্ন ভৌতরাশির পরিমাপের জন্য E ও B র তরঙ্গ সমাধানের বাস্তব অংশ নিয়ে কাজ করব এবং ধরে নেব তরঙ্গটি একটি নির্দিষ্ট দিকে, ধরা যাক Z অক্ষ বরাবর ধাবমান, পরা তড়িৎ মাধ্যমে k বাস্তব।

অতএব $\overline{E}(z,t) = \overline{E}_0\cos(kz-\omega t)$ ও

$$\overline{B}(z,t) = \frac{\left(\overline{k}\times\overline{E}_0\right)}{\omega}\cos(kz-\omega t)$$

তড়িৎ শক্তি ঘনত্ব $U_\in = \frac{1}{2}\in E^2 = \frac{1}{2}\in E_0^2\cos^2(k-z-\omega t)$

ও চৌম্বক শক্তি ঘনত্ব $U_B = \frac{1}{2\mu}B^2 = \frac{1}{2\mu}\frac{\left(\overline{k}_0\times\overline{E}_0\right)}{\omega^2}\cos^2(kz-\omega t)$

$$= \frac{1}{2}\frac{k^2E_0^2}{\mu\omega^2}\cos^2(kz-\omega t)$$

$$= \frac{1}{2}\in E_0^2\cos^2(kz-\omega t)$$

$\therefore \because U_B = U_\in$ পরা তড়িৎ মাধ্যমে তড়িৎশক্তি ঘনত্ব ও চৌম্বকশক্তি ঘনত্বর মান সমান $\therefore$ মোট শক্তি ঘনত্ব $U = U_B + U_\in = \in E_0^2\cos^2(kz-\omega t)$ (অর্থাৎ প্রতি একক তলের মধ্য দিয়ে প্রতি একক সময়ে প্রবাহিত শক্তি) পয়েন্টিং ভেক্টর $\overline{S} = \frac{1}{\mu}\left(\overline{E}\times\overline{B}\right) = \frac{1}{\mu\omega}\vec{E}_0\times\left(\overline{k}\times\overline{E}_0\right)\cos^2(kz-\omega t)$

$$= \frac{1}{\mu}\frac{k}{\omega}E_0^2\hat{k}\cos^2(kz-\omega t)$$

$\therefore \bar{S} = \nu u\hat{k}$ [10.16c ব্যবহার করে]

তরঙ্গের বিস্তারণের দিকেই ν গতিতে শক্তি প্রবাহিত হয়।

তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের কম্পাঙ্ক খুব বেশী, সেই কারণে $\cos^2$ পদটি সময়ের সাথে অতি দ্রুত কম্পিত হয়। কার্যত ভৌতিক রাশিটির সময়ের গড়মানই পরিমাপ যোগ্য। পর্যাবৃত কম্পনের ক্ষেত্রে সময়ের গড়মান নির্ধারণের ক্ষেত্রে সময়ের ব্যবধান বলতে স্পন্দনের পর্যায়কাল T কেই বোঝায়। যে কোন পর্যাবৃত রাশি A এর সময়ের গড়মান

$$< A > = \frac{1}{T}\int_0^T A(t)dt$$

এই ফর্মুলা অনুযায়ী $< \cos^2(kz - \omega t) > = \frac{1}{2}$

$$\therefore < U > = \frac{1}{4} \in E_0^2 = < U_B > \text{ ও } < \bar{S} > = \nu < u > \hat{k}$$

এই সমীকরণের ব্যাখ্যা হিসাবে লেখা যায় যে কোন স্থির সমসত্ত্ব পরাতড়িৎ মাধ্যমে তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের সঙ্গে যুক্ত শক্তি ঘনত্ব মাধ্যমের মধ্য দিয়ে ক্ষেত্র ভেক্টরের বেগ নিয়ে অগ্রসর হয়। শূন্য মাধ্যমের ক্ষেত্রেও এই ব্যাখ্যা প্রযোজ্য।

প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রবাহিত শক্তির ফ্লাক্সকে তড়িৎ-চুম্বকীয় বিকিরণ প্রাবল্য (Intensity of radiation) বলা হয়। ধরা যাক, কোন তলের লম্ব ভেক্টর $\hat{n}$ সেক্ষেত্রে শক্তি প্রাবল্য $I = < \bar{S} > .\hat{n} = \nu < u > \left(\hat{k}.\hat{n}\right)$ (10.18)

পরিবাহী মাধ্যমের ক্ষেত্রে, $\bar{k} = (k_+ + ik_-)\hat{k}$

তড়িৎক্ষেত্র ও চৌম্বকক্ষেত্র তরঙ্গের মধ্যে দশা পার্থক্য θ হলে

$\theta_B = \theta_E + \theta$ তড়িৎ ক্ষেত্র $\bar{E}(z,t) = \bar{E}_0 e^{-k_- z}\cos(k_+ z - \omega t + \delta E)$

$$\bar{B}(z,t) = \frac{|k|}{\omega}\left(\hat{k} \times \bar{E}_0\right)e^{-k_- z}\cos(k_+ z - \omega t + \theta_E + \theta)$$

এক্ষেত্রে k_- তরঙ্গের সূচকক্ষয় ও k_+ তরঙ্গের বিস্তারণের সাথে যুক্ত।

সময়ের গড় তড়িৎ শক্তি ঘনত্ব $<U_\epsilon>=\frac{1}{2}\in e^{-2kz}E_0^2<\cos^2(k_+z-\omega t+\theta_E)$

$$=\frac{1}{4}\in e^{-2k_-z}E_0^2$$

আবার $<U_B>=\frac{1}{2\mu}e^{-2k_-z}\frac{|k|^2}{\omega^2}E_0^2<\cos^2(k_+z-\omega t+\theta_E+\theta)$

$$=\frac{1}{4\mu}\frac{|k|^2}{\omega^2}e^{-2k_-z}E_0^2$$

এখন মাধ্যম সুপরিবাহী হলে $k_+=k_-=\sqrt{\frac{\mu\sigma\omega}{2}}$ $(\because\ 10.17e)$

সেক্ষেত্রে $\frac{<U_B>}{<U_E>}=\frac{\sigma}{\in\omega}>>$ অর্থাৎ সুপরিবাহী

মাধ্যমে মোট তড়িৎ চুম্বকশক্তির বেশীর ভাগটাই চৌম্বক শক্তি রূপে রক্ষিত থাকে। কিন্তু মোট শক্তি ঘনত্ব পরিবাহী মাধ্যমে তরঙ্গের প্রবাহের সাথে সাথে ক্ষয়প্রাপ্ত হয়। এবং এই ক্ষয় মূলতঃ জুলের তাপ ক্রিয়ার ফলে হয়।

এই ক্ষেত্রে পয়েন্টিং ভেক্টর $\vec{S}=\frac{1}{\mu}(\vec{E}\times\vec{B})$ যার গড় মান $<\vec{S}>=<\frac{1}{\mu}(\vec{E}\times\vec{B})>$ এর বাস্তব অংশ

$$=[\frac{1}{\mu}\frac{k}{\omega}E_0^2\hat{k}e^{-2k_-z}$$

$$<\cos(k_+z-\omega t+\theta_E)\cos(k_+z-\omega t+\theta_E+\theta)>]$$

এর বাস্তব অংশ

$$=\left[\frac{\hat{k}}{2\mu}\frac{|k|}{\omega}E_0^2e^{-2k_-z}.\cos\theta\right]\text{এর বাস্তব অংশ}$$

$$= \frac{k_+}{2\mu\omega} E_0^2 e^{-2k_- z} . \cos 0 \quad —(10.19)$$

$$\left[\because \quad \bar{k} = \bar{k}_+ + jk_-\right]$$

তরঙ্গের সমাবর্তিত অবস্থা (State of polarisation)

তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্র E এর অভিমুখই তরঙ্গের সমাবর্তিত অবস্থাকে নির্দিষ্ট করে, যেহেতু তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ, সুতরাং সমতল চল তরঙ্গের বিস্তারন ভেক্টর $\bar{k}$ এর উলম্ব তলে তড়িৎ ও চৌম্বক ক্ষেত্র আবদ্ধ থাকে। ধরা যাক তরঙ্গটি Z অক্ষ বরাবর ধাবমান, সেক্ষেত্রে X-Y তলকে কম্পন তল বলা হয়। এই তলের যে কোন দুটি পরস্পর লম্ব একক ভেক্টর (ধরা যাক X ও Y অক্ষ বরাবর) $\hat{\epsilon}_x$ ও $\hat{\epsilon}_y$ এর সাহায্যে $\vec{E}$ ভেক্টরকে প্রকাশ করা সম্ভব।

সাধারণ ভাবে $\vec{E} = \left(E_{0X}\,\hat{\epsilon}_X + E_{0Y}\,\hat{\epsilon}_Y\right)e^{i(kz-\omega t)} = E_0\hat{p}e^{i(kz-\omega t)}$

ধরা যাক, E_{0X} ও E_{0Y} বাস্তব রাশি, এখন $E_0 = \sqrt{E_{0X}^2 + E_{0Y}^2}$ সমাবর্তন ভেক্টর $\hat{p}$ X অক্ষের সাথে θ কোণে আনত $\tan\theta = \frac{E_{0Y}}{E_{0X}}$ তরঙ্গের এই ধরণের সমাবর্তিত অবস্থাকে রৈখিক সমাবর্তন (linear ploarisation) বলা হয়। চিত্র 10.3a দেখুন।

উপরের উদাহরণে আমরা দেখলাম তড়িৎ ক্ষেত্র $\vec{E}$ কে সাধারণ ভাবে দুটি উলম্ব উপাংশ $\bar{E}_X$ ও $\bar{E}_Y$ এর সমন্বয়ে লেখা হয়েছে। এই দুটি উপাংশর মধ্যে দশা পার্থক্য δ মান শূণ্য। যদি $\delta \neq 0$ হয়।

সে ক্ষেত্রে তরঙ্গটি উপবৃত্তাকার সমাবর্তিত অবস্থায় আছে।

$$\vec{E} = E_{0X}\,\hat{\epsilon}_X\,e^{i(kz-\omega t)} + E_{0Y}\,\hat{\epsilon}_Y\,e^{i(kz-\omega t+\delta)}$$

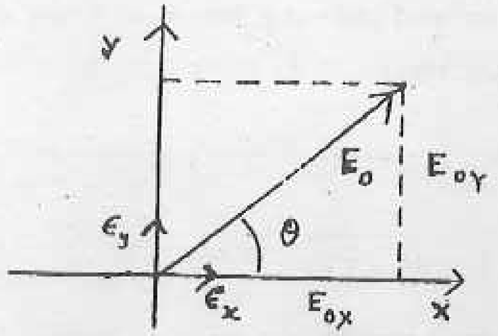
$$= \left(E_{0X}\,\hat{\epsilon}_X + E_{0Y}e^{i\delta}\,\hat{\epsilon}_Y\right)e^{i(kz-\omega t)}$$

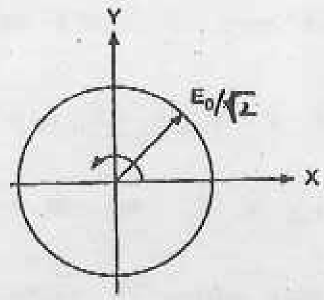
আমরা যদি $\bar{E}_X$ ও $\bar{E}_Y$ এর বাস্তব অংশ নিয়ে কাজ করি, সেক্ষেত্রে উপাংশ দুটি $\bar{E}_X = E_{0X}\,\hat{\epsilon}_X\cos(kz-\omega t)$ ও $\bar{E}_Y = E_{0Y}\,\hat{\epsilon}_Y\cos(kz-\omega t+\delta)$ এই সমীকরণ দুটির সাহায্যে দশা অংশকে অপনয়ন করলে পাই

$$\frac{E_X^2}{E_{0X}^2}+\frac{E_Y^2}{E_{0Y}^2}-\frac{2E_XE_Y}{E_{0X}E_{0Y}}\cos\delta=\sin^2\delta$$

এই সমীকরণটি উপবৃত্তের সাধারণ সমীকরণ, যার অক্ষ দুটি X ও Y অক্ষের সাথে 2δ কোণে আনত, বিশেষ ক্ষেত্রে $\delta \underset{\pm}{=} N/2$

$\frac{E_X^2}{E_{0X}^2}+\frac{E_Y^2}{E_{0Y}^2}=1$ উপবৃত্ত যার অক্ষ দুইটি X ও Y অক্ষ বরাবর,





$\delta=\pm\frac{\pi}{2}$ এবং $E_{0X}=E_{0Y}=E_0/\sqrt{2}$ এই বিশেষ অবস্থা কে বৃত্তাকার সমবর্ত্তন বলা হয়।

চিত্র d(10.3b) দেখুন, বৃত্তের সমীকরণ $E_X^2+E_Y^2=\frac{E_0^2}{2}$

10.5 পরা তড়িৎ মাধ্যমে তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ

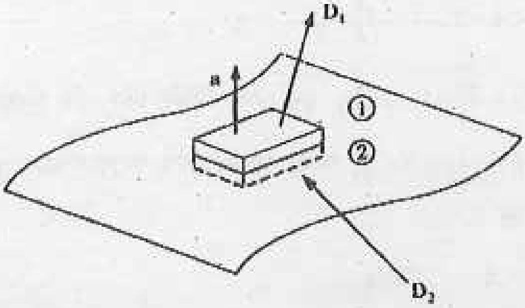
পরা তড়িৎ মাধ্যম দুটির সংযোগ সমতলে তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রের উপর আরোপিত শর্তগুলী নীচে আলোচনা করা হল।

পরা-তড়িৎ মাধ্যমে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলি সমাকলন করে পাই

(1) $\int \overline{D}.d\overline{S}=0$ (3) $\oint \overline{E}.d\overline{l}=-\frac{\delta}{\delta t}\int \overline{B}.d\overline{S}$

(2) $\int \overline{B}.d\overline{s} = 0$ (4) $\oint \overline{\mathrm{H}}.\mathrm{d}\bar{\mathrm{l}} = \frac{-\delta}{\delta \mathrm{t}} \int \overline{\mathrm{D}}.\mathrm{d}\bar{\mathrm{s}}$

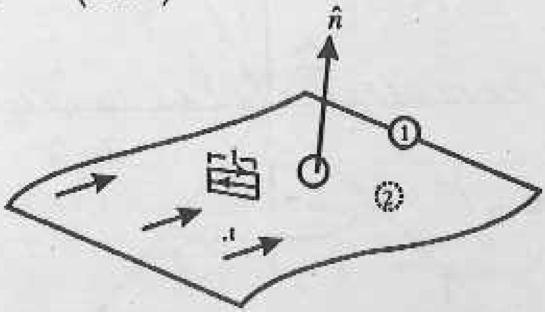
প্রথম দুটি সমীকরণ সমাকলনের জন্য সমকোণী চৌপলাকৃতি বধ্ব তল নেওয়া হল যার উচ্চতা খুবই কম, $\Delta l \to 0$ এবং প্রস্থচ্ছেদ দুটি সংযোগী সমতলের দু পাশে থাকে। (চিত্র 10.4a দেখুন) $\Delta l \to 0$ সুতরাং চৌপলের পার্শ্বতল থেকে নির্গত $\overline{D}$ বা $\overline{B}$ ক্ষেত্রের ফ্লাক্স শূন্য ধরা যেতে পারে। এক্ষেত্রে বধ্বতলের থেকে



নির্গত মোট ফ্লাক্স $\left[\overline{D}_1.\hat{a} - \overline{D}_2.\hat{a}\right]\Delta Q = 0$ Δa চৌপলের প্রস্থচ্ছেদ ও $\hat{a}$ তার উপর লম্ব। একই যুক্তি তে বলা যায় $\left[\overline{B}_1.\hat{a} - \overline{B}_2.\hat{a}\right] = 0$ অর্থাৎ $\overline{D}$ বা $\overline{B}$ এর লম্ব উপাংশ মাধ্যমদ্বয়ের সংযোগতলে সন্তত (Continious)

$$\overline{D}_1.\hat{a} = \overline{D}_2.a \qquad (10.19a)$$

$$\overline{B}_1.\hat{a} = \overline{B}_2.\hat{a} \qquad (10.19b)$$



অপর দুটি সমীকরণের জন্য আমরা আয়তকার বর্তনীর কথা ভাবতে পারি (চিত্র (10.4b) দেখুন। বর্তনীর দুটি সমান্তরাল বাহু সংযোগী সমতলের দুই পাশে থাকে। সংযোগ তলের লম্ব বরাবর অপর দুটি সমান্তরাল বাহুর দৈর্ঘ খুবই কম $\Delta l_2 \to 0$ এবং সেই কারণে এই দুই বাহুর উপর $\oint \overline{B}.d\overline{l}$ বা $\oint \overline{H}.d\overline{l}$ এর মান

শূন্য ধরা যেতে পারে। আবার $\Delta l_2 \rightarrow 0$ এই শর্ত সাপেক্ষে আয়তক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল $\Delta S \rightarrow 0$ সুতরাং আয়তক্ষেত্রের মধ্য দিয়ে নির্গত $\overline{B}$ বা $\overline{D}$ এর ফ্লাক্সের মানও শূন্য। ধরা যাক্ আয়তকার তলের উপর একক লম্ব ভেক্টর $\hat{i}$ সুতরাং সংযোগী সমতল বরাবর একক ভেক্টর $\hat{l} = \hat{i} \times \hat{n}$ আয়তকার বর্তনীর উপর সমাকলন $\oint \overline{E}.d\bar{l}$ এর মান

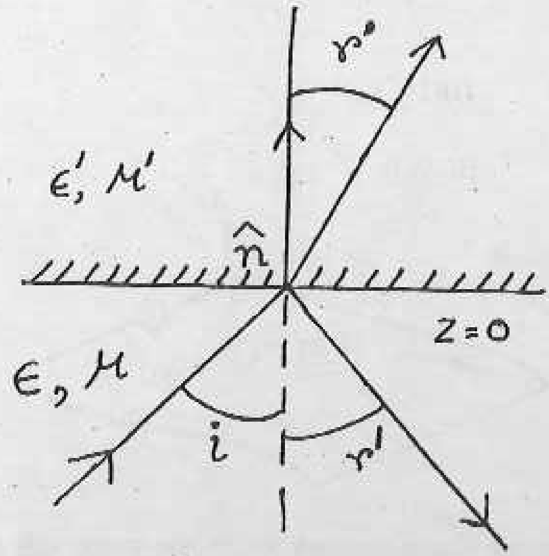
$$\Delta l\left[\vec{E}_1.\hat{i} \times \hat{n} - E_2.\hat{i} \times \hat{n}\right] = 0$$

বা $\hat{i}.\left[\overline{E}_1 \times \hat{n} - \overline{E}_2 \times \hat{n}\right] = 0$ যেহেতু এর কোন নির্দিষ্ট দিক নাই সুতরাং $\overline{E}_1 \times \hat{n} - \overline{E}_2 \times \hat{n} = 0$ একই যুক্তিতে বলা যায় $\overline{H}_1 \times \hat{n} - H_2 \times \hat{n} = 0$ অর্থাৎ মাধ্যমদ্বয়ের সংযোগস্থলে $\vec{E}$ ও $\vec{H}$ এর তলের সমান্তরাল বা তির্যক উপাংশ সন্ততঃ

$$\overline{E}_1 \times \hat{n} = \overline{E}_2 \times \hat{n} \quad 10.19c$$

$$\overline{H}_1 \times \hat{n} = \overline{H}_2 \times \hat{n} \quad 10.19d$$

প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্র (সমসত্ত্ব ও একটা পিক মাধ্যমের ক্ষেত্র) তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের প্রতি-



ফলন ও প্রতিসরণ অতি পরিচিত ঘটনা। সংযোগ তলে তরঙ্গাকার সমাধানের সাধারণ শর্তগুলির সঠিক প্রয়োগ করে এই সূত্রগুলি প্রমাণ করা যায়। তড়িৎ-চুম্বকীয় ক্ষেত্রের বিশেষ শর্ত সমীকরণ 10.19 এর প্রয়োজন হয় না।

আমরা ধরে নেব মাধ্যম দুটি রৈখিক, তাদের তড়িৎ ভেদ্যতা $\in$ ও t' এবং চৌম্বক ভেদ্যতা μ ও μ' মাধ্যম দুটির সংযোগ সমতলের সমীকরণ $Z=0$ আপতিতরশ্মির ক্ষেত্রে (চিত্র 10.5a দেখুন)

$$\bar{E}=\bar{E}_0 e^{j(\bar{k}.\bar{r}-\omega t)}$$

$$\bar{B}=\frac{1}{\nu}\ \frac{\bar{k}\times\bar{E}}{k}$$

প্রতিফলিত রশ্মির ক্ষেত্রে

$$\bar{E}''=\bar{E}''_0 e^{j(\bar{k}''\bar{r}-\omega'' t)}$$

$$\bar{B}''=\frac{1}{\nu}\frac{\bar{k}''\times\bar{E}''}{k''}$$

প্রতিসৃত রশ্মির ক্ষেত্রে

$$\bar{E}'=\bar{E}'_0 e^{i(\bar{k}'.\bar{r}-\omega' t)};\ \bar{B}'=\frac{1}{\nu'}\frac{\bar{k}'\times\bar{E}'}{k'}$$

এখন $Z=0$ সংযোগ সমতলের সববিন্দুতে $\bar{B}$ ও $\bar{E}$ ক্ষেত্রের মান, যে কোন সময় t তে সমান হবে, সংযোগ তলে প্রতিফলিত, প্রতিসৃত ও আপতিতরশ্মির দশার মান সমান হবে। t $\overline{3r}$ নিরপেক্ষ চল অতএব $\omega t=\omega'' t=\omega' t$ সুতরাং $\omega=\omega'=\omega''$ অর্থাৎ প্রতিফলন বা প্রতিসরণের ক্ষেত্রে তরঙ্গের কম্পাঙ্কের কোন পরিবর্তন হয় না। বিস্তারণ ভেক্টরের মান $|k|=|k''|=\dfrac{\omega}{\nu}$ ও $|k'|=\dfrac{\omega}{\nu'}$ তলে দশার $\bar{r}$ সংক্রান্ত পদ

$$(\bar{k}.\bar{r})_{Z=0}=(\bar{k}'.\bar{r})_{Z=0}=(\bar{k}''.\bar{r})_{Z=0}$$

ধরা যাক $Z=0$ তলের একক লম্ব ভেক্টর আমরা জানি $\hat{n}\times(\hat{n}\times\bar{r})=\hat{n}(\hat{n}.\bar{r})-\bar{r}(\hat{n}.\hat{n})$ যখন $Z=0$ বা n^.r−=0 তখন $\bar{r}=-\hat{n}\times(\hat{n}\times\bar{r})$

অতএব $Z=0$ তলে

$$\bar{k}.\hat{n}\times(\hat{n}\times\bar{r})=\bar{k}'.\hat{n}\times(\hat{n}\times\bar{r})=\bar{k}''.\hat{n}\times(\hat{n}\times\bar{r})$$

বা $\quad(\bar{k}\times\hat{n}).(\hat{n}\times\bar{r})=(\bar{k}'\times\hat{n}).(\hat{n}\times\bar{r})=(\bar{k}''.\hat{n})\times(\hat{n}\times\bar{r})$

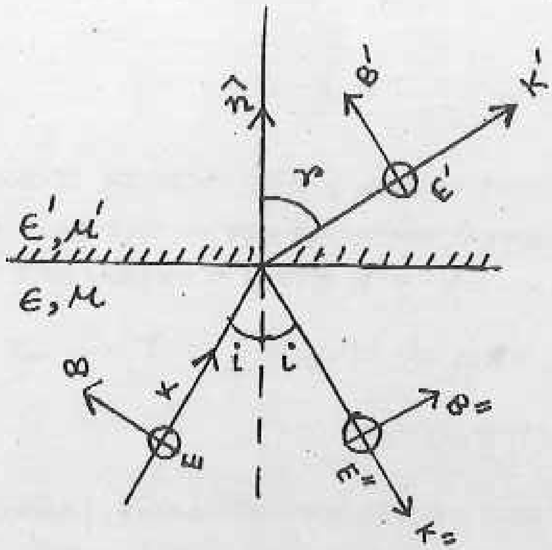
যেহেতু $\bar{r}$ কোন নির্দিষ্ট ভেক্টর নয়, সুতরাং এই শর্তটি $(\hat{n}\times\bar{r})$ এর যে কোন মানেই সিদ্ধ হবে, অর্থাৎ $\bar{k}\times\hat{n}=\bar{k}'\times\hat{n}=\bar{k}''\times\hat{n}$ ভেক্টর তিনটি সমান ও সমান্তরাল, $\bar{k}\times\hat{n}$ ভেক্টরটি $\bar{k}$ ও $\hat{n}$ ভেক্টর দ্বারা অঙ্কিত তল অর্থাৎ আপাতন তলের উপর লম্ব।

অপর দুইটি ভেক্টর $\bar{k}'\times\hat{n}$ ও $\bar{k}''\times\hat{n}$ যথাক্রমে প্রতিসৃত তল ও প্রতিফলন তলের উপর লম্ব। এই তিনটি ভেক্টর সমান্তরাল সুতরাং তল তিনটি অভিন্ন বা রশ্মি তিনটি একই তলে থাকে—এটাই প্রতিফলন বা প্রতিসরএরর প্রথম সূত্র। আবার উপরের সমীকরণ থেকে পাই, $\left|\bar{k}\times\hat{n}\right|=\left|\bar{k}'\times\hat{n}\right|=\left|\bar{k}''\times\hat{n}\right|$ বা $k\sin i=k'\sin r-k''\sin(180^\circ-r')$ যেহেতু $k=k''$ সুতরাং $i=r'$ (প্রতিফলনের দ্বিতীয় সূত্র)

$k\sin i=k'\sin r$ বা $\dfrac{\sin i}{\sin r}=\dfrac{k'}{k}=\dfrac{v}{v'}=\dfrac{n'}{n}$ (স্নেলের সূত্র)

ফ্রেনেলের সম্পর্ক :

আপতিত তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্রের বিস্তার E_0 র সাপেক্ষে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্রের বিস্তারের অনুপাতকে, আপতন কোণ ও মাধ্যম দুটি ভেদ্যতা বা প্রতিসরাঙ্ক র সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।



এই সম্পর্কগুলি ফ্রেনেলর সম্পর্ক নামে পরিচিত। এই সম্পর্ক নির্ধারিনের ক্ষেত্রে মাধ্যম দুটির সংযোগ তলে তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্র সংক্রান্ত আরোপিত শর্ত্তগুলি (সমীকরণ 10.19a–19d) সরাসরি ব্যবহার করা প্রয়োজন। আলোচনার সুবিধার্থে আমরা শুধুমাত্র 10.119C ও 10.19d সমীকরণ দুটির উল্লেখ করব। মাধ্যম রৈখিক ধরলে সমীকরণগুলি

$$(\bar{E}_0+\bar{E}''_0-\bar{E}'_o)\times\hat{n}=0 \qquad 10.20a$$

$$\left[\frac{1}{\mu v k}\left(\bar{k}\times\bar{E}_0+\bar{k}''\times\bar{E}''_0\right)-\frac{(k'\times E'_0)}{\mu' v' k'}\right]\times n'=0 \qquad 10.20b$$

রশ্মি তিনটির E ক্ষেত্রগুলির অনুপাত নির্ণয়ের ক্ষেত্রে আপতিত রশ্মির সমাবর্তিত অবস্থা নির্দিষ্ট করা প্রয়োজন।

আমরা দুটি নিরপেক্ষ সমাবর্তিত অবস্থা উল্লেখ করব। এই দুটি ক্ষেত্রে ফ্রেনেলের সম্পর্ক জানা থাকলে অন্য কোন সমাবর্তিত অবস্থার জন্য উক্ত সম্পর্ক নির্ধারণ করা সম্ভব।

(ক) তড়িৎ ক্ষেত্র E আপাতন তলে লম্ব $(\mathrm{E}.\hat{\mathrm{n}}=0)$

চিত্র (10.5b) অনুযায়ী E ক্ষেত্র পৃষ্ঠার উপর লম্ব। আমাদের দৃষ্টিতে অপসৃয় মান। E ও H ক্ষেত্রের সমান্তরাল উপাংশ সংযোগতলে সন্তত। সমীকরণ 10.20a থেকে পাই, $E_0 + E''_0 = E'_0$ (10.21a) সমীকরণ (10.20b) থেকে পাই।

$$\frac{1}{\mu v k}\left[\overline{E}_0\left(\bar{k}.\hat{n}\right)-\bar{k}\left(\overline{E}_0.\hat{n}\right)+\overline{E}''_0\left(\bar{k}''.\hat{n}\right)-\bar{k}''\left(E''_0.\hat{n}\right)\right]$$

$$=\frac{1}{\mu' v' k'}\left[E'_0\left(\bar{k}'.\hat{n}\right)-\bar{k}'_0\left(E'_0.\hat{n}\right)\right]$$

বা $$\frac{1}{\mu v k}\left[\overline{E}_0\left(\bar{k}.\hat{n}\right)-\overline{E}''_0\left(\bar{k}''.\hat{n}\right)\right]=\frac{E'_0\left(\bar{k}'.\hat{n}\right)}{\mu' v' k'}$$

বা $$\frac{1}{\mu v}\left[E_0\cos i+E''_0\cos(180^\circ-i)\right]=\frac{E'_0\cos r}{\mu' v'}$$

বা $$E_0-E''_0=\frac{\mu v}{\mu' v'}\frac{\cos r}{\cos i}E'_0 \qquad (10.21b)$$

সমীকরণ 10.21a ও 10.21b থেকে E''_0 কে অপনয়ন করে পাই

$$\frac{E'_0}{E_0}=\frac{2}{1+\frac{\mu v}{\mu' v'}.\frac{\cos r}{\cos i}} \qquad (10.21c)$$

অনুরূপে E' অপনয়ন করে পাই,

$$\frac{E''_0}{E_0}=\frac{1-\frac{\mu v}{\mu' v'}\frac{\cos r}{\cos i}}{1+\frac{\mu v}{\mu' v'}\frac{\cos r}{\cos i}} \qquad (10.21d)$$

পরা বৈদ্যুতিক মাধ্যমের ক্ষেত্রে ফ্রেনেলের সমীকরণ (10.21c) ও (10.21d) কে সরলীকরণ করা যায় সেক্ষেত্রে $\mu_0=\mu'_0=\mu_0$

এবং $1/\mu v_0 = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}}$ ও $\frac{1}{\mu' v'} = \sqrt{\epsilon'/\mu'_0}$

এবং $n_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon_0}}$ ও $n_2 = \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon_0}}$ বসালে

$$\frac{E'_0}{E_0} = \frac{2\cos i \times \sqrt{\epsilon/\mu_0}}{\sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}}\cos i + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_0}}\cos r} = \frac{2\cos i\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}}{\sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}\cos i + \sqrt{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0}}\cos r}$$

$$= \frac{2n_1\cos i}{n_1\cos i + n_2\cos r} = \frac{2\cos i}{\cos i + \frac{n_2}{n_1}\cos r}$$

$$= \frac{2\cos i}{\cos i + \frac{\sin i}{\sin r}\cos r} = \frac{2\cos i\sin r}{\sin(r+i)} \quad \text{——(10.21e)}$$

অনুরূপে, $$\frac{E''_0}{E_0} = \frac{\frac{1}{\mu v}\cos i - \frac{1}{\mu' v'}\cos r}{\frac{1}{\mu v}\cos i + \frac{1}{\mu' v'}\cos r} = \frac{\sqrt{\epsilon/\mu_0}\cos i - \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu_0}}\cos r}{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}\cos i + \sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu_0}}\cos r}$$

$$= \frac{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}\cos i - \sqrt{\epsilon'/\epsilon_0}\cos r}{\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}\cos i + \sqrt{\epsilon'/\epsilon_0}\cos r} = \frac{n_1\cos i - n_2\cos r}{n_1\cos i + n_2\cos r}$$

$$= \frac{\cos i - \frac{\sin i}{\sin r}.\cos r}{\cos i + \frac{\sin i}{\sin r}.\cos r}$$ [$\because \frac{n_2}{n_1} = \frac{\sin i}{\sin r}$ (স্নেলের সূত্র)]

$$= -\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \quad \text{....... (10.21f)}$$

(10.21e) ও (10.21f) সমীকরণদ্বয়ের ব্যাখ্যা নিম্নরূপ

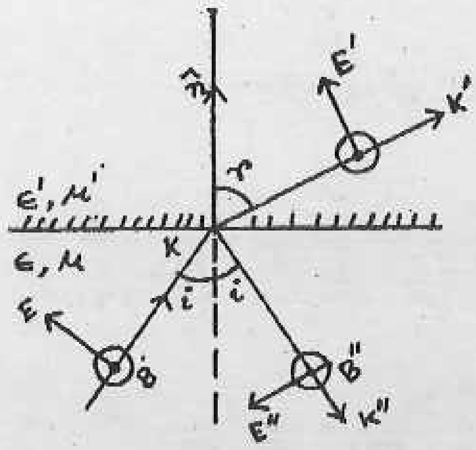
(ক) $n < n_2$ হলে স্নেলের সূত্র অনুসারে আলো অভিলম্বের দিকে বিচ্যুত হয় এবং (10.21f) এর ঋণাত্মক চিহ্ন নির্দেশ করে যে আপতিত তরঙ্গ ও প্রতিফলিত তরঙ্গ পরস্পর বিপরীত দশায় থাকে। অর্থাৎ তড়িৎ চুম্বকীয় তরঙ্গ ঘন মাধ্যম থেকে প্রতিফলিত হলে 180° দশার পরিবর্তন হয়।

(খ) অপর পক্ষে $\frac{n_1}{n_2}$ হলে স্নেলের সূত্রানুসারে আলো অভিলম্ব থেকে সরে যায় এবং সেক্ষেত্রে (10.21f) এর অনুপাত ধনাত্মক হওয়ায় আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গের মধ্যে কোন দশা পার্থক্য থাকে না।

(গ) উভয় ক্ষেত্রেই (10.21e) এর অনুপাত ধনাত্মক থাকে বলে আপতিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গের মধ্যে কোন দশা পার্থক্য থাকে না।

(খ) তড়িৎ ক্ষেত্রে E আপাতন তলের সমান্তরাল; চিত্র (10.5C) অনুযায়ী চৌম্বকক্ষেত্রে $\overline{B}$ পৃষ্ঠার উপর লম্ব। আপতিত ও প্রতিসৃত রশ্মির ক্ষেত্রে $\overline{B}$ ভেক্টর আমাদের দিকে ধাবমান, কিন্তু প্রতিফলিত ও আপতিত রশ্মির চৌম্বক ক্ষেত্রে পরস্পর বিপরীত সংযোগতলে E ও H ক্ষেত্রের সমান্তরাল উপাংশ সন্তত। সমীকরণ 10.20a থেকে পাই $E_0 \sin(90^\circ - i) - E_0'' \sin(90^\circ + i) = E_0' \sin(90^\circ - r)$

বা $(E_0 - E_0'')\cos i = E_0' \cos r$ (10.22a)



চিত্র(10.5c)

দ্বিতীয় শর্তটি (10.20b) যদি $\overline{B}$ ক্ষেত্রের সাহায্যে লিখি

$$\frac{1}{\mu}\left[B_0 \times \hat{n} + B_0'' \times \hat{n}\right] = \frac{1}{\mu'} B_0' \times \hat{n}$$

বা $\frac{1}{\mu}\left(\overline{B}_0+\overline{B}_0''\right)=\frac{1}{\mu'}\overline{B}_0'$ ($\because$ B ক্ষেত্রগুলি $\hat{n}$ এর লম্ব।)

বা $\frac{1}{\mu v}\left[E_0+E_0''\right]=\frac{E_0'}{\mu' v'}$ ($\because$ |B|=||E|)

বা $E_0+E_0''=\frac{\mu v}{\mu' v'}E_o'$ .... (10.22b)

$$\therefore \frac{E_0'}{E_0}=\frac{2}{\frac{\mu v}{\mu' v'}+\frac{\cos r}{\cos i}} \quad \text{........ (10.22c)}$$

পরা তড়িৎ মাধ্যমের ক্ষেত্রে $\mu=\mu'=\mu_0, \frac{1}{\mu v}=\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}$ এবং $\frac{1}{\mu' v'}=\sqrt{\epsilon'/\mu_0}$

এবং $n_1=\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$ ও $n_2=\sqrt{\epsilon'/\epsilon_0}$

ফলে (10.22c) ও (10.22 d) এর সরলীকৃত রূপ

$$\frac{E_0'}{E_0}=\frac{2\sqrt{\epsilon/\mu_0}}{\sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu o}}+\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu o}}\frac{\cos r}{\cos r}}=\frac{2\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}}{\sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon_0}}+\sqrt{\frac{\epsilon}{\epsilon_0}}\frac{\cos r}{\sin i}}$$

$$=\frac{2n_1}{n_2+n_1\frac{\cos r}{\cos i}}=\frac{2}{\frac{\sin i}{\sin r}+\frac{\cos r}{\cos i}}$$

$$=\frac{2\sin r\cos i}{\sin i\cos i+\sin r\cos r}$$

$$=\frac{2\sin r\sin i}{\frac{1}{2}\left(\sin 2i+\sin 2r\right)}=\frac{2\cos i\,\sin r}{\sin(i+r)\cos(i-r)} \quad \text{.......} \quad (10.22\ \text{e})$$

এবং $$\frac{E_0''}{E_0}=\frac{\frac{1}{\mu'v'}-\frac{1}{\mu v}\frac{\cos r}{\cos i}}{\frac{1}{\mu v}\frac{\cos r}{\cos i}+\frac{1}{\mu'v'}}=\frac{\sqrt{\epsilon'/\mu_o}-\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}}\frac{\cos r}{\cos i}}{\sqrt{\frac{\epsilon}{\mu o}}\frac{\cos r}{\cos i}+\sqrt{\frac{\epsilon'}{\mu o}}}$$

$$=\frac{n_2-n_1\frac{\cos r}{\cos i}}{n_1\frac{\cos r}{\cos i}+n_2}=\frac{\frac{\sin i}{\sin r}-\frac{\cos r}{\cos i}}{\frac{\cos r}{\cos i}+\frac{\sin i}{\sin r}}$$

$$=\frac{\tan(i-r)}{\tan(i+r)} \quad \text{..............} (10.22\text{f})$$

পরাতড়িৎ মাধ্যমে তড়িৎক্ষেত্র ভেক্টর $\vec{E}$ আপাতন তলের সমান্তরাল হলে 10.22d ও 10.22 e সমীকরণদ্বয় ফ্রেনেলের সমীকরণ নির্দেশ করে।

$\frac{E_0'}{E_0}$ সর্বদা ধনাত্মক হওয়ায় আপতিত ও প্রতিসৃত তরঙ্গ একই দশায় থাকে। একটি গুরুত্বপূর্ণ ফল এই সম্পর্ক থেকে পাওয়া যায় যখন $i+r=90°$. 10.22f এর হর অসীম হয় এবং প্রতিফলন গুণাঙ্ক শূন্য হবে। এই ক্ষেত্রে আপাতন কোণ $i=i_p=90°-r$ কে ব্রুস্টারকোণ বা সমাবর্তন কোণ বলা হয়।

এবং $n=\frac{\sin i}{\sin r}$ হতে পাই

$$n=\frac{\sin i}{\sin(90°-i)}$$

$$n=\tan\ i=\tan\ i_p$$

সুতরাং অসমাবর্তিত আলোক তরঙ্গ (যেখানে সাধারণত দুটি সমাবর্তনের মিশ্রণ থাকে) i_p কোণে আপতিত হলে, যে সকল আলোক তরঙ্গের তড়িৎ ক্ষেত্র ভেক্টর আপাতনতলের লম্ব তারই কেবল প্রতিফলিত হয়। অর্থাৎ প্রতিফলিত তরঙ্গ একটি বিশেষ সমাবর্তিত অবস্থায় থাকে।

২১

এছাড়াও 10.22f থেকে বলা যায় $\frac{E_0''}{E_0}$ ধনাত্মক হবে কেবলমাত্র $\theta_i > \theta_r$ এবং $\theta_i + \theta_r < \pi/2$ বা $\theta_i < \theta_r$ এবং $\theta_i + \theta_r > \pi/2$ আর সকল ক্ষেত্রে এই অনুপাত ধণাত্মক। ধণাত্মক অনুপাতের ক্ষেত্রে আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ একই দশায় থাকে কিন্তু ধণাত্মক অনুপাত হলে আপতিত ও প্রতিফলিত তরঙ্গ বিপরীত দশায় থাকে।

বিশেষ বিশেষ ক্ষেত্রে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের বৈশিষ্ট্যগুলি ফ্রেনেলের সম্পর্কের সাহায্যে আলোচনা করব।

(ক) উলম্ব আপাতনের ক্ষেত্রে যখন $i = 0$, অবশ্যই $r = 0$ হবে। এক্ষেত্রে আপতন তল বলতে নির্দিষ্ট কোন সমতল বোঝায় না। উল্লেখিত দুটি নিরপেক্ষ সমাবর্তিত অবস্থা এক্ষেত্রে অভিন্ন হয়ে যায়। সমীকরণদ্বয় (21·c ও 22·c) এবং (21·d ও 22·d) এর মধ্যে কোন পার্থক্য থাকে না।

$$\frac{E_0''}{E_0} = \frac{1 - \frac{v}{v'}}{1 + \frac{v}{v'}} = \frac{n - n'}{n + n'} = \frac{k - k'}{k' + k} \qquad (10.23a)$$

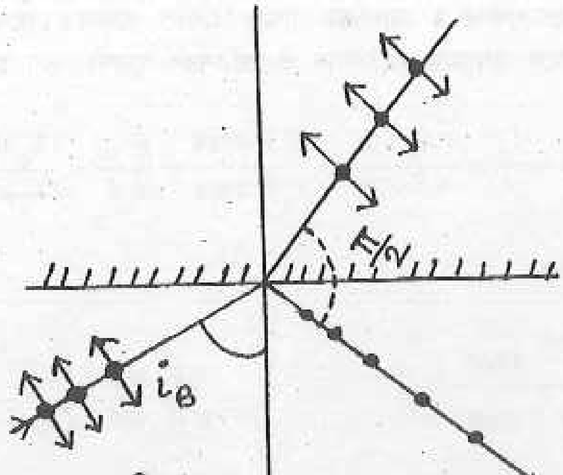
$$\frac{E_0'}{E_0} = \frac{2}{1 + \frac{v}{v'}} = \frac{2n}{n + n'} = \frac{2k}{k + k'} \quad (10.23b)$$

আলো লঘু মাধ্যম থেকে যদি প্রতিফলিত হয় অর্থাৎ $n' > n$ হলে E''/E এর অনুপাত ধণাত্মক হবে বা আপতিত রশ্মি ও প্রতিফলিত রশ্মির মধ্যে 180^o দশা পার্থক্য ঘটবে।

(খ) প্রতিফলনের সাহায্যে আলোক সমাবর্তন ঃ তড়িৎচুম্বকীয় তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্র যদি আপাতন তলের সমান্তরাল থাকে সেক্ষেত্রে একটি বিশেষ আপাতন কোণের জন্য কোন প্রতিফলিত রশ্মি পাওয়া যায় না। এই বিশেষ কোণটি i_B কে ব্রুস্টার কোণ (Breuester angle) বলে। সাধারণভাবে অসমাবর্তিত আলোকে দুই রকম সমাবর্তনের মিশ্রণ হিসাবে ধরা যেতে পারে। অসমাবর্তিত আলো i_B কোণে আপতিত হলে প্রতিফলিত রশ্মি সমাবর্তিত হবে। (চিত্র 10.6 মসৃন) প্রতিফলিত রশ্মির $\overline{E}$ ভেক্টর আপাতন তলের লম্ব হবে। স্নেলএর সুত্র সাহায্যে সমীকরণ 10.22f থেকে যখন $\frac{E''}{E} \to 0$ তখন $\tan(i + r) \to \alpha$ $(\because i \neq r)$

$$\therefore i_B + r_B = \pi/2 \;\therefore\; \frac{\sin i_B}{\sin r_B} = \tan i_B = \frac{n'}{n}$$

বা $i_B = \tan^{-1}\left(\frac{n'}{n}\right)$ উদাহরণস্বরূপ বায়ু ও কাচের সংযোগতলে $\frac{n'}{n} \simeq 1.5 \;\therefore i_B \cong 56^0$



চিত্র(10.6)

(গ) **অভ্যন্তরীন পূর্ণ প্রতিফলন ঃ** যখন আলো ঘন মাধ্যম থেকে লঘু মাধ্যমে প্রতিসৃত হয় তখন আপাতন কোন i সংকট কোন i_c এর চেয়ে বেশী হলে, আলোর প্রতিসরণ হয় না।

$$\text{এখন}\quad \frac{\sin i}{\sin r}=\frac{n'}{n}=\sin i_c$$

$$\therefore \cos r=\sqrt{1-\frac{\sin^2 i}{\sin^2 i_c}} \quad \text{যেহেতু} \quad i>i_c$$

সুতরাং $\cos r$ একটি অবাস্তব রাশি, $\cos r = i\sqrt{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 i_c}-1}$ অর্থাৎ r কোণটি জটিল। ধরা যাক্ আপাতন তল x-z সমতল (চিত্র 10.5a দেখুন) সেক্ষেত্রে তরঙ্গের দশা অংশ $e^{i\vec{k}'\cdot\vec{r}} = e^{i}k'(x\sin r + z\cos r)$

$$= e^{-K}\left(\sqrt{\frac{\sin^2 i}{\sin^2 ic}-1}\right)z\, e^{+ik'}\left(\frac{\sin i}{\sin i_c}\right)x$$

অর্থাৎ Z অক্ষ বরাবর তরঙ্গর সূচকক্ষয় (exponential delay) পরিলক্ষিত হবে। সংযোগতল থেকে লঘু মাধ্যমে সামান্য কয়েকটি তরঙ্গ দৈর্ঘর সমান দূরত্ব অতিক্রম করার মধ্যেই ক্ষয় প্রাপ্ত হবে। কার্যতঃ কোন প্রতিসৃত রশ্মি পাওয়া যাবে না। কতটা বিকিরিত শক্তি তরঙ্গাকার লঘু মাধ্যমে প্রবাহিত হয়, সেই সম্বন্ধে ধারণা করার জন্য বিকিরণ প্রাবল্যর পরিমাপ করা যেতে পারে

বিকিরণ প্রাবল্য $I=<\bar{s}.\hat{n}>=<\hat{k}.\hat{n}>v(u)$ (সমীকরণ 10.18 দেখুন). এক্ষেত্রে $\hat{k}.\hat{n}=\cos r$ একটি অবাস্তব রাশি, বাস্তব অংশ শূন্য সুতরাং $I=0$ অর্থাৎ প্রতিসৃত মাধ্যমে কোন শক্তি প্রবাহিত হয় না।

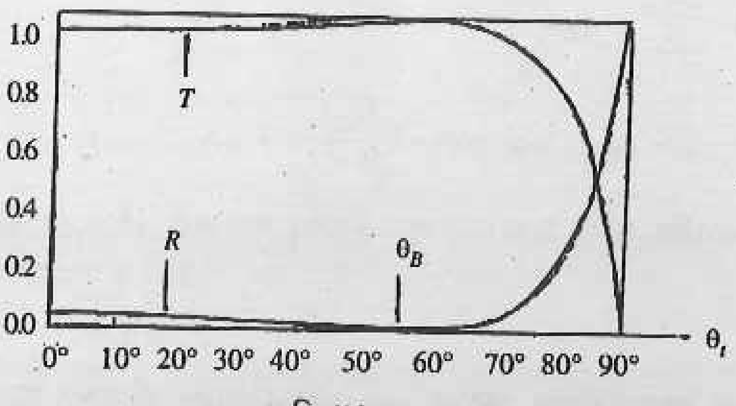
প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুণাঙ্ক ঃ আপতিত রশ্মির বিকিরণ প্রাবল্যর সাপেক্ষে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মির প্রাবল্যর অনুপাতকে যথাক্রমে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ গুনাঙ্ক বলা হয়। প্রতিফলন গুনাঙ্ক,

$$R=\frac{I_R}{I}=\frac{<S_R>.\hat{n}}{<S>.\hat{n}}=\frac{(E_0')^2 \text{ বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{ বাস্তব}}\frac{\bar{k}''.\hat{n}}{\bar{k}.\hat{n}}=\frac{(E_0')^2 \text{ বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{ বাস্তব}} \qquad (10.24a)$$

এবং প্রতিসরণ গুণাঙ্ক,

$$T=\frac{I_t'}{I}=\frac{\frac{1}{\mu'v'}(E_0')^2 \text{ বাস্তব}}{\frac{1}{\mu v}(E_0)^2 \text{ বাস্তব}}\frac{k'.\hat{n}}{\bar{k}.\hat{n}} \qquad =\frac{\mu v}{\mu' v'}\frac{\cos r}{\cos i}\frac{(E_0')^2 \text{ বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{ বাস্তব}} \qquad (1024b)$$

ফ্রেনেলের সম্পর্কর সাহায্যে আপাতন কোণের বিভিন্ন মানের জন্য R ও T এই রাশি দুইটির মান নির্ণয় করা সম্ভব। খুব সহজেই R ও T এর মান পরীক্ষাগারে মাপা সম্ভব। আপাতন কোণের সাথে রাশিদুটির পরিবর্তন তাত্ত্বিক ফলাফলের সাথে তুলনা করা যেতে পারে। বায়ু থেকে কাঁচে আলোর প্রতিসরণের সময় তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্রে $\bar{E}$ যখন আপাতনতলের সমান্তরাল, সেক্ষেত্রে R ও T এর আপাতন কোণ θ_i-র সাথে পরিবর্তন চিত্র (10.7) এর সাহায্যে দেখান হল।



চিত্র(10.7)

10.6 সারাংশ

● তড়িৎ চুম্বকীয় তত্ত্বর চারটি প্রাথমিক সূত্র ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণ নামে পরিচিত সূত্রগুলি (এস.আই.এককে) নিম্নলিখিত রূপে প্রকাশ করা যায় ঃ-

শূন্য মাধ্যম	উপাদান মাধ্যমে
$\overline{\nabla}.\overline{E} = \rho/\epsilon_0$	$\nabla.\overline{D} = \dot{P}_f$
$\overline{\nabla}.\overline{B} = 0$	$\nabla.\overline{B} = 0$
$\overline{\nabla}\times\overline{E} = -\frac{\delta\overline{B}}{\delta t}$	$\nabla\times\overline{E} = -\frac{\delta\overline{B}}{\delta t}$
$\nabla\times B = \mu_0 J + \epsilon_0\mu_0\frac{\delta E}{\delta t}$.	$\nabla\times H = J_f + \frac{\delta D}{\delta t}$

● তড়িৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্রকে নিম্নলিখিত রূপে প্রকাশ করা যায় $\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla.\overline{S} = 0$ যেখানে মোট শক্তির ঘনত্ব u কে তড়িৎচুম্বকীয় ক্ষেত্রের শক্তি $u_f = (u_m + u_t)$ ও যান্ত্রিক শক্তি ঘনত্ব u_{mech} -এর যোগফল আকার প্রকাশ করা হয়েছে এবং শক্তি প্রবাহ $\overline{S} = (\overline{E}\times\overline{H})$ কে পয়েন্টিং ভেক্টর বলা হয়।

● ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণের সাহায্যে তড়িৎ-চুম্বকীয় তরঙ্গের সমীকরণ গঠন করা যায়। সমতল তরঙ্গের ক্ষেত্রে দেখা যায় $\overline{K}.\overline{E} = \overline{K}.\mathrm{\overline{B}} = 0$ আবার $\overline{B} = \frac{\overline{k}\times\mathrm{E}}{\omega}$ অর্থাৎ $\overline{K}, \overline{E}$ ও $\overline{B}$ পরস্পর লম্ব। মাধ্যম তড়িৎপরিবাহী হলে, তরঙ্গের বিস্তরনের সাথে E ও B ক্ষেত্রের সূচক ক্ষয় দেখা যায় এবং $\overline{E}$ ও $\overline{B}$ ক্ষেত্রের মধ্যে দশা পাথর্ক্য থাকে।

● রৈখিক পরা তড়িৎ মাধ্যমে তরিৎ চুম্বকীয় তরঙ্গের গতিবেগ $v = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{0}{n}$ যেখানে মাধ্যমের প্রতিসরাঙ্ক n তড়িৎ-চুম্বকীয় তত্ত্বের সাহায্যে প্রতিফলন ও প্রতিসরণের সূত্র প্রমাণ করা যায়।

● মুক্ত আধানের অস্তিত্ব না থাকলে দুটি পরা তড়িৎ মাধ্যমের সংযোগ সমতলে তরিৎ চুম্বকীয় ক্ষেত্রের উপর আরোপিত শর্ত।

(1) $\overline{D}$ ও $\overline{B}$ ক্ষেত্রের লম্ব উপাংশ সংযোগতলে সন্তত।

(2) $\overline{E}$ ও $\overline{H}$ ক্ষেত্রের সমান্তরাল উপাংশ সংযোগতলে সন্তত।

● আপতিত রশ্মির তরিৎক্ষেত্র E_0 এর সাপেক্ষে প্রতিফলিত ও প্রতিসৃত রশ্মির তড়িৎক্ষেত্র E'' ও E' এর অনুপাত

যখন E আপাতন তলের লম্ব

$$\frac{E_0''}{E_0}=\frac{1-\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}\frac{\cos r}{\cos i}}{1+\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}\frac{\cos r}{\cos i}}$$

$$\frac{E_0'}{E_0}=\frac{2}{1+\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}\frac{\cos r}{\cos i}}$$

যখন E আপাতন তলের সমান্তরাল

$$\frac{E_0''}{E_0}=\frac{\frac{\cos r}{\cos i}-\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}}{\frac{\cos r}{\cos i}+\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}}$$

$$\frac{E_0'}{E_0}=\frac{2}{\frac{\cos r}{\cos i}+\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}}$$

● প্রতিফলন গুণাঙ্ক $R=\frac{(Eo'')^2 \text{ বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{ বাস্তব}}$

প্রতিসরণ গুনাঙ্ক $T=\frac{\mu\nu}{\mu'\nu'}\frac{\cos r}{\cos i}\frac{(E_o')^2 \text{বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{বাস্তব}}$

10.7 প্রান্তিক প্রশ্নমালা ঃ

1. অস্থায়ী প্রবাহের ক্ষেত্রে, সময়ের কোন মুহূর্তে যদি $\overline{\nabla}.\overline{E}=\rho/_{\in_0}$ হয়, তবে প্রমাণ করুন যে পরবর্তী যে কোন সময়ে সমীকরণ দুটি সিধ হবে।

2 তড়িতাধানের অবচ্ছিন্নতার সমীকরণের সাহায্যে প্রমাণ করুন, পরিবাহীর ভিতরে কোন বিন্দুতে তড়িতাধান ঘনত্ব সময়ের সাথে সূচকীয় হারে (Ex ponentially) হ্রাস পায়।

(3) একটি b দৈর্ঘ্য ও r ব্যাসার্ধের সুষম তারের দুই প্রান্তের বিভব পার্থক্য r ও প্রবাহমাত্র I, পয়েন্টিং ভেক্টরের মান ও অভিমুখ নির্ণয় করুন। প্রমাণ করুন প্রতি সেকেন্ডে শক্তি প্রবাহের হার $=VI$

(4) প্রমাণ করুন পারিপার্শ্বিক থেকে কোন সমান্তরাল পাত ধারকে প্রবাহিত শক্তির হার, ধারকের তড়িৎ শক্তি বৃদ্ধির হার P-এর সমান, যেখানে $P=\pi a^2 d_0 - \in_0 E\frac{\delta E}{\delta t}$ পাতের প্রস্থচ্ছেদ πa^2 ও সমান্তরাল পাতদ্বয়ের মধ্যে দুরত্ব d.

(5) শূন্য মাধ্যমে সমতল চল তরঙ্গের তড়িৎক্ষেত্রে $\bar{E} = 1000\hat{x}\exp\left[i\left\{\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z}).\bar{r}-wt)\right\}\right]$

(ক) তরঙ্গটির বিস্তারণ ভেক্টর $\bar{k}$ নির্ণয় করুন।

(খ) তরঙ্গটির কম্পাঙ্কের মান কত?

(গ) তরঙ্গের চৌম্বক ক্ষেত্র $\bar{B}$ নির্ণয় করুন।

(6) শূন্য মাধ্যমে ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলির কোন সমাধান ?

$$E_y = -B_0\omega\left(\frac{a}{\pi}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\sin(kz-\omega t)$$

$$B_x = B_0 k\left(\frac{a}{\pi}\right)\sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)\sin(kz-\omega t)$$

$$B_z = B_0\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)\cos(kz-\omega t)$$

$\bar{E}$ ও $\bar{B}$ এর অন্য উপাংশগুলি শূণ্য, $0 \le x \le a$;

$$\mu_0\epsilon_0\omega^2 = k^2 + \left(\frac{\pi}{a}\right)^2$$

(ক) প্রমাণ করুন যে উপরের সমাধান ম্যাক্সওয়েলের সমীকরণগুলিতে সিদ্ধ হয়।

(খ) ভ্রংশ প্রবাহ নির্ণয় করুন।

(ঘ) ধরা যাক x=0 সমতলটি আদর্শ পরিবাহী। যখন x<0, $\bar{E}=0$, $\bar{B}=0$। তলের উপর বিভিন্ন বিন্দুতে তড়িৎ আধানের ঘনত্ব ও প্রবাহ ঘনত্ব কিভাবে পরিবর্তীত হয়?

7. পরা তড়িৎ মাধ্যমে লম্ব আপাতনের জন্য প্রতিসরণ ও প্রতিফলন গুণাঙ্কর মান নির্ণয় করুন এবং প্রমাণ করুন R + T= 1

8. (ক) রুপার মধ্যে বেতার তরঙ্গের তরঙ্গ দৈর্ঘ ও গতিবেগ কত? (f=6M Hz)

(খ) মাইক্রোওয়েভ সংক্রান্ত পরীক্ষার জন্য যদি রুপা ব্যবহার করা হয়, সেক্ষেত্রে তরঙ্গের কম্পাঙ্ক 10^{10} Hz হলে কতটা পুরু রুপার প্রলেপ দেওয়া প্রয়োজন?

(গ) আলো যদি বায়ু থেকে রুপার পাতের উপর উলম্ব ভাবে আপতিত হয়, সেক্ষেত্রে প্রতিফলন গুণাঙ্কর মান কত? (আলোর, কম্পাঙ্ক $\omega=4\times10^{15}/xc$)

দেওয়া আছে রুপার ক্ষেত্রে, $\mu = \mu_0$, $\epsilon = \epsilon_0$ $\sigma = 6\times10^7\ \Omega$/m.

10.8 প্রান্তিক প্রশ্নমালার উত্তর ঃ

1. $\frac{\partial}{\partial t}(\nabla.D-\rho_f) = \nabla.\frac{\partial D}{\partial t}-\frac{\partial \rho_f}{\partial t}$

$$= \nabla.[\nabla\times H - J]+\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

$$= \nabla.\nabla\times H\left(\nabla.J+\frac{\nabla\rho}{\partial t}\right)=0$$

এবং $\frac{\partial.}{\partial t}(\nabla.B)=\nabla.\frac{\partial B}{\partial t}=-\nabla.\nabla\times E=0$

ওপরের সম্পর্ক দুটি সময়ের সাথে পরিবর্ত্তিত হয় না।

(2) $\frac{\partial \rho}{\partial t}+\overline{\nabla}.\bar{J}=0$ এখন পরিবাহী মাধ্যমে $\bar{J}=\sigma\bar{E}$

$\therefore \frac{\partial \rho}{\partial t}+\sigma\overline{\nabla}.\bar{E}=0$

বা $\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{T\rho}{t}=0$ এই সমীকরণের সমাধান $\rho(t)=\rho(t=0)e^{-}\frac{\sigma}{t}t$

3. বেলনের নির্দেশ তন্ত্র (r, θ, z) ব্যবহার করব, তারের দুই প্রান্তের বিভব পাথর্ক্য v অতএব $\bar{E}=\frac{V}{L}\hat{Z}$ অ্যাম্পিয়ারের সূত্র থেকে পাই $\oint B.dl=\mu_0 I$ বেলনের অক্ষের লম্বতলে একটি r ব্যাসার্ধের বৃত্তকার বর্তনী নিলাম, এক্ষেত্রে $-\int_0^{2\pi}B_\theta\, rd\theta=\mu_0 I$ B_θর মান বৃত্তের ওপর অপরিবর্ত্তনীয়, সুতরাং $B_\theta=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

পয়েন্টিং ভেক্টর $\bar{S}=\frac{1}{\mu_0}(\bar{E}\times\bar{B})=\frac{1}{\mu_0}\,\frac{V}{L}\,\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\hat{z}\times\hat{\theta})$

$$=\frac{VI}{L2\pi r}\,\hat{r}$$

তারের বক্রতলে প্রবাহিত শক্তি $\int\bar{S}.da$

$\therefore \frac{VI}{L2\pi r}\int_0^{2\pi}\int_{l=0}^{L}(\hat{r}.\hat{r})\; r\,d\theta\,dl=\frac{VI}{L2\pi r}L\,2\pi r=VI$

4. বেলনের নির্দেশ তন্ত্র (r, θ, z) ব্যবহার করব। পরাতড়িৎ মাধ্যমে ম্যাক্সওয়েলের চতুর্থ সমীকরণকে সমাকলন করলে পাই, $\int\nabla\times B.d\bar{s}=\mu_0\in\int\frac{dE}{dt}\int\hat{Z}.d\bar{s}$

বা $\oint B.dl = \mu_0 \in \frac{dE}{dt} \int \hat{Z}.d\vec{s}$

বেলনের অক্ষের লম্বতলে r ব্যাসার্ধের বৃত্তকার বর্তনী নিলে

$$B_\theta 2\pi r = \mu_0 \in \pi r^2 \frac{dE}{dt}$$

ব $B_\theta = \mu \frac{\in \pi r^2}{2\pi r} \frac{dE}{dt}$

(5) $\bar{E} = 1000\hat{x}\exp\left[i\left\{\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z})\cdot\vec{r}-\omega t\right\}\right]$

$= \bar{E}_0 \exp\left[i\left(\bar{k}\cdot\vec{r}-\omega t\right)\right]$ এর সাথে তুলনা করলে

বিস্তারণ ভেক্টর $\vec{k} = \frac{\pi}{100}\left(2\hat{y}-\hat{z}\right)$

$$= \frac{\pi\sqrt{5}}{100}\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\hat{y}-\frac{\hat{z}}{\sqrt{5}}\right)$$

সুতরাং $|k| = \frac{\pi\sqrt{5}}{100} = \frac{2\pi}{\pi}$ অর্থাৎ তরঙ্গ দৈর্ঘ্য $\pi = \frac{200}{\sqrt{5}} = 40\sqrt{5}\,\text{m}.$

(খ) কম্পাঙ্ক $= \frac{c}{\pi} = \frac{3\times10^8}{40\sqrt{5}} = \frac{3}{4\sqrt{5}}\times10^7\,Hz.$

(গ) $B = \frac{\bar{k}\times\bar{E}}{\omega} = \frac{1}{\omega}\times\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z})\times1000\hat{x}\exp\left[i\left\{\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z})\cdot\vec{r}\right\}-\omega t\right]$

$$= \frac{\pi}{100\omega}(-2\hat{z}-\hat{y})\exp\left[i\left\{\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z})\cdot\vec{r}=\omega t\right\}\right]$$

$$= -\frac{\pi}{100\omega}(\hat{y}+2\hat{z})\exp\left[i\left\{\frac{\pi}{100}(2\hat{y}-\hat{z})\right\}\cdot\vec{r}=\omega t\right]$$

(6) সমীকরণ গুলিতে $\vec{E}$ ও $\vec{B}$ এর বসাইয়া,

(i) $\vec{\nabla}\cdot\bar{E} = \frac{\partial}{\partial y}\left[-B_0\omega\frac{a}{\pi}\sin\frac{\pi x}{a}\cdot\sin(kz-\omega t)\right] = 0$

(ii) $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = \frac{\partial}{\partial x}\left[-B_0 k\frac{a}{\pi}\sin\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left\{-B_0\cos\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t)\right\}$

$$= -B_0 k\cdot\frac{a}{\pi}\cdot\frac{\pi}{a}\cdot\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t) + B_0\cos\frac{\pi x}{a}k\cos\frac{\pi x}{-}\cdot\sin(kz-\omega t) = 0$$

(iii) $\bar{\nabla}\times\bar{E} = -\frac{\partial\bar{B}}{\partial t}$

L.H.S. $\bar{\nabla}\times\bar{E} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & E_Y & 0 \end{vmatrix} = -\hat{i}\frac{\partial E_Y}{\partial Z} + \hat{k}\frac{\partial E_Y}{\partial x}$

$$= -\hat{i}\left\{-B_0\omega^2\frac{a}{\pi}k\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t)\right\} - \hat{k}\frac{B_0 ka}{\pi}\frac{\pi}{a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)$$

$$= -\hat{i}\frac{B_0\omega ak}{\pi}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t) - \hat{k}B_0\omega\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)$$

$$= \frac{B_0\omega a}{\pi}\sin k\left[\hat{i}k\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t) - \hat{k}\frac{\pi}{a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)\right]$$

R.H.S. $-\frac{\partial\bar{B}}{\partial t} = -\left[-B_0\frac{ka\omega}{\pi}\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t)\hat{i} + B_0\omega\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)\right]$

$$= \frac{B_0\omega a}{\pi}\left[\hat{i}k\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega t) - \hat{k}\frac{\pi}{a}\cos\frac{\pi x}{a}\sin(kz-\omega t)\right]$$

সুতরাং $\vec{\Delta}\times\bar{E} = -\frac{\delta\vec{B}}{rt}$ শিখ।

(খ) $J_D = \frac{\delta\bar{D}}{\delta t} = +t_0\frac{d\vec{E}}{\delta t} = +\epsilon_0 B_0\omega^2\left(\frac{a}{\pi}\right)\sin\frac{\pi x}{a}\cos(kz-\omega f)\hat{i}$

(গ) $\vec{S} = E \times H = \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0}\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{i} & \hat{\pi} \\ O & E_y & O \\ B_x & O & B_z \end{vmatrix}$

$= \hat{i}E_yB_z - \hat{x}E_yB_x$

$= E_y\left[\hat{i}B_z - \hat{x}B_x\right]$

(ঘ) $x = 0$ সমতলে $\hat{n} = \hat{i}$

$x < 0 \vec{E}_2 = 0, \vec{B}_2 = 0$, সুতরাং $\vec{D}_2 = 0$ এবং $H_2 = 0$

$x > 0\ E_{1x} = E_{1z} = 0$ এবং $B_{1y} = 0$

$\vec{D}_1.\hat{n} = \epsilon_0\ E_{1x} = 0$

সুতরাং সংযোগস্থলের শর্ত থেকে $D_1.\hat{n} - D_2.\hat{n} = \delta f$

$^1\delta_f = 0$।

অর্থাৎ আধানের তল ঘনত্ব সর্বত্র শূন্য।

আবারও $\vec{H}_1 \times \hat{n} - \vec{H}_2 \times \hat{n} = \vec{J}_f$

$$\frac{1}{\mu}\left[\hat{i}B_x + \hat{k}B_z\right]\times\hat{i} - 0 = \vec{J}_f$$

$$\vec{J}_f = \frac{1}{\mu_0}B_z\hat{i}$$

$x = 0$ তে $\vec{J}_f = \frac{1}{\mu}B_0\cos(kz - \omega t)$

উলম্ব আপাতনের জন্য (10.23a) ও (10.23b) সমীকরণ হতে

$$\frac{E_0''}{E_0} = \frac{n'-n}{n'+n} \quad ও \quad \frac{E'_0}{E_0} = \frac{2n}{n'+n}$$

আবার সংজ্ঞা অনুযায়ী $R = \dfrac{(E'_0)^2}{(E_0)^2} = \dfrac{(n'-n)^2}{(n'+n)^2}$

এবং $T \equiv \dfrac{\nu}{\nu'} \dfrac{(E'_0)^2}{(E_0)^2}$ (সমীকরণ 10.24 দেখুন)

$$= \frac{n'}{n} \frac{4n^2}{(n'+n)^2} = \frac{4nn'}{(n'+n)^2}$$

$$\therefore\ R+T = \frac{(n'-n)^2 + 4nn'}{(n'+n)^2} = 1 \quad (\text{যখন} \quad \mu = \mu')$$

8. রুপা সুপরিবাহী ধাতু, সুতরাং ধরে নিতে পারি

$\dfrac{\sigma}{\in\omega} >> 1$ এক্ষেত্রে দশা গতিবেগ $\nu_{pn} = \dfrac{\omega}{k_+}$

যেখানে $k_+ = k_- = \sqrt{\dfrac{\mu\omega\sigma}{2}}$ $\therefore\ \nu_{pn} = \dfrac{2\omega}{\mu\sigma}$

রাশিগুলির মান বসিয়া পাই, $\nu_{pn} = \sqrt{\dfrac{2.2\pi\times 6\times 10^6}{4\pi\times 10^{-7} 6\times 10^7}}\ {}^{m}\!/_{sec}$

$$= \sqrt{10^6} = 10^3\ {}^{m}\!/_{sec}$$

তরঙ্গ দৈঘ্য $\lambda = \dfrac{\nu_{ph}}{2\pi f} = \dfrac{10^3}{2\pi\times 6\times 10^6}\ {}^{m}\!/_{sec}$

$$= \frac{1}{12\pi}\times 10^{-3} \cong 2.65\times 10^{-5}\ {}^{m}\!/_{sec}$$

স্কিন গভীরতা, $(\therefore\ k_+ = k_-)$

$\therefore\ d=\sqrt{\dfrac{2}{\mu\omega\sigma}}$ রাশিগুলির মান বসিয়ে পাই

$$=\sqrt{\frac{2}{4\pi\times10^{-7}\times6\times10^{7}\times2\pi\times10^{10}}}=\frac{1}{2\pi\sqrt{6}}10^{-5}m$$

$$=6\cdot5\times10^{-7}m$$

মাইক্রোওয়েভকে শোষণ করতে 10^{-6}m পুরু রুপোর প্রলেপই যথেষ্ঠ।

মাধ্যম দুটি সংযোগতল যদি তরিতাধান ও পরিবাহী প্রবাহ মুক্ত হয় সেক্ষেত্র 10.19 শর্তগুলি প্রযোজ্য হবে। সেই অনুযায়ী উলম্ব আপাতনের জন্য

$$\frac{E_0''}{E_0}=\frac{k-k'}{k+k'} \qquad \text{(সমীকরণ 10.23a দেখুন)}$$

এখন মাধ্যমদ্বয়ের মধ্যে প্রথমটি পরাতড়িৎধর্মী ও অপরটি পরবাহী। সুতরাং k যদি বাস্তব রাশি হয় k′ জটিল রাশি

আমরা আগেই উল্লেখ করছি।

সুপরিবাহীর ক্ষেত্রে $k'=k'_{+}+ik'_{-}=(1+i)k_{+}$

যেখানে $k_{+}=\sqrt{\dfrac{\mu\omega\sigma}{2}}$ $\qquad \therefore\ \dfrac{E'_0}{E_0}=\dfrac{k-(1+i)k_{+}}{k+(1+i)k_{-}}$

$$=\frac{\left[\left(\frac{k}{k_{+}}\right)-1\right]+i}{\left[\frac{k}{k_{+}}+1\right]+i}$$

এখন $\dfrac{k}{k_{+}}=\dfrac{\omega\sqrt{\epsilon\mu}}{\sqrt{\dfrac{\omega\sigma\mu}{2}}}=\sqrt{\dfrac{\epsilon\omega}{2\sigma}}=\eta$ (ধরা যাক)

$$\therefore \quad R = \frac{(E'_0)^2 \text{ বাস্তব}}{(E_0)^2 \text{ বাস্তব}} = \frac{(1-\eta)^2+1}{(1+\eta)^2+1}$$

এখন রাশিগুলির মান বসিয়ে পাই

$$\eta = \sqrt{\frac{8.85\times10^{-12}\times4\times10^{15}}{2\times6\times10^{7}}} = \sqrt{\frac{3.85}{3}\times10^{-2}}$$

$$\cong 0.6172$$

η র মান খুব ছোট বলে η^2 কে নগণ্য ধরা যেতে পারে

সেক্ষেত্রে $R \cong \frac{2-2\eta}{2+2\eta} = (1-\eta)(1+\eta)^{-1} \cong (1-\eta)(1-\eta) \simeq 1-2\eta$

$\therefore \quad R \cong 1-0.0344 \simeq 0.9656 =$ (96.6% প্রতিফলন সম্ভব)

R এর সঠিক মান 0·9661

NOTES

NOTES

মানুষের জ্ঞান ও ভাবকে বইয়ের মধ্যে সঞ্চিত করিবার যে একটা প্রচুর সুবিধা আছে, সে কথা কেহই অস্বীকার করিতে পারে না। কিন্তু সেই সুবিধার দ্বারা মনের স্বাভাবিক শক্তিকে একেবারে আচ্ছন্ন করিয়া ফেলিলে বুদ্ধিকে বাবু করিয়া তোলা হয়।

—রবীন্দ্রনাথ ঠাকুর

ভারতের একটা mission আছে, একটা গৌরবময় ভবিষ্যৎ আছে, সেই ভবিষ্যৎ ভারতের উত্তরাধিকারী আমরাই। নতুন ভারতের মুক্তির ইতিহাস আমরাই রচনা করছি এবং করব। এই বিশ্বাস আছে বলেই আমরা সব দুঃখ কষ্ট সহ্য করতে পারি, অন্ধকারময় বর্তমানকে অগ্রাহ্য করতে পারি, বাস্তবের নিষ্ঠুর সত্যগুলি আদর্শের কঠিন আঘাতে ধূলিসাৎ করতে পারি।

—সুভাষচন্দ্র বসু

Any system of education which ignores Indian conditions, requirements, history and sociology is too unscientific to commend itself to any rational support.

—Subhas Chandra Bose

Price : Rs. 225.00

(NSOU-র ছাত্রছাত্রীদের কাছে বিক্রয়ের জন্য নয়)

Published by : Netaji Subhas Open University, DD-26, Sector-I, Salt Lake, Kolkata-700 064
and Printed at SEVA MUDRAN, 43, Kailash Bose Street, Kolkata-700 006